УДК 523.64

О межпланетных стабильных многопоясных резервуарах кометных тел

Ю. К. Гулак

Результаты численного (ЭВМ) моделирования эволюции кометных орбит сопоставлены с расположениями комет, предвычисленными на основе предложенной автором статистической теории стабильных изоэнергетических комплексов. Полученные данные позволяют предположить, что эти комплексы и межпланетные многопоясные резервуары длительных застоев комет — родственные (если не одни и те же) образования стабильных структур Солнечной системы.

ON THE STABLE MULTI-BELT INTERPLANETARY RESERVOIRS OF COMETARY BODIES, by Gulak Yu. K.— The results of computer simulation of the cometary orbit evolution are compared with the positions of comets calculated on the basis of the author's statistical theory of stable isoenergetic complexes. The data obtained permit suggesting that the complexes and the multi-belt interplanetary reservoirs of comets are allied (or the same) formations of stable structures of the solar system.

За последние 20 лет представления о происхождении короткопериодических комет, о роли захватного механизма и его сущности претерпели значительные изменения. Краткий, но достаточно полный обзор публикаций по проблеме сделан в работе [9]. Сейчас все настойчивее подчеркивается роль внешних планет не только как «возмутителей», но в определенном смысле и «хранителей» замороженных реликтовых кометных тел — кометоидов. Все чаще обращается внимание на сходство кометоидов и астероидов как объектов, совершающих космогонически длительное движение в зоне больших планет при их коллективных взаимодействиях.

Критически анализируя представление об облаке Оорта как единственном источнике короткопериодических комет, исследователи московской школы [11] отмечают его недостаточную обоснованность. Они приводят доказательства того, что между орбитами больших планет располагается многопоясной резервуар реликтовых кометных тел, аналогично существующему поясу астероидов вблизи «самого» Юпитера. По мнению авторов, этот вывод не вызывает затруднений, присущих как захватной, так и эруптивной гипотезе. Они приходят к заключению о назревшей необходимости нового теоретического построения, «...так как почти все компоненты его (порознь) уже ряд лет фигурируют в литературе» [11, с. 3].

В этой связи следует отметить фундаментальные исследования Е. И. Казимирчак-Полонской [7—9], разработавшей численную небесно-механическую теорию захвата комет внешними планетами и методы реализации ее на ЭВМ. Тщательно рассматривая эволюцию оскулирующих орбит многих кометоидов (включая фазу наблюдаемой кометы) в межпланетном пространстве в интервале 1660—2060 гг. и убеждаясь в огромной роли внешних планет в трансформации этих орбит, она формулирует выводы принципиальной значимости [9, с. 412—413]. Среди них утверждение о том, что между орбитами внешних планет простираются обширные резервуары с множеством невидимых с Земли комет, ожидающих на протяжении очень длительных интервалов времени «...своей очереди захвата этими планетами». Такие резервуары веками и тысячелетиями заполнялись кометами в результате диффузии, а также вследствие их захвата отдаленными от Солнца планетами. Процесс захвата представляет собой сочетание или чередование эволюционного и катастрофического развития с временным преобладанием той или иной стадии и с периодами длительных застоев в том или ином кометном резервуаре.

Сопоставляя два отмеченных подхода к проблеме происхождения комет, можно констатировать их единство в решении принципиального вопроса о существовании межпланетных «хранилищ» (поясов, резервуаров) кометных тел. К подобному заключению мы пришли на основе статистической теории распределения твердого гравитирующего вещества в космических планетарных системах. В настоящее время эта теория наиболее полно изложена в [5, 6], а ее сущность, касающаяся интересующей нас проблемы, коротко состоит в следующем.

Назовем пространством начальных условий (ПНУ) движения множество независимых между собой и не связанных временем шести элементов, представленных тремя координатами ξ_i и составляющими скорости $\dot{\xi}_j$, арифметизированное 6-мерной системой координат $\xi_i 0 \dot{\xi}_j$ $(i, j = 1, 2, 3)$; в общем случае значения каждого из элементов образуют непрерывный континуум.

