

УДК 523.4

Дифракционный механизм формирования оппозиционного эффекта яркости поверхностей со сложной структурой

Ю. Г. Шкуратов

Для объяснения усиления оппозиционного эффекта яркости при увеличении степени дисперсности среды предлагается использовать дифракционный механизм, в рамках которого оппозиционный эффект возникает за счет интерференции лучей, взаимодействующих с одними и теми же рассеивателями. При некоторых предположениях получены простые формулы, описывающие фазовую зависимость яркости в области эффекта оппозиции. Выполнено сопоставление результатов расчетов с данными лабораторной индикаторометрии.

DIFFRACTIONAL MODEL OF THE BRIGHTNESS SURGE OF COMPLEX STRUCTURE SURFACES, by Shkuratov Yu. G.—At present theoretical models do not describe an increase in the brightness surge with a decrease in the particle size of the complex structure surfaces. To overcome this difficulty the diffractional model of the brightness surge is suggested. According to the model the phenomenon is due to double interactions of light with the same scatterers. Simple formulae are obtained for the phase angle dependence of brightness at small phase angles. The theoretical data are compared with the experimental ones.

Введение. Существующие теоретические модели фазовой зависимости яркости безатмосферных космических тел и их лабораторных аналогов (например, [2, 4—6]) не объясняют один важный экспериментальный факт. Он состоит в том, что с уменьшением размера частиц до величин, сравнимых с длиной световой волны, происходит заметное усиление оппозиционного эффекта яркости [7]. Количественные данные для этой зависимости представлены в [3]. Таким образом, теневой механизм, на учете которого основаны модели [2, 4—6], по-видимому, не единственный, а возможно, и не главный механизм формирования оппозиционного эффекта. Мы полагаем, что в соответствующей теории этого эффекта должны учитываться дифракционные явления.

Поясним суть идеи аналогией с эффектом обратного рассеяния радиоволны в радиолокации [1]. Пусть имеется облако рассеивателей (рис. 1). Выберем два произвольных рассеивателя и предположим, что свет от точечного источника C , находящегося достаточно далеко, беспрепятственно попадает на рассеиватель 1, затем на рассеиватель 2 и наблюдателя H (сплошные линии). Если угол фазы α равен нулю, то оптические пути $C \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow H$ и $C \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow H$ равны и, следовательно, лучи, прошедшие по этим путям, будут интерферировать с усилением. Такая интерференция возможна не только для двукратного рассеяния (рис. 1, сплошные линии), но и для рассеяния более высокой кратности (штриховые). При $\alpha \neq 0$ пути $C \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow H$ и $C \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow H$ или $C \rightarrow 1' \rightarrow 2' \rightarrow H$ и $C \rightarrow 2' \rightarrow 1' \rightarrow H$ различны, и в этом случае интерференция будет приводить как к усилению, так и к гашению световых колебаний. Следовательно, при статистическом усреднении интенсивность рассеянного потока при $\alpha = 0$ должна быть выше, чем при других значениях. Выполним оценку этого эффекта.

Вывод формул. Рассмотрим скалярную задачу дифракции плоской монохроматической волны с единичной амплитудой (временной мно-

житель опущен) $u = \exp(-i \cdot 2\pi z \lambda^{-1})$ на системе, состоящей из N хаотично (некоррелированно) расположенных идентичных рассеивателей (здесь λ — длина световой волны). Если наблюдатель находится вне системы на достаточном удалении, то с помощью приближения двукратного рассеяния отраженную волну можно описать формулой

$$u_N = u \left[\sum_{\rho}^N Q_{\rho} \exp(-i\Phi_{\rho}) + \sum_{\nu \neq \mu}^N Q_{\nu, \mu} \exp(-i\chi_{\nu, \mu}) \right], \quad (1)$$

где Q_{ρ} и $Q_{\nu, \mu}$ — амплитудные коэффициенты, характеризующие однократное и двукратное рассеяние; Φ_{ρ} — фаза волны, пришедшей к наблюдателю от

