

УДК 521.93—17

## Сравнение и объединение различных рядов определений параметров вращения Земли (ПВЗ).

### I. Определение ПВЗ по данным лазерной локации ИСЗ

Я. С. Яцкiv, В. Я. Чолij

Проведено сравнение различных рядов определений координат полюса Земли, полученных по данным лазерной локации ИСЗ LAGEOS в основной кампании проекта MERIT. Найдены оценки дисперсий координат полюса, по которым построены разные варианты объединенного ряда этих координат, и оценки их точности. Результаты можно использовать при построении свободных рядов ПВЗ.

*COMPARISON AND UNIFICATION OF DIFFERENT SETS OF EARTH ROTATION PARAMETERS (ERP). I. DETERMINATION OF ERP BY SATELLITE LASER RANGING, by Yatskiv Ya. S., Cholij V. Ya.—* Different sets of Earth rotation parameters obtained from LAGEOS laser ranging in main MERIT campaign are compared. The estimations of the dispersions are found. The different united sets of pole positions are constructed and the estimations of the accuracy and precision are given. These results may be used for united ERP sets studies.

**Введение.** В результате проведения основной кампании международного проекта MERIT (отслеживание вращения Земли и сравнение различных методов и средств наблюдений) появилась реальная возможность сравнения определений ПВЗ, полученных разными методами с использованием различных алгоритмов и программ [4, 9]. На основании такого сравнения можно изучить систематические и случайные ошибки определений ПВЗ и попытаться построить их сводную систему. При этом будем различать сравнение рядов ПВЗ, полученных: а) разными центрами обработки по одним и тем же наблюдениям — сравнение в пределах одного метода; б) разными методами — сравнение между методами. В настоящей работе на примере анализа определений координат полюса Земли различными центрами по данным лазерной локации ИСЗ LAGEOS в основной кампании проекта MERIT отработана методика сравнения и объединения рядов ПВЗ в пределах одного метода наблюдений.

В последующих статьях этой серии будут приведены результаты анализа рядов ПВЗ, определенных другими методами, и их объединение в сводную систему ПВЗ.

**Методика сравнения и объединения различных рядов ПВЗ.** Пусть  $x_i^j = (x_i^j, y_i^j)$  — вектор значений, а  $d_i^j = (d_{ix}^j, d_{iy}^j)$  — вектор дисперсий координат полюса  $j$ -го ряда для моментов времени  $t_i$ , полученные разными центрами в процессе обработки наблюдений ( $i=1, 2, \dots, N$ ;  $j=1, 2, \dots, M$ ). Предположим, что ряды эквидистантны с периодом дискретизации  $\Delta t = 5$  сут. В противном случае необходимо выполнить интерполяцию. Требуется построить объединенный ряд координат полюса  $x_i^0$  и ряд дисперсий  $v_i^0$  на те же даты. Примем в качестве оценок

$$[x_i^0 = \sum_{j=1}^M x_i^j p_i^j / \sum_{j=1}^M p_i^j; \quad v_i^0 = \left( \sum_{j=1}^M p_i^j \right)^{-1}], \quad (1)$$

где  $p_i^j = (p_{ix}^j, p_{iy}^j)$  — вектор весов.

Очевидно, что задача объединения сводится к задаче отыскания весов  $p_i^j$  в уравнениях (1). Будем различать веса в систематическом и случайном отношениях; в общем виде

$$p_i^j = (s^j + r^j + d_i^j)^{-1}, \quad (2)$$

где  $s^j$  — вектор дисперсии систематических ошибок  $j$ -го ряда;  $r^j$  — вектор дисперсии случайных ошибок  $j$ -го ряда, оценка которых находится в процессе анализа ряда (или рядов). Эта оценка обычно характеризует распределение энергии в спектре ошибок определения ПВЗ в некоторой заданной области частот — от частоты Найквиста  $\omega_N$  до фиксированной частоты  $\omega_c$ . Оценки  $d_i^j$  определяют точность отдельного определения ПВЗ в случайном отношении (по внутренней сходимости результатов в интервале обработки).

Оценку  $s^j$  при отсутствии специальных исследований находят из сравнения  $j$ -го ряда с объединенным, принимая в (1) в качестве начального значения  $s^j = 0$ .

Для нахождения  $r^j$  можно воспользоваться двумя методами. Первый — основан на определении спектральных оценок ряда остаточных уклонений ПВЗ в избранной области частот. Ранее этот метод применялся для оценки точности рядов широтных наблюдений [1].