Каждой кеплеровой орбите соответствует одна точка ПНУ $(\xi_i, \dot{\xi}_j)$, которую будем называть точкой-орбитой. Справедливо и обратное утверждение. Неподвижность точки-орбиты соответствует невозмущенному движению частицы; перемещение $(\xi_i, \dot{\xi}_j)_{\mathrm{I}} \Rightarrow (\xi_i, \dot{\xi}_j)_{\mathrm{II}}$ — непрерывное преобразование начальной орбиты I в конечную II, т. е.— возмущенное движение. Метод Лагранжа аппроксимации возмущенных движений подбором оскулирующих орбит по существу представляет собой то же перемещение точки-орбиты. Цель этого метода — традиционная для небесной механики: упорядочить перемещение точки-орбиты во времени и на данной основе решить задачу о движении отслеживаемого тела. Нас интересует устойчивость планетарной системы безотносительно к механизмам и даже причинам, вызывающим разрушение системы.

Систему, состоящую из неточечного притягивающего центра и его многих спутников, назовем планетарной, если основным видом взаимодействия последних с центральным телом будет ньютонова сила. Такую систему считаем устойчивой, если точки апсид всех оскулирующих кеплеровых эллипсов, дугами которых представляются траектории возмущенного движения ее тел-спутников, всегда расположены в наперед заданной для системы области, ограниченной со стороны больших и малых расстояний от притягивающего центра сферическими (в первом приближении) концентрическими поверхностями конечных радиусов r_g и r_0.

Обычно кеплерова орбита представляется уравнением

$$r = \frac{P}{1 + e\cos\varphi}; \qquad P = \frac{K_v^2}{\mu} = \frac{|[\mathbf{r}\cdot\mathbf{V}]|^2}{\mu}; \qquad e\cos\varphi = \frac{(\mathbf{D}\cdot\mathbf{r})}{\mu r},$$

где K_v — модуль удельного кинетического момента частицы, определяемый на множестве орбитальных координат x_i и составляющих скорости $\dot{x}_j$; $\mu = GM$, а G и M соответственно постоянная тяготения и масса центрального тела; $\mathbf{D}$ — постоянный вектор интеграла Лапласа. K_v^2 можно представить однородной симметричной положительно определенной квадратичной формой

$$K_v^2 = \sum_{i,j=1}^{3} (\delta_{ij}V^2 - \dot{x}_i\dot{x}_j)\, x_i x_j, \tag{1}$$

где $V^2 = \sum_{j=1}^{3} \dot{x}_j^2$, а δ_{ij} — символ Кронекера. Форму (1), определяемую на множестве начальных условий, назовем функцией состояния

$$\psi(\xi_i, \dot{\xi}_j) = \sum_{i,j=1}^{3} (\delta_{ij}V_\xi^2 - \dot{\xi}_i\dot{\xi}_j)\,\xi_i\xi_j; \qquad \Delta_\xi\psi = 4V_\xi^2; \qquad \Delta_\xi = \sum_{1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial\xi_i^2}. \tag{2}$$

Так как при движении по кеплеровой орбите момент скорости остается неизменным, то любая точка орбиты, взятая за начальную, приведет к тому же значению $K_v^2(x_i, \dot{x}_j) = \psi(\xi_i, \dot{\xi}_j)$. Поэтому

$$\psi(\xi_i\, \dot{\xi}_j)/K_v^2 = 1. \tag{3}$$

Запишем интеграл энергии частицы массы m, определив его на множестве начальных условий,

$$\sum_{1}^{3} \dot{\xi}_j^2 - \frac{2}{m}(E_\xi - \Pi_\xi) = 0. \tag{4}$$

Так как при движении по кеплеровой орбите полная энергия, как и момент скорости K_v, сохраняется, то по аналогии с (3) можно записать $E_\xi = E$, где E — полная энергия частицы, заданная на множестве орбитальных величин x_i, $\dot{x}_j$. Тогда перепишем (4)

