КИНЕМАТИКА И ФИЗИКА НЕБЕСНЫХ ТЕЛ том 3 N 3 1987

УДК 629.783+528.21

Описание гравитационного поля Земли системой потенциалов нецентральных мультиполей. II. Предварительный мультипольный анализ

А. Н. Марченко

Рассмотрена задача использования потенциалов радиальных мультиполей для построения аналитических моделей гравитационного потенциала. Предложен алгоритм предварительного мультипольного анализа исследуемого поля, разрешающий проблему выбора оптимального (по точности аппроксимации) порядка мультиполя. Процедура предварительного мультипольного анализа апробировалась с использованием данных альтиметрии GEOS-3 и SEASAT разной степени сглаженности. Установлено, что применение только традиционных потенциалов точечных масс не всегда выгодно. Приведены итоги анализа обобщенных фигур (геоида) Земли, а также Луны, Марса и Венеры. Наилучшие по точности результаты при моделировании гравитационного потенциала и его трансформант могут быть достигнуты, если предлагаемая методика предварительного мультипольного анализа совмещена с итерационным уточнением модели путем решения соответствующей задачи условной оптимизации.

DESCRIPTION OF THE EARTH'S GRAVITATIONAL FIELD BY A SET OF THE ECCENTRIC MULTIPOLES' POTENTIALS. II. PRELIMINARY MULTIPOLE ANALYSIS, by Marchenko A. N.— The problem of application of the radial multipoles' potentials is considered with the aim of constructing the mathematical gravity field models. The algorithm is suggested for preliminary multipole analysis of the field studied in order to solve the problem of the optimum choice of the multipole order. The procedure for the preliminary multipole analysis has been tested by using the GEOS-3 and SEASAT altimetry data of different smoothing degree. It is shown that the application of traditional point masses' potentials only is not always advantageous. The analysis results of the generalized figures of the Earth, Moon, Mars and Venus are summarized. The highest accuracy in modelling the gravitational potential and its transformants can be achieved if the suggested technique of the preliminary multipole analysis is combined with the iterative improvement of the model by solving the proper problem of conditional optimization

Введение. В работах [3, 4] показано, что для всякого возмущающего потенциала T планеты, в котором отсутствуют гармоники до $(n-1)$-го порядка включительно, возможна сколь угодно точная аппроксимация

$$T \approx T_N^{(n)} = \frac{fM}{R} \sum_{i=1}^{N} \mu_i^n v_n^i \tag{1}$$

системой потенциалов v_n^i радикальных мультиполей, расположенных внутри сферы Бъерхаммара радиуса R_B (случай $n=0$ соответствует потенциалам точечных масс). В выражении (1) приняты обозначения: fM — произведение гравитационной постоянной на массу планеты; R — средний радиус планеты; μ_i^n — коэффициенты разложения. Для вычисления v_n^i можно пользоваться рекуррентными формулами [3, 4]. Практическое применение (1) требует выбора оптимального по точности аппроксимации поля порядка n потенциала v_n^i радиального мультиполя. Поэтому, продолжая исследования [4], мы переходим к обсуждению процедуры предварительного мультипольного анализа поля, позволяющей решить эту задачу.

Алгоритм предварительного мультипольного анализа (ПМА). В практике обсуждаемого описания потенциала возникают следующие задачи:

1. Предварительное изучение на поверхности планеты трансформанты $f(r, \vartheta, \lambda)$ потенциала для выделения на исследуемом участке областей, в которых изучаемая функция имеет один и тот же знак, и точки экстремума, вокруг которой функцию f предполагаем изотропной, т. е. независящей от азимута.

2. Усреднение (внутри каждого выделенного региона) изучаемой функции по азимуту — построение эмпирической изотропной функции $v_{эмп}(\psi)$, определение эмпирического значения длины корреляции $\xi^{эмп}$ и использование последнего для уточнения региона, границы которого по сферическому расстоянию ψ в пункте 1 принимались завышенными.