Определим остаточные уклонения ряда  $x_i^j$  от сглаженного  $L(\varepsilon)x_i^j$  в следующем виде:

$$z_i^j = x_i^j - L(\varepsilon)x_i^j, \quad (3)$$

где  $L(\varepsilon)$  — оператор сглаживания с заранее выбранным коэффициентом  $\varepsilon$ .

Для выбора коэффициента сглаживания  $\varepsilon$  существуют различные рекомендации [3]. Воспользуемся следующей: при сглаживании исходного ряда не должно происходить сколько-нибудь заметного искажения его основных периодических составляющих (в движении полюса — чандлеровских, годовых, полугодовых и недавно открытых 50-суточных колебаний). Так ограничивается область частот, в которой делается оценка дисперсий: с одной стороны — выбором коэффициента  $\varepsilon$ , а с другой — частотой  $\omega_N$ .

Сглаживание рядов можно выполнить методом Вондрака [10] для различных значений коэффициента  $\varepsilon$ . Оценка спектра мощности остаточных уклонений  $z_i^j$  определяется по формуле

$$s_0^j(l\omega_0) = \frac{1}{2n-1} \left[ 4 \sum_{\tau=1}^{n-1} b^j(\tau) W(\tau) \cos(l\omega_0\tau) + 2b^j(0) \right], \quad (4)$$

где  $b^j(\tau)$  — оценка автокорреляционной функции ряда  $z_i^j$ ;  $W(\tau)$  — весовая функция (корреляционное окно). В нашем случае  $\tau = 1, 2, \dots, (n-1)$ ;  $n = N/3$ ;  $\omega_0 = \omega_N/n$ ;  $l = 1, 2, \dots, n$ ;  $W(\tau) = 0.42 + 0.5 \cos(\tau/n) + 0.08 \cos(2\tau/n)$ .

Для оценок (4) выполняется соотношение

$$\sum_{l=1}^n s_0^j(l\omega_0) = b^j(0). \quad (5)$$

Поскольку  $b^j(0)$  есть полная дисперсия ряда  $z_i^j$ , то (5) выражает распределение полной дисперсии по частотам. Для оценки дисперсии в области частот  $\Omega$  достаточно просуммировать  $s_0^j(l\omega_0)$  для всех  $l\omega_0$ , попадающих в эту область.

Для получения оценки дисперсии исходного ряда  $x_i^j$  необходимо учесть частотную характеристику оператора сглаживания в этой области частот. Находим

$$r^j = \sum_{l\omega_0 \in \Omega} \{s_0^j(l\omega_0)/[1 - f(l\omega_0)]^2\}, \quad (6)$$

где  $f(l\omega_0)$  — значение частотной характеристики оператора сглаживания на частоте  $l\omega_0$ .

Второй метод основан на взаимном сравнении различных рядов  $x_i^j$ . Этот метод уже применялся в [2] для оценки точности разных реализаций системы координат Земли.

Пусть имеем два ряда  $x_i^k$  и  $x_i^l$ . Дисперсия их разностей выражается формулой

$$\Gamma_i^{kl} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^k - x_i^l)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i^{kl})^2. \quad (7)$$

Предположим, что ошибки определений ПВЗ некоррелированы, т. е.

$$\Gamma_i^{kl} = \Gamma_i^k + \Gamma_i^l, \quad (8)$$

где  $\Gamma_i^k$  — дисперсия ряда  $x_i^k$ .

Если мы имеем три (и больше) ряда  $x_i^j$ , то можно записать выражение (8) для любой пары рядов и, решив полученную систему уравнений, найти оценки  $\Gamma^k$ . Этот метод позволяет определить достаточно корректные оценки дисперсий  $\Gamma^k$  при отсутствии заметных систематических различий в рядах ПВЗ. Если в разностях вида  $y_i^{kl}$  содержатся какие-либо тренды, то оценки  $\Gamma^k$  по (7) и (8) будут смещенными. Чтобы избежать этого недостатка, можно воспользоваться оценками так называемых дисперсий Аллана [6]. В этом случае вместо (7) запишем

$$\Gamma_A^{kl} = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} (y_{i+1}^{kl} - y_i^{kl})^2. \quad (9)$$

Нормированная частотная характеристика разностного фильтра (9) имеет следующий вид: она равна единице на частоте Найквиста и убывает к нулю на нулевой частоте.