$$\sum_1^3 \dot{\xi}_j^2 - \frac{2}{m}(E - \Pi_\xi) = 0.$$

Умножим и разделим второй член на m, затем его же умножим на безразмерную единицу (3), а вместо первой суммы подставим ее значение из (2). Учитывая, что в знаменателе второго члена $m^2 K_v^2 = K^2$, а K^2 — квадрат кинетического момента, заданный на множестве орбитальных величин, окончательно получаем

$$\Delta_\xi \psi - \frac{8m}{K^2}(E - \Pi_\xi)\psi = 0. \tag{5}$$

В уравнении (5) полная энергия и кинетический момент определены на множестве орбитальных величин, тогда как дифференцируемая функция ψ и потенциальная энергия Π_ξ определяются на множестве начальных условий. Поэтому E и K в (5) можно рассматривать как постоянные параметры, играющие роль факторов, контролирующих изменение независимых переменных ξ_i и $\dot{\xi}_j$ через функцию состояния. Так как нас интересуют устойчивые системы с определенными не изменяющимися в течение длительного времени, т. е. стационарными, граничными условиями

$$E_{0g} = -\frac{\mu}{r_g + r_0}; \qquad K_{0g}^2 = \frac{2\mu r_g r_0}{r_g + r_0}; \qquad \left(\frac{2E}{K^2}\right)_{0g} = \frac{1}{r_g r_0} = \frac{1}{a_0^2}, \tag{6}$$

то последние, будучи подставленными в (5), окажутся постоянно наложенными на всевозможные движения постоянных спутников. Решение (5) при заданных граничных условиях позволит выяснить, как изменяется функция состояния в зависимости от положения точки-орбиты в объеме начальных условий, занятом устойчивой системой. Это приведет к выявлению той части начальных условий, при которых может наступать состояние неустойчивости планетарной системы. На этой же основе можно будет судить и о тех начальных условиях, которые представят устойчивые состояния, т. е. будут описывать возможное распределение вещества спутников, постоянно удерживаемых в системе центральным телом.

Для решения (5) воспользуемся сферической системой координат, представив в ней оператор Δ_ξ и функцию состояния ψ $(r,\ 0,\ \lambda) = R(r)\cdot\Theta(\theta)\cdot\Lambda(\lambda)$. Способ решения аналогичного уравнения изложен в каждом руководстве по квантовой теории. Математическое отличие состоит в том, что в устойчивых системах расстояние от притягивающего центра r не может принимать нулевых и бесконечно больших значений. Поэтому вместо обычной асимптотики $(r \to 0,\ r \to \infty)$ при решении стационарного уравнения для радиальной части функции состояния

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} - \frac{8m}{K^2}\left[E - \Pi + \frac{l(l+1)K^2}{8mr^2}\right]R = 0, \quad l = 0, 1, 2, \ldots \tag{7}$$

мы используем граничные условия (6), начиная поиск с установления характера поведения функции $R(r)$ у границ системы. Полное решение имеет вид $R = \exp(-\gamma r)\sum\limits_\nu a_\nu r^{i+\nu}$, где $\gamma = 2/a_0$, i — подлежащая определению начальная степень ряда.

Таким образом, мы приходим к заключению, что в устойчивых планетарных системах постоянные спутники распределяются по дискретным кольцевым поясам, середины которых располагаются на расстояниях (радиусах характерных окружностей поясов)

$$a_n = na_0/2; \qquad E_n = -\mu/(na_0); \qquad n = 2, 3, \ldots, n_r + 1; \qquad n_r = r_g/a_0, \tag{8}$$

а границы отстоят от середин на $\pm a_0/4$. Поскольку при установившемся движении (стабильном состоянии) оскулирующие орбиты спутников, принадлежащих к отдельному поясу, не выходят за границы пояса, то в нем, как в стоячей волне, сохраняются запасенные полная энергия, кинетический момент и др.; мы называем эти пояса изоэнергетическими комплексами.