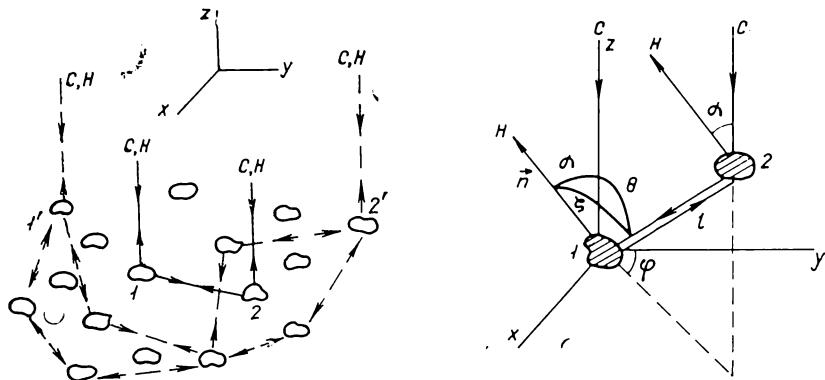


Рис. 1. Схема интерференционного усиления обратного рассеяния

Рис. 2. Система координат и обозначения, используемые при расчете сдвига фаз лучей, идущих по путям $C \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow H$ и $C \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow H$

ρ -го рассеивателя; $\chi_{\nu, \mu}$ — фаза волны, пришедшей к наблюдателю после рассеяния на ν - и μ -м рассеивателях. В силу идентичности рассеивателей $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_{\rho} = \dots = Q_N = Q$. Таким образом, Q выносится за знак суммы. Значение $Q_{\nu, \mu}$ зависит от взаимного расположения рассеивателей в пространстве и прежде всего от расстояния между ними.

Перепишем второе слагаемое в формуле (1), выделяя в явном виде разности фаз при распространении света по путям $C \rightarrow \nu \rightarrow \mu \rightarrow H$ и $C \rightarrow \mu \rightarrow \nu \rightarrow H$:

$$\sum_{\nu \neq \mu}^N Q_{\nu, \mu} \exp(-i\chi_{\nu, \mu}) = 0.5 \sum_{\tau}^M Q_{\tau} \exp(-i\chi_{\tau}) [1 + \exp(-i\delta\chi_{\tau})]. \quad (2)$$

В этой формуле индексом τ нумеруем все возможные пары ν и μ при $\nu \neq \mu$, $M = N(N - 1)/2$, величина $\delta\chi_{\tau} = \chi_{\nu, \mu} - \chi_{\mu, \nu}$ обозначает коммутатор фаз. С помощью формулы Эйлера нетрудно показать, что в приближении (1) интенсивность рассеянного светового потока можно представить выражением

$$I \equiv u_N u_N^* = I_1 + I_{1,2} + I_2, \quad (3)$$

где

$$I_1 = Q^2 \left[N + 2 \sum_{\rho \neq \sigma}^N \sum_{\nu}^N \cos(\Phi_{\rho} - \Phi_{\sigma}) \right]; \quad I_{1,2} = 2Q \sum_{\rho}^N \sum_{\tau}^M Q_{\tau} \cos(\Phi_{\rho} - \chi_{\tau}); \quad (4)$$

$$I_2 = \sum_{\tau}^M Q_{\tau}^2 \cos^2 \left(\frac{\delta\chi_{\tau}}{2} \right) + 2 \sum_{\omega \neq \eta}^M Q_{\omega} Q_{\eta} \cos(\chi_{\omega} - \chi_{\eta}).$$

Если размер системы рассеивателей намного больше длины световой волны, то усреднение по ансамблю частиц дает

$$\langle I_1 \rangle = Q^2 N; \quad \langle I_{1,2} \rangle = 0; \quad \langle I_2 \rangle = M \left\langle \sum_{\tau}^M Q_{\tau}^2 \cos^2 \left(\frac{\delta \chi_{\tau}}{2} \right) \right\rangle. \quad (5)$$

Таким образом, при достаточно больших N справедлива формула

$$\langle I \rangle = \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle \approx Q^2 N \left[1 + \frac{N}{2Q^2} \left\langle \sum_{\tau}^M Q_{\tau}^2 \cos^2 \left(\frac{\delta \chi_{\tau}}{2} \right) \right\rangle \right]. \quad (6)$$

Далее используем следующий предельный переход:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} N \left\langle \sum_{\tau}^M Q_{\tau}^2 \cos^2 \left(\frac{\delta \chi_{\tau}}{2} \right) \right\rangle = n J(\alpha), \quad (7)$$

где

$$J(\alpha) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} dl \left\{ \tilde{Q}(\varphi, \theta, l, \alpha) \cos \left[\frac{\delta \chi(\varphi, \theta, l, \alpha)}{2} \right] \right\}^2 l^2 \sin \theta. \quad (8)$$

Здесь \tilde{Q} и $\delta \chi$ — непрерывные аналоги соответственно Q_{τ} и $\delta \chi_{\tau}$; n — объемная концентрация рассеивателей; l , θ и φ — сферические координаты; α — угол фазы (рис. 2).