Дальнейшего исключения низких частот можно достичь путем замены  $x_i^k$  в выражении (7) на  $z_i^k$ :

$$\Gamma_2^{kl} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i^k - z_i^l)^2. \quad (10)$$

Ранее мы предполагали отсутствие корреляций между ошибками определений ПВЗ. Если такие корреляции существуют, то вместо (8) можно записать

$$\Gamma^{kl} = \Gamma^k + \Gamma^l - \rho^{kl} \sqrt{\Gamma^k \Gamma^l}, \quad (11)$$

Таблица 1. Характеристика исходного материала определений координат полюса

Номер ряда	Код ряда	Количество точек	Дата	
			начальная	конечная
1	ERP(CSR)85L07	142	45 578.96	46 004.82
2	ERP(DGFI)85L04	86	45 579.00	46 004.00
3	ERP(GAOUA)85L02	54	45 584.60	45 850.00
4	ERP(GRGS)85L01	53	45 794.00	45 999.00
5	ERP(NAL)85L02	85	45 579.10	45 998.70
6	ERP(SHA)85L01	60	45 579.90	45 875.50
7	ERP(UPAD)85L01	217	45 579.00	46 003.00
8	ERP(ZIPE)85L01	85	45 584.60	46 003.70

где  $\rho^{kl}$  — коэффициент корреляции;

$$\rho^{kl} = \frac{\sum_{t=1}^N (x_t^k - M x_t^k)(x_t^l - M x_t^l)}{\left[ \sum_{t=1}^N (x_t^k - M x_t^k)^2 \sum_{t=1}^N (x_t^l - M x_t^l)^2 \right]^{1/2}}. \quad (12)$$

Вместо математического ожидания  $Mx$  в (12) воспользуемся наиболее достоверными оценками ПВЗ, например значениями  $x^0_t$ .

**Характеристика исходного материала определений координат полюса.** Для анализа взяты восемь рядов определений координат полюса, полученных нами из МБВ. Их подробное описание дано в [5, 9].

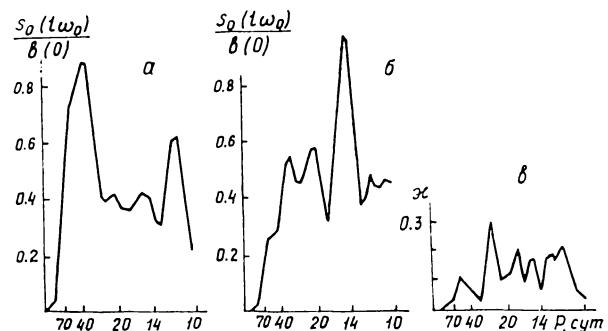


Рис. 1. Общий вид спектров остаточных уклонений для координат  $x$  полюса (а), координат  $y$  полюса (б) и спектра когерентности  $x$  (в) ряда ERP(DGFII)85L04

В табл. 1 приведены некоторые характеристики использованных рядов — код ряда по МБВ, количество значений координат полюса, начальная и конечная даты в *M.J.D.*, период дискретизации, название программы обработки лазерных наблюдений ИСЗ и организаций, выполнившей обработку. Отметим, что при получении ряда ERP(GAOUA)85L02 значение ускорения спутника LAGEOS на орбите не уточнялось, а в качестве модели тени Земли использовалась цилиндрическая модель. Ряд ERP(GRGS)85L01 имеет пропуски на интервале *M.J.D.* 45 784.0—45 824.0.

**Результаты сравнения и объединения рядов определений координат полюса.** В соответствии с описанной методикой получены оценки спектра мощности остаточных уклонений всех сравниваемых рядов от их слаженных значений. В рассматриваемой области периодов (от 10 до 50 сут) спектры имеют вид красного шума, на фоне которого обнаруживаются несколько максимумов (периоды 11—12, 13—14, 19—22, 40—42 сут). На рис. 1 для примера дан спектр остаточных уклонений ряда ERP(DGFII)85L04.