Теория не накладывает конкретных ограничений на размеры, массу и форму отдельных спутников, заполняющих энергетический комплекс. Но (в первом приближении) они должны быть равноинертными, равноподатливыми, одинаково реагирующими на действие внутренних и внешних сил, в том числе негравитационного происхождения. Иными словами, постоянные спутники в пределах своего энергетического комплекса должны мало различаться по основным механическим характеристикам. Не накладываются ограничения и на размеры центральных тел, но элемент линейной соизмеримости оказывается функцией их массы.

Таблица 1. **Неустойчивые и стабильные состояния кометы Веста — Когоутека — Икемуры**

Интервал, годы	Длительность, лет	a, $a_c \pm \Delta a$, а.е.	$a_n \pm \Delta a$, а.е.	n
1660—1718	58	7.73±0.01	7.70±0.07	54
1718—1723	5	7.75—7.79—7.64		
1723—1802	79	7.55±0.02	7.55±0.07	53
1844	42	7.40	7.41±0.07	52
1864	20	7.58	7.55±0.07	53
1864—1865	1	7.58—9.05		
1865—1887	22	9.00±0.05	8.98±0.07	63
1887—1917	30	8.86	8.84±0.07	62
1970	53	9.14	9.12±0.07	64
1970—1974	4	9.14—15.66—3.28—3.35		
1974—2054	80	3.41±0.06	3.42±0.07	24
2054—2055	1	3.40±3.23		
2055—2060	5	3.26±0.02	3.28±0.07	23

Полученные теоретически формулы и большинство сделанных на их основе и опубликованных ранее прогнозов относительно распределения астероидов, метеорного вещества, спутников планет, их колец уже оправдались не только на качественном, но и на количественном уровне [1—4 и др.]. При этом для Солнечной системы, о которой идет речь, $a_0 = 0.285\ 09$ а. е.

Среди прогнозов, сделанных нами еще до 1964 г. на основе развитой к тому времени теории, был и такой: между орбитами Юпитера и Сатурна, а также между орбитами остальных внешних планет должны существовать мощные астероидные кольца. Особый интерес может представить наибольший интервал между Ураном и Нептуном. Возможно, что из этих поясов черпаются кометные тела, составляющие группы Юпитеровых и Сатурновых семейств. Этот же прогноз опубликован в [2], а его сокращенный вариант (только для астероидов) в [1]. Есть предпосылки к тому, что, возможно, оправдается и «кометная» часть.

Обратимся к довольно подробным сведениям об эволюции орбиты одного из характерных объектов — кометы Веста — Когоутека — Икемуры (ВКИ) с 1660 по 2060 г. [8]. За это время большая полуось оскулирующей орбиты изменялась в пределах $3.23 \leqslant a \leqslant 15.66$ а. е. Но из 400 лет орбита оставалась относительно стабильной (при разных a возмущения Δa не превышали 0.06 а. е.) в течение 389 лет — это сумма тех «периодов длительного застоя», когда, согласно Е. И. Казимирчак-Полонской [9], кометоид оставался в межпланетных кометных резервуарах. В остальные 11 лет мощные возмущения от Юпитера и Сатурна заставляли его «метаться» по разным районам Солнечной системы — расстояния от Солнца точек апсид оскулирующих эллипсов изменялись в пределах $1.13 \leqslant r \leqslant 26.55$ а. е.