Из формул (6) — (8) можно получить следующее выражение для фазовой функции $f(\alpha)$:

$$f(\alpha) \equiv \frac{\langle I(\alpha) \rangle}{\langle I(0) \rangle} = \frac{1 + \frac{n}{2Q^2} J(\alpha)}{1 + \frac{n}{2Q^2} J(0)}. \quad (9)$$

Вычислим $J(\alpha)$. Для этого необходимо иметь в явном виде выражения для $\delta \chi$ и \tilde{Q} . Рассогласование фаз лучей, идущих по путям $C \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow H$ и $C \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow H$, легко определить из геометрических соображений (рис. 2):

$$\delta \chi = 2\pi/l\lambda^{-1} (\cos \zeta - \cos \theta), \quad (10)$$

т. е.

$$\delta \chi = 2\pi/l\lambda^{-1} [\sin \theta \cos \varphi \sin \alpha - \cos \theta (1 - \cos \alpha)]. \quad (11)$$

С функцией $\tilde{Q} = \tilde{Q}(\varphi, \theta, l, \alpha)$ сложнее. Предположим для простоты, что рассеиватели имеют сферическую индикаторису и поле каждого из них можно аппроксимировать полем точечного рассеивателя. Тогда

$$\tilde{Q}^2 = Q^4 g(l)/l^2, \quad (12)$$

где Q (как отмечалось) — амплитудный коэффициент, характеризующий однократное рассеяние; $g(l)$ — функция, описывающая вероятность достижения светом (при его распространении в системе рассеивателей) некоторой точки пространства, удаленной на расстояние l от начальной точки. Вид функции $g(l)$ в зависимости от условий задачи может быть разным, но она должна достаточно быстро убывать на бесконечности, чтобы обеспечить сходимость интеграла по l в формуле (8).

Рассмотрим следующий случай:

$$g(l) = \exp(-l/L_1). \quad (13)$$

Это функция ослабления прямого излучения в среде с дискретными рассеивателями. Величина L_1 — характерное расстояние, которое, согласно [4], может быть выражено через размер рассеивателей r и их пространственную концентрацию ξ :

$$L_1 = -4r/[3 \ln(1 - \xi)]. \quad (14)$$

По определению, ξ — число частиц в объеме, равном объему одной частицы. Подстановка формулы (13) в выражение для $J(\alpha)$ и интегрирование по l дают

$$J(\alpha) = \frac{Q^4 L_1}{2} \left\{ 4\pi + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{1 + 4\pi^2 L_1^2 \lambda^{-2} [\sin \theta \cos \varphi \sin \alpha - \cos \theta (1 - \cos \alpha)]^2} \right\}. \quad (15)$$

Здесь можно выполнить интегрирование по φ (соответствующее выражение не представлено из-за его громоздкости), однако последнее интегрирование по θ все равно осуществляется только численно, поэтому, если мы хотим получить достаточно простые оценочные выражения, необходимо несколько упростить задачу. Рассмотрим только малые углы фаз. Разложим $\sin \alpha$ и $1 - \cos \alpha$ по степеням α и оставим в формуле (15) члены не выше первой степени. Тогда

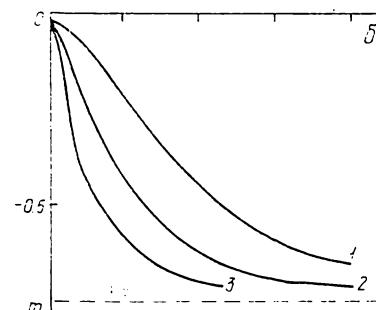
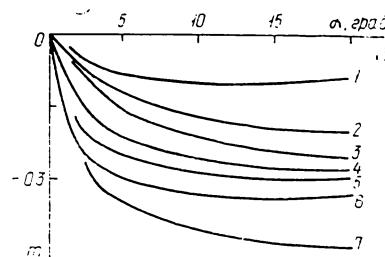