Период обработки	Программа	Организация
3	UTOPIA	Техасский университет, США
5	UTOPIA	Германский геодезический исследовательский институт, ФРГ
5	Киев-Геодинамика-2	ГАО АН УССР
5	GIN/GRGS	Группа исследований по космической геодезии, Франция
5	NAL 84.08P	Национальная аэрокосмическая лаборатория, Япония
5	SHORDE	Шанхайская обсерватория, КНР
2	GEODYN	Университет г. Падуя, Италия
5	POTSDAM-5	Центральный институт физики Земли, ГДР

Для выяснения реальности отмеченных периодичностей, построен ряд средних арифметических значений  $\bar{z}_i$  всех рядов и найден его спектр (рис. 2). Как видно из рис. 2, в спектре остаточных уклонений  $\bar{z}_i$  имеются пики около периодов 11, 19, 40 сут. Аналогичные периоды находим и в работах других авторов [7, 8]. Существует предположение об атмосферном происхождении отмеченных короткопериодических колебаний в движении полюса. Однако их окончательная интерпретация требует дальнейшего изучения.

В таблицах 2, 3 представлены результаты оценки средних квадратичных ошибок определений координат полюса, вычисленных по зна-

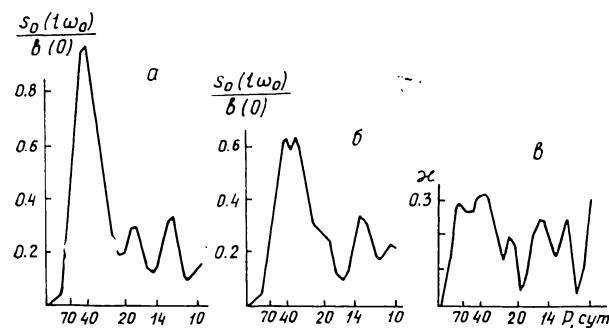


Рис. 2. Общий вид спектров остаточных уклонений для координат  $x$  полюса (а), координат  $y$  полюса (б) и спектра когерентности  $\chi$  ряда средних арифметических (в)

чениям дисперсий, полученным в разных вариантах на основе анализа: 1 — спектров остаточных уклонений  $\bar{z}_i$ ; (коэффициент сглаживания  $\epsilon = 10^{-6}$ ); 2 — дисперсий  $\Gamma^{kl}_i$ ; 3 — дисперсий Аллана  $\Gamma^{kl}_{\Lambda}$ ; 4 — дисперсий  $\Gamma^{kl}_{2L}$  ( $\epsilon = 10^{-6}$ ); 5, 6 — то же, что и 2, 3, но с учетом корреляций по формуле (11).

Таблица 2. Средние квадратичные ошибки определений ПВЗ (в 0.001"). Координата  $x$  полюса

Номер ряда	Код ряда	Вариант					
		1	2	3	4	5	6
1	ERP(CSR)85L07	1.8	3.2	2.2	1.7	5.7	3.2
2	ERP(DGFI)85L04	2.3	4.7	1.4	1.6	6.1	2.3
3	ERP(GAOUA)85L02	1.8	4.3	3.3	2.8	5.3	3.1
4	ERP(GRGS)85L01	6.6	12.2	3.4	1.1	7.4	2.4
5	ERP(NAL)85L02	2.1	4.2	2.0	1.8	6.1	2.5
6	ERP(SHA)85L01	2.5	7.4	2.8	2.8	8.3	3.2
7	ERP(UPAD)85L01	5.1	10.2	9.5	9.0	8.1	7.2
8	ERP(ZIPE)85L01	2.0	4.0	1.8	1.9	4.3	1.4

Таблица 3. Средние квадратичные ошибки определений ПВЗ (в 0.001"). Координата  $y$  полюса

Номер ряда	Код ряда	Вариант					
		1	2	3	4	5	6
1	ERP(CSR)85L07	1.0	6.0	2.4	1.9	2.9	3.7
2	ERP(DGFI)85L04	2.3	3.6	2.4	2.1	3.2	2.4
3	ERP(CAOUA)85L02	3.1	3.7	2.7	2.3	3.0	2.5
4	ERP(GRGS)85L01	6.7	5.7	4.1	3.6	6.0	3.7
5	ERP(NAL)85L02	1.7	2.2	1.8	1.3	2.4	2.6
6	ERP(SHA)85L01	2.6	7.1	4.2	3.5	4.9	4.3
7	ERP(UPAD)85L01	3.8	5.7	4.8	4.7	4.8	2.0
8	ERP(ZIPE)85L01	1.7	2.4	0.9	1.5	2.5	0.9

Из таблиц 2, 3 следует, что разные способы оценки точности рядов ПВЗ в случайном отношении дают несколько различающиеся результаты. Это обусловлено, с одной стороны, различием интервалов частот, в которых определены оценки, с другой — значительными корреляциями отдельных рядов ПВЗ (табл. 4). Эти оценки находятся в удовлетворительном согласии и показывают, что к наименее точным определениям ПВЗ относятся ряды 4 и 7. Учет корреляции приводит к некоторому сглаживанию различий точности рядов в случайном отношении.