В табл. 1 приведены сведения об изменениях большой полуоси оскулирующей орбиты. В первой графе таблицы показаны интервалы пребывания кометоида в состояниях длительных застоев в межпланетных резервуарах и сменяющих их быстрых возмущений, когда кометоид попадал в сферу действия Юпитера или Сатурна; во второй — продолжительность пребывания кометоида в соответствующем состоянии. В третьей графе даны сведения о большой полуоси оскулирующей орбиты. При этом в [8] выделяются три ситуации: 1 — движение кометоида в течение всего периода было таким, что большая полуось оскулирующей орбиты оставалась практически неизменной. В этом случае в [8] приводится одно значение a, которое представлено в табл. 1 (например, 1844 г.); 2 — за время пребывания кометоида в резервуаре отмечались небольшие возмущения полуоси, и в [8] приведено несколько значений a. В таких случаях в нашей таблице дано среднее значение $a_c = (a_{max} + a_{min})/2$ и отмечены пределы возмущения полуоси $\pm \Delta a$ (например, 1660—1718 гг.); 3 — ситуация быстрых и больших возмущений большой полуоси. При этом или отмечалось монотонное возмущение Δa, или значение полуоси проходило через экстремальный размер. В первом случае в табл. 1 указываются значения a в начале и конце периода (например, 1864—1865 гг.), во втором — добавляется третье, экстремальное значение a (1718—1723 гг.).

Таблица 2. **Стабильные (застойные) состояния кометы Герелса 3**

Интервал, годы	Длительность, лет	$a_c \pm \Delta a$, а.е.	$a_n \pm \Delta a$, а.е.	n
1671—1727	56	8.87±0.04	8.84±0.07	62
1736—1781	45	6.17±0.00	6.13±0.07	43
1788—1831	43	6.25±0.03	6.27±0.07	44
1839—1925	86	7.12±0.03	7.13±0.07	50
1925—1964	39	6.94±0.00	6.98±0.07	49
1977—1997	20	4.05±0.01	3.99±0.07	28
2000—2054	54	4.13±0.03	4.13±0.07	29

В четвертой графе приведены предвычисленные по теоретической формуле (8) радиусы характерных окружностей соответствующих энергетических комплексов a_n. Здесь же даны пределы возмущений, при которых кометоид все еще остается в том же энергетическом комплексе. В пятой графе указаны значения n, с которыми вычислялись a_n при отмеченном выше элементе линейной соизмеримости a_0, едином в системе Солнца для всех его спутников: энергетических комплексов астероидов, метеорного вещества, орбит планет и кометоидов.

Прежде всего отметим, что каждый раз, когда кометоид застаивался в резервуаре, большие полуоси a или a_c его оскулирующего эллипса неплохо согласовывались с радиусами a_n стабильных изоэнергетических комплексов. Представление о поведении кометоида в пределах резервуара можно получить, по-видимому, обратившись к результатам изучения движения каждого из 20 астероидов группы Гильды, которое велось в том же интервале времени и по такой же методике [10]. Анализируя результаты этого исследования, мы обращали внимание [3] на то, что группа Гильды принадлежит к стабильному энергетическому комплексу с $n=28$ при $a_c=3.96\pm0.01$ а. е. в течение всех 400 лет, тогда как для отдельных астероидов группы (например, № 1269) $a=3.96\pm0.06$ а. е.

Обратимся еще к одному интереснейшему объекту, детальную эволюцию орбиты которого приводит Е. И. Казимирчак-Полонская с тем, чтобы установить и наглядно показать типичные особенности в вековой эволюции кометных орбит и в их непрерывных, грандиозных трансформациях в глубине сферы действия, в частности Юпитера [8]. Это комета Герелса 3. Ее движение происходит в более сложных условиях, чем кометы ВКИ. Так, за время сближения с Юпитером с января 1964 по 15 августа 1970 г., когда ее расстояние от Юпитера достигало всего 0.0014 а. е., оскулирующая орбита эволюционировала из семейства Юпитера через все планетные семейства до трансплутоновой (08.08.70), долгопериодической (10.08.70), параболической (11.08.70), гиперболической (с 11.08 по 16.08.70) и дальше возвращалась в семейство Юпитера (25.03.73) с повторным кратковременным переходом из семейства Сатурна в семейство долгопериодических (с 01.03 по 21.03.73). Если из 400 лет комета ВКИ провела в резервуарах 389 лет, то комета Герелса 3—343 года. Но, как и в случае кометы ВКИ, здесь также отмечается согласие a или a_c с a_n во время пребывания в резервуарах. Это видно из табл. 2, в которой приведены такие же сведения, как и в табл. 1, но лишь для периодов застоев.