Рис. 3. Результаты расчетов зависимости $m(\alpha)$ по формулам дифракционной модели оппозиционного эффекта яркости: a — по формуле (19); номера кривых обозначают комбинации значений параметров R , ξ , a : 1—4 %, 0,5, 25; 2—10 %, 0,7, 25; 3—10 %, 0,5, 12,5; 4—10 %, 0,5, 25; 5—10 %, 0,5, 50; 6—10 %, 0,3, 25; 7—16 %, 0,5, 25; b — расчет по формулам (26) и (27) для следующих значений параметра L_2/λ : 1—4; 2—8; 3—16 (штриховой линией показан уровень, к которому стремятся асимптотически при больших α все расчетные кривые)

$$J(\alpha) = \frac{Q^4 L_1}{2} \left\{ 4\pi + \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{1 + (2\pi L_1 \alpha \lambda^{-1} \sin \theta \cos \varphi)^2} \right\}. \quad (16)$$

Отсюда следует

$$J(\alpha) = 2\pi Q^4 L_1 [1 + (7/6)/\sqrt{1 + (2\pi L_1 \alpha \lambda^{-1})^2}], \quad (17)$$

а значит,

$$f(\alpha) = \left\{ 1 - \pi \frac{R\xi}{\ln(1-\xi)} \left[1 + \frac{7}{6 \sqrt{1 + \left(\frac{4\alpha}{3\ln(1-\xi)} \right)^2}} \right] \right\} \times \left[1 - \frac{13\pi R\xi}{6 \ln(1-\xi)} \right]^{-1}, \quad (18)$$

где $R = Q^2/S$ — коэффициент отражения; S — площадь поперечного сечения рассеивателя; $a = 2\pi r/\lambda$ — его волновой параметр. При достаточно малых значениях R (или достаточно больших ξ) формулу (18) можно представить (в звездных величинах) в виде

$$m(\alpha) = 2.5 \lg f(\alpha) \approx 4 \frac{R\xi}{\ln(1-\xi)} \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{4\alpha}{3\ln(1-\xi)} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\}. \quad (19)$$

Формулы (18) и (19) хорошо отражают «резонансную» природу описываемого механизма формирования оппозиционного эффекта яркости. Действительно, при $r/\lambda \ll 1$ и при $r/\lambda \gg 1$ зависимости $f(\alpha)$ и $m(\alpha)$

вырождаются в константу. Только когда $r \sim \lambda$, наблюдается привычный ход фазовой функции (рис. 3). При этом крутизна зависимости увеличивается с увеличением альбедо и уменьшением объемной концентрации рассеивателей. Величина оппозиционного эффекта в общем соответствует наблюданной у безатмосферных космических тел и некоторых образцов при лабораторных измерениях (при расчетах мы не учитывали обычный теневой эффект).

Рассмотрим другой пример вычисления фазовой функции $f(\alpha)$. Этот пример менее строг в отношении различных допущений, однако он представляет интерес как попытка приблизенно учесть вклад многократного рассеяния в описываемом механизме. Допустим, имеется сплошная полубесконечная рассеивающая среда с плоской границей (поверхностью), по нормали к которой падает свет от точечного источника, и пусть рассеиватели 1 и 2 (рис. 1) теперь обозначают точки входа и выхода света из среды. Предположим, что при $\alpha \neq 0$ рассогласование фаз лучей, идущих по путям $C \rightarrow 1' \rightarrow 2' \rightarrow H$ и $C \rightarrow 2' \rightarrow 1' \rightarrow H$, по-прежнему обусловлено только взаимным расположением точек $1'$ и $2'$. Поскольку мы считаем, что эти точки, расстояние между которыми l , лежат в плоскости xy , то

$$\delta\chi = 2\pi l \lambda^{-1} \sin \alpha \cos \varphi. \quad (20)$$

Процесс распространения света по путям $1' \rightarrow 2'$ и $2' \rightarrow 1'$ статистически включает все кратности рассеяния, в том числе и однократное (при этом $l=0$, т. е. точки $1'$ и $2'$ совпадают). Опишем вероятность выхода света из среды в данной точке поверхности при условии, что точка входа расположена на расстоянии l , функцией Гаусса

$$g(l) = \exp(-l^2/L_2^2), \quad (21)$$

где L_2 — характерный размер пятна рассеяния. По сути функция $g(l)$ в рассматриваемом случае есть функция иррадиации точки, которая известна в теории фотографии. Из практики астрофотографии известно, что эта функция (изображение звезды на фотопластинке) хорошо аппроксимируется гауссианой. Такая аналогия подсказала нам вид формулы (21). Величина L_2 — функция прозрачности среды и характеристики ее оптической гетерогенности, в частности концентрации и размера рассеивателей. К сожалению, в общем случае выражение для L_2 неизвестно, поэтому используем эту величину как самостоятельный параметр.