**Таблица 4. Матрицы корреляционных коэффициентов  $\rho^{xy}$  (под главной диагональю — для координат  $x$  полюса, над главной диагональю — для координат  $y$  полюса)**

Номер ряда	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1.00	0.36	0.60	0.08	0.87	0.85	-0.93	-0.59
2	0.98	1.00	0.41	-0.06	0.24	-0.37	-0.23	0.60
3	0.48	0.29	1.00	-0.61	0.27	-0.15	-0.30	0.50
4	-0.06	-0.83	-0.78	1.00	-0.37	0.09	0.15	-0.44
5	0.99	0.98	0.40	-0.49	1.00	0.67	-0.84	-0.03
6	0.93	0.88	0.24	-0.55	0.89	1.00	-0.94	-0.76
7	-0.39	-0.23	-0.09	-0.87	-0.24	-0.24	1.00	-0.63
8	-0.33	0.23	0.97	-0.69	-0.14	-0.14	0.04	1.00

**Таблица 5. Средние квадратичные ошибки определений ПВЗ (в 0.001") в систематическом отношении**

Номер ряда	Код ряда	$\sqrt{s_x}$	$\sqrt{s_y}$	Номер ряда	Код ряда	$\sqrt{s_x}$	$\sqrt{s_y}$
1	ERP(CSR)85L07	1.1	0.8	5	ERP(NAL)85L02	1.0	0.5
2	ERP(DGFII)85L04	1.0	0.8	6	ERP(SHA)85L01	1.4	1.2
3	ERP(GAOUA)85L02	1.0	0.8	7	ERP(UPAD)85L01	2.5	1.8
4	ERP(GRGS)85L01	3.0	3.2	8	ERP(ZIPE)85L01	0.9	0.7

В качестве окончательных оценок точности рядов в случайном отношении мы выбрали оценки, полученные в первом варианте. Они использованы для построения объединенного ряда оценок ПВЗ в соответствии с (1), а во втором приближении получены оценки  $s^i$ . Оказалось достаточным выполнить три итерации. Окончательные оценки приведены в табл. 5.

Снова к наименее точным рядам (в систематическом отношении) следует отнести ряды 4 и 7. Данные таблиц 2, 3 и 5 представляют всю необходимую информацию для построения объединенного ряда определения ПВЗ по данным лазерной дальномерии.

- Федоров Е. П., Корсунь А. А., Майор С. П. и др. Движение полюса Земли с 1890.0 по 1969.0. — Киев : Наук. думка, 1972. — 264 с.
- Чолий В. Я. Сравнение различных реализаций земной системы координат, построенных по данным лазерной локации искусственных спутников Земли // Кинематика и физика небес. тел. — 1987. — 3, № 4. — С. 75—79.
- Яцків Я. С. Свободная нутация Земли по данным широтных наблюдений: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. — Киев, 1975. — 21 с.
- Яцків Я. С., Нурутдинов К. Х. Международный проект МЕРИТ (подготовка к основной кампании). — Киев, 1983. — 16 с. — (Препринт / АН УССР. Ин-т теорет. физики; ИТФ-83-94Р).
- B/I'H Аппи. Rep. for 1985. — Paris, 1986.
- Gray J. E., Allan D. W. A method for estimating the frequency stability of individual oscillator // 28th Annual Symp. on Frequency Control. — 1974. — P. 243.

7. Kołaczek B., Kosek W. Analysis of short periodical variations of pole coordinates determined by different techniques in the MERIT campaign // Proceedings of the international conference on Earth rotation and the terrestrial reference frame.—Columbus, Ohio: Dep. Geod. Sci. and Surv., Ohio State Univ., 1985.—Vol. 1.—P. 505—523.
8. Kołaczek B., Nastula J. Irregular variations of the pole motion during the MERIT campaign and in several previous years // Ibid.—P. 524—535.
9. Observational results on Earth rotation and reference systems / Ed. by M. Feissel.—Paris, 1986.—P. B-148.
10. Vondrák J. A contribution to the problem of smoothing observational data // Bull. Astron. Inst. Czech.—1969.—20, N 6.—P. 349—355.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР, Киев,  
Киев. ун-т им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию  
02.10.87