3. Использование выражений типа (17), (18) из работы [4] для определения $h_i = d_i/R_B$ (d_i — расстояние от начала координат до мультиполя) при разных $n = 0, 1, 2, \ldots$

4. Применение полученных в пункте 3 значений h_i в качестве начального приближения при аппроксимации эмпирической функции $v_{эмп}(\psi)$ ее аналитическим выражением типа * v_n^i по способу наименьших квадратов и выбор такого n (а значит, v_n^i и h_i), для которых достигается минимум средней квадратичной ошибки σ_n.

5. Если для данного региона имеются сведения о вертикальном градиенте аномалий силы тяжести, то использование такой информации с учетом соотношения вида (21) [4] также привлекается для выбора порядка n мультиполя и h_i.

6. Получение по всей имеющейся информации оценок величин, указанных в пунктах 2—5, и усредненных значений, характеризующих исследуемое поле в целом и приближенно описывающих его.

Оценивание параметров, указанных в пунктах 1—6, будем называть предварительным мультипольным анализом (ПМА) поля. В результате проведения ПМА исследуемого поля мы должны получить ответы на следующие вопросы:

1. Сколько «выделяется» регионов-областей, в которых изучаемая функция имеет один и тот же знак, и каковы эмпирические значения существенных параметров базисных функций для каждого региона?

2. Каковы общее число, глубина и местоположение радиальных мультиполей, а также оптимальный порядок $n_{опт}$ мультиполя для аппроксимации заданного поля выбираемой совокупностью?

3. Каковы значения σ_n стандартов аппроксимации эмпирически полученных функций $v_{эмп}(\psi)$ их аналитическими выражениями v_n^i, а также других вспомогательных параметров, характеризующих не только структуру изучаемого поля, но и качество его возможной аппроксимации.

ПМА логически предшествует и дополняет разработанный ранее комплекс программ МАСКОН [2, 5, 6] по аппроксимации потенциала системой точечных масс, но его применение имеет и самостоятельное значение, что будет показано применительно к гравитационным полям различной структуры и детализации.

Предварительный мультипольный анализ обобщенных фигур Земли и других планет. При изучении геоида по спутниковым данным особый интерес вызывали «грушевидность» Земли и выделение восьми главных ундуляций геоида (см., например, [1, 7, 20]). Мы воспользовались алгоритмом ПМА для изучения основных особенностей геоида, полученных по данным спутниковой альтиметрии GEOS-3 [17], усредненным по равновеликим трапециям (5×5°) и дополненным до полного покрытия земного шара значениями высот геоида, вычисленными по модели GEM-10B (36, 36) до 36-й степени и порядка [16] (табл. 1). Аналогично процедура ПМА применялась в случае более детальных данных (1×1°) топографии моря (незначительно уклоняющейся от геоида) по

* Тип аналитического выражения, т. е. v_n^i или g_n^i и т. д. [4], зависит от рода исследуемой трансформанты: высоты геоида, аномалии силы тяжести и др.

более точным данным SEASAT [18] (табл. 2). В результате можно сделать вывод о том, что наибольшая по абсолютной величине ондуляция геоида лучше описывается с помощью радиального диполя, чем обычной точечной массой. Из табл. 3 очевидно, что высоты геоида $5\times5°$ степени сглаженности в целом лучше описываются мультиполями более высокого порядка, чем $n=0$.