Учитывая сделанные допущения, можно представить выражение для $J(\alpha)$:

$$J(\alpha) \propto \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty dl \exp(-l^2/L_2^2) \cos^2(l\pi\lambda^{-1} \sin \alpha \cos \varphi). \quad (22)$$

Отсюда следует

$$J(\alpha) \propto 2\pi + \int_0^{2\pi} d\varphi \exp[-(L_2\pi\lambda^{-1} \sin \alpha \cos \varphi)^2], \quad (23)$$

и далее

$$J(\alpha) \propto 1 + \exp(-Z) I_0(Z), \quad (24)$$

где $Z = 0.5 (L_2\pi \sin \alpha \lambda^{-1})^2$.

В формуле (24) через I_0 обозначена модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Ее разложение в степенной ряд имеет вид

$$I_0(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} [(Z/2)^k / k!]^2. \quad (25)$$

Тогда при $Z \leq 3$ имеем с погрешностью не более 5 %

$$f(\alpha) = \frac{1}{2} \left[1 + \exp(-Z) \left(1 + \frac{Z^2}{4} + \frac{Z^4}{64} + \frac{Z^6}{2304} \right) \right]. \quad (26)$$

Можно показать, что для больших Z справедливо разложение

$$f(\alpha) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{2\pi Z}} \left(1 + \frac{1}{8Z} + \frac{9}{2(8Z)^2} + \frac{75}{2(8Z)^3} + \dots \right) \right]. \quad (27)$$

Для примера на рис. 3, б представлены (в звездных величинах) результаты расчетов по формулам (26) и (27) при различных L_2 . Из

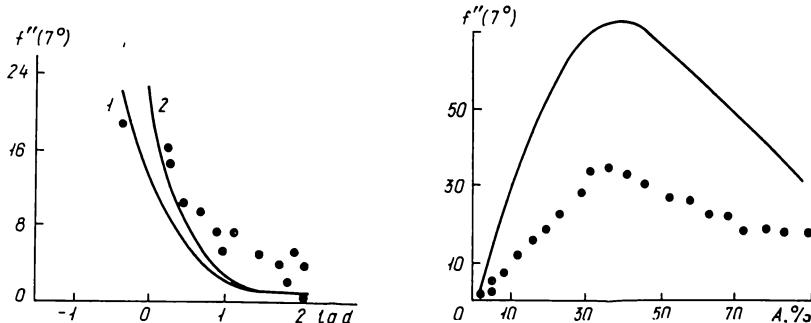


Рис. 4. Зависимость $f''(7^\circ)$ от размера частиц. Точки — данные лабораторных измерений различных фракций порошка прозрачного стекла ВС-7. Альбедо всех фракций примерно постоянно и составляет около 90 %. Кривая 1 соответствует $\xi = 2 \cdot 10^{-3}$ $r + 0.3$ (r выражено в микрометрах); кривая 2 — $\xi = 0.5$. В формуле (18) принималось $R = 90 \%$

Рис. 5. Зависимость $f''(7^\circ)$ от альбедо. Точки — данные лабораторных измерений смеси порошков сажи и MgO при различном соотношении компонентов. Кривая — зависимость, рассчитанная по формулам (26), (27)

сравнения рис. 3, а, б видно, что несмотря на существенно различный вид функций $g(l)$, которые использовались для расчетов зависимостей $m(\alpha)$, отмечается качественное сходство данных.

Сопоставление расчетных данных с результатами лабораторных измерений. Несмотря на то что предлагаемый подход имеет приближенный характер и, в частности, в нем не учитывается обычный теневой механизм формирования фазовой зависимости яркости, интересно хотя бы на качественном уровне сопоставить результаты расчетов с экспериментальными данными.

Прежде всего следует убедиться в том, что теория предсказывает усиление оппозиционного эффекта по мере уменьшения размеров частиц светорассеивающей поверхности. В [3] в качестве численной характеристики эффекта оппозиции предлагается использовать вторую производную $f''(\alpha)$ в точке максимального излома фазовой кривой, т. е. при таком α_0 , когда $f'' = f''_{\max}$. Для сопоставлений взяты данные лабораторных индикатометрических измерений, часть из которых опубликована в [3]. При этом принималось, что $\alpha_0 = 7^\circ$. Расчет $f''(7^\circ)$ по экспериментальным и теоретическим данным проводился в конечных разностях с помощью выражения

$$f''(7^\circ) = 10^3 [f(2^\circ) + f(12^\circ) - 2f(7^\circ)]/[5f(7^\circ)]. \quad (28)$$

Для вычислений использовалась формула (18). Результаты представлены на рис. 4. Кривая 2 получена в предположении, что при изменении размера частиц образца пористость остается постоянной (в данном случае $\xi = 0.5$). Кривая 1 построена с учетом уменьшения пористости образца при уменьшении размера частиц. Для иллюстрации

этого эффекта использовался линейный закон $\xi = a_1 r + b_1$. Из рис. 4 видно неплохое совпадение расчетных и измерительных данных.