Подводя итог и учитывая, что отмеченная закономерность в расположении резервуаров длительных застоев и стабильных энергетических комплексов проявляется в процессе эволюции орбит и у других кометоидов, а также то, что такая же закономерность присуща также эволюции орбит астероидов, принадлежащих к одному энергетическому комплексу, мы приходим к следующему выводу. Согласие между независимо вычисленными характерными радиусами a_n, с одной стороны, и большими полуосями a и a_c оскулирующих орбит кометоидов в периоды их длительных застоев, с другой, указывает на то, что стабильные изоэнергетические комплексы и многопоясные межпланетные резервуары длительного расположения орбит малых тел Солнечной системы являются, если не одними и теми же, то весьма родственными объектами. Это можно рассматривать как один из аргументов в пользу гипотезы о происхождении короткопериодических комет из кометных поясов, расположенных между далекими большими планетами Солнечной системы.

1. *Гулак Ю. К.* Про деякі закономірності в Сонячній системі // З досвіду викладання математики і фізики.— Харк. : Кн. вид-во, 1962.— С. 118—137.
2. *Гулак Ю. К.* О распределении тел-сателлитов по средним расстояниям в системах Солнца, Юпитера, Сатурна и Урана // Астрометрия и астрофизика.— 1972.— Вып. 16.— С. 92—99.
3. *Гулак Ю. К.* О соизмеримостях (резонансах) в Солнечной системе // Астрон. журн.— 1980.— 57, вып. 1.— С. 142—153.
4. *Гулак Ю. К.* Макроквантовые явления в Солнечной системе // Устойчивость движения.— Новосибирск : Наука, 1983.— С. 196—201.
5. *Гулак Ю. К.* Соизмеримости и макроквантовые явления в Солнечной системе. I. Проблема, принципы, модель.— Киев, 1986.— 27 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т теорет. физики; ИТФ-86-91Р).
6. *Гулак Ю. К.* Соизмеримости и макроквантовые явления в Солнечной системе. II. Стабильные механические структуры.— Киев, 1986.— 28 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т теорет. физики; ИТФ-86-92Р).
7. *Казимирчак-Полонская Е. И.* Эволюция орбит короткопериодических комет на интервале 1660—2060 гг. и роль внешних планет в этой эволюции // Астрон. журн.— 1967.— 44, вып. 2.— С. 439—460.
8. *Казимирчак-Полонская Е. И.* Захват комет Юпитером и некоторые закономерности в вековой эволюции кометных орбит // Астрометрия и небес. механика.— 1978.— Вып. 7.— С. 340—383.
9. *Казимирчак-Полонская Е. И.* О роли Нептуна в преобразованиях кометных орбит и о происхождении комет // Там же.— С. 384—417.
10. *Чеботарев Г. А., Беляев Н. А., Еременко Р. П.* Эволюция орбит малых планет группы Гильды и малой планеты Туле // Бюл. Ин-та теорет. астрон. АН СССР.— 1970.— 12, № 1 (134).— С. 82—103.
11. *Чепурова В. М., Расторгуев А. С., Цицин Ф. А.* О возможном источнике короткопериодических комет // Астрон. циркуляр.— 1985.— № 1378.— С. 1—4.

Полтав. пед. ин-т
им. В. Г. Короленко

Поступила в редакцию 15.09.86.
после доработки 04.05.87