Таблица 1. **Предварительный мультипольный анализ основных особенностей фигуры геоида (исходные данные [17] сглажены по трапециям $5\times5°$)**

Главные повышения и понижения геоида			Высота геоида, м	$\xi_{эмп}$, град	$n=0$		$n=1$		$n_{опт}$
Приблизительное положение	Широта, град	Долгота, град			Глубина, км	σ_0, м	Глубина, км	σ_1, м	
Соломоновы о-ва	—7.5	144.5	77.3	26.2	1450	0.6	3271	4.2	0
Индия	2.5	77.5	—102.5	19.9	1182	5.0	2602	1.0	1
Великобритания	47.5	334.3	64.5	27.4	1410	1.4	3227	4.9	0
Багамские о-ва	22.5	292.5	—53.1	16.6	947	0.4	2105	2.7	0
Антарктида	—52.5	45.0	46.3	22.0	1253	2.7	2748	1.5	1
Северо-восточная часть Тихого океана	22.5	239.1	—46.1	19.2	1134	2.3	2525	0.4	1
Антарктида	—72.5	171.8	—61.3	18.2	1071	4.2	2409	0.7	1
Южная Америка	—22.5	292.8	40.1	9.5	561	1.7	1262	0.7	1

Таблица 2. **Предварительный мультипольный анализ основных особенностей фигуры геоида (исходные данные [18] сглажены по блокам $1\times1°$)**

Главные повышения и понижения геоида			Высота геоида, м	$\xi_{эмп}$, град	$n=0$		$n=1$		$n_{опт}$
Приблизительное положение	Широта, град	Долгота, град			Глубина, км	σ_0, м	Глубина, км	σ_1, м	
Соломоновы о-ва	—4.5	149.5	82.3	26.9	1357	3.9	3209	5.6	0
Индия	4.5	79.5	—106.2	18.8	1119	4.2	2498	1.9	1
Великобритания	64.5	341.5	68.2	18.7	1251	3.4	2776	5.8	0
Багамские о-ва	19.5	293.5	—65.6	12.6	677	7.0	1678	9.9	0
Антарктида	—46.5	50.5	49.0	18.7	1061	2.0	2425	2.3	0
Северо-восточная часть Тихого океана	20.5	239.5	—46.7	19.0	1126	2.2	2500	0.5	1
Антарктида	—71.5	186.5	—65.9	17.7	1006	2.9	2289	1.9	1
Южная Америка (см. прим.)	—19.5	290.5	45.1	2.3	144	0.02	314	1.8	—

Примечание. Для Южной Америки результаты анализа не представительны, так как использовались исходные данные о высотах ($1\times1°$) топографической поверхности моря, а здесь центр блока «попадает» на сушу, для которой нет информации о геоиде.

Точность описания высот геоида в отдельных регионах Земли может быть существенно улучшена за счет перехода от точечных масс к потенциалам радиальных мультиполей, в основном первого порядка. Последний вывод не следует из анализа значений высот топографической поверхности моря, усредненных по блокам ($1\times1°$), так как уменьшение стандарта аппроксимации незначительно. Однако здесь мы, по-видимому, сталкиваемся с той ситуацией, когда за сравнительно незначительными количественными изменениями стандарта «скрыты» качественные изменения той функции, которая существенно лучше описывает более «изрезанное» поле.

В принципе для регионального и локального моделирования геоида решение задачи ПМА целесообразно выполнить по всей имеющейся информации для территории всего земного шара и поставить конкретный порядок радиальных мультиполей в соответствие гравитационному полю каждого интересующего нас конкретного региона и определенной структуры. Однако при решении задач, предполагающих многократное использование модели глобального гравитационного поля Земли (например, при численном интегрировании уравнений движения ИСЗ), предпочтение все же следует отдать потенциалам точечных масс, как обеспечивающим наибольшую скорость вычислений. В то же время, как показывают результаты эксперимента, по точности аппроксимации более эффективным (при том же числе базисных функций) оказывается представление вида

$$T \approx \frac{fM}{R} \sum_{n=0}^{n_*} \sum_{i=1}^{N_n} \mu_i^n v_n^i, \tag{2}$$

где μ_i^n — коэффициенты разложения; N_n — количество радиальных нецентральных мультиполей n-го порядка; n_* — максимальная верхняя граница учитываемых радиальных мультиполей. Например, экспериментальные исследования показывают, что в случае Земли число n_* не будет большим, и для указанных целей описания геоида $(1\times1°)$ степени сглаженности можно принять $n_*=3$.