В ходе лабораторных индикатометрических измерений мы обнаружили выраженную двузначную зависимость величины $f''(7^\circ)$ от альбедо поверхности (рис. 5). При этом была уверенность в том, что образцы, обладающие различным альбедо, имеют близкие размеры частиц и пористость. Естественно думать, что увеличение альбедо рассеивающей поверхности ведет к увеличению размера пятна рассеяния L_2 . Допуская это, мы попытались рассчитать по формулам (26) и (27) зависимость $f''(7^\circ)$ от A , полагая, что величины L_2 и A связаны между собой линейно: $L_2 = a_2 A + b_2$. Если принять $a_2 = 0.2$ и $b_2 = 1.6$, получим зависимость $f''(7^\circ)$ от A , по виду довольно сходную с наблюдаемой в эксперименте (рис. 5).

Некоторые следствия теории. Представленные результаты дают основание для следующего вывода. У сред, состоящих из крупных рассеивателей (или рассеивателей, отделенных большими расстояниями) оппозиционный эффект не наблюдается, вероятно, потому, что он сосредоточен в слишком узком диапазоне углов фаз, близких к нулю. Действительно, в реальной ситуации мы никогда не наблюдаем фазового угла, равного нулю (хотя бы из-за конечности угловых размеров источника света — Солнца, искусственного осветителя). Следовательно, в случае очень узкого оппозиционного пика яркости мы можем по условиям эксперимента не достичь достаточно малого фазового угла (чтобы этот пик начал проявляться) или пик в силу конечности угловых размеров осветителя будет «размазан» по некоторому диапазону углов фаз. Тем самым его амплитуда станет значительно меньше той, которая есть на самом деле.

Таким образом, вопреки устоявшемуся мнению, оппозиционный эффект яркости — не только характеристика исследуемой поверхности, это также (иногда в значительно большей степени!) характеристика условий эксперимента, будь то наблюдения космических тел или лабораторные измерения. Следствием этого может быть астрофизический эффект: усиление оппозиционного избытка яркости небесных тел по мере удаления от Солнца. Для проверки этого эффекта нужны ряды фотометрических наблюдений безатмосферных космических тел от Меркурия до, возможно, Плутона в области углов фаз менее 1° . К сожалению, пока надежных данных такого рода весьма мало.

В заключение отметим следующее. Предварительные оценки показали, что обобщение рассматриваемого дифракционного механизма на векторный случай (учет поляризации) не только приводит к качественно тем же результатам по оппозиционному эффекту, но и позволяет понять существование (рассчитать) отрицательной поляризации света, свойственной поверхностям безатмосферных космических тел. Развитию этого результата будет посвящена специальная работа.

1. Кравцов Ю. А., Саичев А. И. Эффекты двукратного прохождения волн в случайно-неоднородных средах // Успехи физ. наук.— 1982.— 137, вып. 3.— С. 501—527.
2. Шкуратов Ю. Г. Модель оппозиционного эффекта яркости безатмосферных космических тел // Астрон. журн.— 1983.— 60, вып. 5.— С. 105—108.
3. Шкуратов Ю. Г. О природе оппозиционного эффекта яркости и отрицательной поляризации света твердых космических поверхностей // Астрон. циркуляр.— 1985.— № 1400.— С. 3—6.
4. Hapke B. Bidirectional reflectance spectroscopy. 4. The extinction coefficient and the opposition effect // Icarus.— 1986.— 67, N 2.— P. 264—280.
5. Irvine W. M. The shadowing effect in diffuse reflection // J. Geophys. Res.— 1966.— 71, N 12.— P. 2931—2937.
6. Lumme K., Bowell E. Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. I. Theory // Astron. J.— 1981.— 86, N 11.— P. 1694—1704.
7. Oetking P. Photometric studies of diffusely reflecting surfaces with applications to the brightness of the Moon // J. Geophys. Res.— 1966.— 71, N 10.— P. 2505—2513.

Астрон. обсерватория
Харьков. ун-та им. А. М. Горького

Поступила в редакцию 11.05.87,
после доработки 11.12.87