Таблица 3. **Общие итоги предварительного мультипольного анализа высот геоида по данным разной степени сглаженности**

Характеристика	Высоты геоида, усредненные по трапециям (5×5°)		Значения высот топогр. поверхности моря, усредненных по блокам (1×1°)	
	$n=0$	Выбор $n_{опт}$	$n=0$	Выбор $n_{опт}$
Среднее относительное расстояние h до объекта	0.8799	0.7987	0.9384	0.9028
Средняя глубина объекта, км	765.4	1282.2	392.7	618.9
Средняя длина корреляции $\xi^{эмп}$, град	13.57	13.38	6.80	7.01
Среднее значение стандарта σ_n аппроксимации, м	1.2	0.6	1.1	0.9
Число выбранных регионов	41	40	105	101
Среднее число высот геоида в регионе	37	38	340	353
Среднее значение выбранного оптимального порядка мультиполя ($n_{опт}$)	—	0.63	—	0.50

Примечание. При выборе $n_{опт}$ верхней границей считалось $n=3$, т. е. в расчет принимались радиальные мультиполи порядков $n=0$, 1, 2, 3.

Не останавливаясь на геофизическом аспекте значений глубин обсуждаемых объектов в случае $n=0$, отметим, что последние оказываются больше, чем глубины «источников» главных особенностей геоида [8]. Следует отметить, что глубина объекта (при ее определении в такой постановке) существенно зависит от вида используемой информации и существенно изменяется при увеличении или уменьшении степени сглаженности. В целом итоги ПМА высот геоида приводят к выводу о том, что для их глобального или регионального (в «спокойных» областях земного шара) представления достаточным оказывается применение потенциалов точечных масс.

Особый интерес вызывает также использование ПМА для изучения гравитационного поля в местах нахождения лунных масконов. В работах [11, 12] предложен метод определения глубины центра тяжести и массы маскона по данным уклонений отвесной линии и выполнена «элементарная интерпретация» некоторых лунных масконов. В табл. 4 приведены результаты применения ПМА к нескольким аномальным областям. Из изучения высот селеноида, построенного по модели гармоник до 16-й степени и порядка (16, 16) [10], получаем среднюю глубину «залегания» масконов — приблизительно 165 км. Найденная глубина оказывается меньше по сравнению с приведенной в работах [14, 15], в которых оценка параметров лунных масконов получена путем обработки уклонений отвеса и третьих смешанных производных селенопотенциала, причем бóльшие глубины получаются по третьим производным, чем по уклонениям отвеса.

Таблица 4. **Предварительный мультипольный анализ основных особенностей фигуры селеноида (построенного по модели гармоник (16, 16) [10]), совпадающих с положением некоторых лунных масконов**

Повышения и понижения селеноида			Высота селеноида, м	$\xi^{эмп}$, град	$n=0$		Выбор $n_{опт}$		
Приблизительное положение	Широта, град	Долгота, град			Глубина, км	σ_0, м	$n_{опт}$	Глубина, км	σ_n, м
Mare Imbrium	37.5	344.2	476	10.5	187	27.0	2	600	0.3
Mare Serenitatis	27.5	19.7	361	9.8	169	25.0	2	560	0.4
Mare Crisium	17.5	164.3	74	6.1	104	0.0	1	235	0.0
Mare Nectaris	—22.5	24.2	160	20.2	307	4.0	0	307	4.0
Mare Humorum	—22.5	319.7	54	7.2	108	0.0	1	232	0.0
Mare Nubium	—12.5	347.1	—40	7.8	124	2.0	1	288	0.5
Mendeleev	7.5	144.5	—132	7.7	120	17.0	4	742	0.2
Korolev	—12.5	203.1	—75	5.0	84	0.0	2	300	0.0
Hertzsprung A	—12.5	228.9	292	13.2	223	11.0	0	223	11.0
Hertzsprung B	12.5	223.7	261	13.9	220	27.0	3	1032	0.5

Примечание. При выборе $n_{опт}$ верхней границей считалось $n=4$.

Таблица 5. **Предварительный мультипольный анализ основных особенностей фигуры ареоида, построенного по модели (12, 12) [15]**

Главные повышения и понижения ареоида		Высота ареоида, м	$\xi^{эмп}$, град	$n=0$		Выбор $n_{опт}$		
Широта, град	Долгота, град			Глубина, км	σ_0, м	$n_{опт}$	Глубина, км	σ_n, м
7.5	251.0	1312	26.8	832	88.0	2	2740	17.0
2.5	177.5	—917	27.8	774	21.0	0	774	21.0
—2.5	327.5	—697	33.1	943	10.0	0	943	10.0
52.5	192.3	—645	14.9	471	61.0	2	1592	9.5
42.5	105.3	611	18.0	574	21.0	1	1304	20.0
7.5	63.4	570	18.0	592	12.0	0	592	12.0
47.5	326.9	—543	16.7	578	54.0	2	1807	23.0
—42.5	180.0	—506	14.0	433	45.0	2	1504	2.5
—67.5	122.1	496	14.3	459	37.0	2	1558	9.0
47.5	260.8	493	9.7	291	7.0	0	291	7.0

Примечание. При выборе $n_{опт}$ верхней границей считалось $n=3$.

Таким образом, полученный нами результат дополняет последний вывод, который, по-видимому, можно сформулировать так: при использовании описанного подхода расположение аномальных масс получим тем глубже, чем больше порядок производной потенциала, используемой для их оценки.

В табл. 5 приведены некоторые итоги ПМА ареоида, построенного по гармоническим коэффициентам (12, 12) [15]. Существенным оказывается то, что область Tarsis (точка № 1 с высотой ареоида 1312 м) хорошо описывает очень глубоко расположенный радиальный квадриполь. В работе [19] отмечалось, что за счет наличия в области Tarsis очень большой аномалии силы тяжести, являющейся уникальным явлением в Солнечной системе, возможно моделирование планеты Марс очень простой моделью, состоящей из большого сжатого сфероида и маленькой сферы (фактически, точечной массы), расположенной в эпицентре области Tarsis на относительном расстоянии 0.571 радиуса Марса. Однако, если иметь в виду описание уровенной поверхности в обсуждаемом регионе, то упомянутая модель может быть существенно улучшена при замене маленькой сферы радиальным квадриполем, расположенным на относительном расстоянии 0.193 радиуса Марса.

Таблица 6. **Предварительный мультипольный анализ основных особенностей фигуры геоида Венеры, построенного по модели (6, 6) [9]**

Главные повышения и понижения геоида		Высота геоида, м	$\xi^{эмп}$, град	$n=0$		Выбор $n_{опт}$		
Широта, град	Долгота, град			Глубина, км	σ_0, м	$n_{опт}$	Глубина, км	σ_n, м
—22.5	137.0	97	24.0	1262	11.0	3	5902	0.8
7.5	12.7	—92	21.0	1184	8.0	3	5218	0.4
62.5	27.3	69	20.8	1168	6.0	3	5205	0.5
—77.5	236.2	—65	24.9	1400	4.5	1	3058	1.0
—37.5	337.9	63	26.5	1520	2.0	0	1520	2.0
22.5	239.1	—61	19.2	1071	5.0	2	3662	0.5
—2.5	282.5	56	21.4	1227	5.0	3	5284	0.5
37.5	142.1	—38	19.7	1145	2.0	1	2489	0.6

Примечание. При выборе $n_{опт}$ верхней границей считалось $n=3$.

Таблица 7. **Общие итоги предварительного мультипольного анализа высот уровенных поверхностей планет («геоида») по данным моделей гармоник их потенциалов**

Характеристика	Высоты селеноида по модели (16, 16) [11]		Высоты ареоида по модели (12, 12) [16]		Высоты геоида Венеры по модели (6, 6) [9]	
	$n=0$	Выбор $n_{опт}$	$n=0$	Выбор $n_{опт}$	$n=0$	Выбор $n_{опт}$
Среднее относительное расстояние h до объекта	0.8919	0.7662	0.8766	0.7442	0.8438	0.6438
Средняя глубина объекта, км	187.9	406.3	418.8	868.0	945.2	2155.9
Средняя длина корреляции $\xi^{эмп}$, град	11.94	11.78	13.36	13.36	17.12	17.12
Среднее значение стандарта σ_n аппроксимации, м	6.1	2.4	18.4	7.3	2.5	0.7
Число выбранных регионов	56	55	35	35	24	24
Среднее число высот «геоида» в регионе	26	27	42	42	64	64
Среднее значение выбранного оптимального порядка мультиполя $n_{опт}$	—	1.07	—	0.91	—	1.00

Примечание. При выборе $n_{опт}$ верхней границей считалось $n=3$.

В табл. 6 представлены результаты ПМА восьми основных особенностей уровенной поверхности Венеры, построенной по гармоническим коэффициентам (6, 6) [9]. Целесообразно отметить то обстоятельство, что количество основных особенностей уровенных поверхностей Венеры и Земли совпадает. Учитывая, конечно, разную степень сглаженности (разложение до 6-й степени соответствует трапеции 30×30°) и точности исходной информации мы все же обращаем внимание на то, что и сами высоты геоида для восьми основных экстремумов также примерно одинаковы, а средняя глубина описывающих их точечных масс ($n=0$) в случае Земли составляет 1126 км (табл. 1), в случае Венеры — 1247 км. Несмотря на такое сходство, имеется и существенное отличие: основные особенности геоида Венеры значительно лучше описываются не точечными массами и радиальными диполями, а радиальными мультиполями более высокого порядка, причем оптимальным, по-видимому, будет использование для этой цели радиальных квадруполей ($n=2$).

В результате предварительного мультипольного анализа основных уровенных поверхностей планет (таблицы 3, 7), несмотря на то что исходной была информация разной степени сглаженности: $5\times5°$ и $1\times1°$ — для Земли, $11\times11°$ — для Луны, $15\times15°$ — для Марса, $30\times\times30°$ — для Венеры, на основании полученных значений $n_{\text{опт}}$ можно сделать вывод о том, что при моделировании возмущающих потенциалов Луны, Марса и Венеры будет достигнута та же точность аппроксимации с меньшим числом параметров, если вместо потенциалов точечных масс использовать потенциалы радиальных диполей. При описании глобального гравитационного поля Земли оптимальные результаты, очевидно, все же будут получаться при использовании потенциалов точечных масс, так как их отличает простота практического применения, а значение $n_{\text{опт}}$ близко к 0.5.

По-видимому, наилучшие результаты при моделировании гравитационного потенциала и его трансформант могут быть достигнуты с помощью формулы (2) или ей подобной (1), когда предлагаемая методика ПМА введения и использования существенных (локальных) параметров базисных функций для их выбора будет совмещена с итерационным уточнением модели типа (1) путем решения соответствующей задачи условной оптимизации.

1. *Каула У.* Спутниковая геодезия.— М. : Мир, 1970.—172 с.
2. *Марченко А. Н.* Вариационный метод аппроксимации геопотенциала рядом фундаментальных решений уравнения Лапласа // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. Межвед. респ. науч.-техн. сб.— 1985.— Вып. 41.— С. 53—62.
3. *Марченко А. Н.* О представлении гравитационного потенциала системой потенциалов нецентральных мультиполей.— Киев, 1986.—55 с.— (Рукопись деп. в УкрНИИНТИ; № 28, Ук86).
4. *Марченко А. Н.* Описание гравитационного поля Земли системой потенциалов нецентральных мультиполей. I. Теоретические основы метода // Кинематика и физика небес. тел.— 1987.—3, № 2.— С. 54—62.
5. *Марченко А. Н., Абрикосов О. А., Цюпак И. М.* Модели точечных масс и их использование в орбитальном методе спутниковой геодезии. I. Описание глобального гравитационного поля Земли системой потенциалов точечных масс // Там же.— 1985.— 1, № 4.— С. 53—61.
6. *Марченко А. Н., Абрикосов О. А., Цюпак И. М.* Модели точечных масс и их использование в орбитальном методе спутниковой геодезии. II. Применение моделей точечных масс при дифференциальном уточнении орбит искусственных спутников Земли (ИСЗ) // Там же.— 1, № 5.— С. 72—80.
7. *Мещеряков Г. А., Марченко А. Н.* Мультипольное истолкование основных особенностей фигуры геоида // Геодезия и картография.— 1976.— № 6.— С. 14—24.
8. *Тараканов Ю. А., Винник Л. П.* Новая интерпретация ундуляций геоида на море // Докл. АН СССР.— 1975.—220, № 2.— С. 339—341.
9. *Ananda M. P., Sjogren W. L., Phillips R. J. et al.* A low-order global gravity field of Venus and dynamical implications // J. Geophys. Res.— 1980.—85, N A13.— P. 8303—8318.
10. *Bills B. G., Ferrari A. J.* A harmonic analysis of lunar gravity // Ibid.— N B2.— P. 1013—1025.
11. *Burša M.* Lunar deflections of the vertical and their elementary interpretation // Stud. geophys. et geod.— 1972.—16.— P. 315—328.
12. *Burša M.* Deflections of the vertical at lunar mascons // Bull. Astron. Inst. Czech.— 1975.—26, N 6.— P. 346—350.
13. *Burša M., Šima Z.* Deflections of the vertical on the farside of the Moon // Ibid.— 1982.—33, N 4.— P. 233—243.
14. *Burša M., Šima Z.* Lunar mascons on the nearside and farside of the Moon // Proc. Intern. Symp. Figure of the Earth, the Moon and other planets. Monogr. Ser. VUGTK.— Prague, 1983.— P. 317—328.
15. *Christensen E. J., Balmino G.* Development and analysis of a twelfth degree and order gravity model for Mars // J. Geophys. Res.— 1979.—84, N B14.— P. 7943—7953.
16. *Lerch F. J., Putney B., Klosko S., Wagner C.* Goddard Earth models for oceanographic applications (GEM 10B and 10C) // Mar. Geod.— 1981.—5.— P. 145—187.
17. *Rapp R.* Global anomaly and undulation recovery using GEOS-3 altimeter data.— Columbus, 1979.—49 p.— (Repts Dep. Geod. Sci., Ohio State Univ.; N 285).

Окончание см. на с. 75

Окончание. Начало см. с. 38

18. *Rapp R.* Global atlas of sea surface heights based on the adjusted SEASAT altimeter data.— Columbus, 1982.—63 p.— (Repts Dep. Geod. Sci., Ohio State Univ.; N 333).
19. *Sjogren W. L., Lorell J., Wong L., Downs W.* Mars gravity field based on short-arc technique // J. Geophys. Res.— 1975.—**80**, N 20.— P. 2899—2908.
20. *Smith D. E., Lerch F. J., Marsh J. G. et al.* Contributions to the National Geodetic Satellite Programm by Goddard Space Flight Center // Ibid.— 1976.—**81**, N 5.— P. 1006—1026.

Львов. политехн. ин-т
им. Ленин. Комсомола

Поступила в редакцию 27.05.86,
после доработки 29.07.86