

УДК 520.246

## О дифракции света солнца на одной внешней затмевающей системе коронографа

А. В. Ленский

Дополнено исследование дифракционных свойств сплошного внешнего затмевающего экрана с внеосевой диафрагмой особой формы, открывающей радиальный участок солнечной короны. Посредством асимптотической оценки интеграла, представляющего комплексную амплитуду краевой дифракционной волны, показано, что в случае касания в угловых точках кривых, образующих контур диафрагмы, эффективность экрана возрастает до такой степени, что в качестве главной линзы коронографа представляется возможным использовать объектив с ординарными требованиями к полировке и выбору стекол линз. Указана возможность образования диафрагмы с помощью упругого изогнутых линеек.

*ON THE SOLAR LIGHT DIFFRACTION AT ONE EXTERNAL OCCULTING SYSTEM OF THE CORONAGRAPH, by Lenskij A. V.* — Diffraction properties of the entire external occulting screen with the peculiar off-axis opening that views a radial region of the solar corona are further investigated. By means of asymptotic approximation to the integral representing a complex amplitude of the diffraction boundary wave it is shown that provided tangency at two corner points of the aperture-forming curves the efficiency of the screen increases extremely so that the use of ordinary objective as a main coronagraph lens is found possible. Splines are suggested to form the aperture.

В работах [3—6] рассмотрены дифракционные свойства сплошного внешнего затмевающего экрана коронографа с внеосевой диафрагмой особой формы (рис. 1), сканирующей корону по азимуту \*. Показано, что эффективность подавления дифракционной засветки таким экраном намного выше, чем у других внешних затмевающих систем, таких как трехдисковая [9—15] или зубчатый диск [7, 8, 16—18]. Однако не был рассмотрен случай, когда  $2\alpha=2\beta=0$  при угловых точках  $A$  и  $B$  контура сканирующей диафрагмы (рис. 1). Этот пробел мы намерены восполнить данной работой — тем более, что при  $\alpha=\beta=0$  количество света, дифрагируемого ко входному отверстию коронографа диафрагмой, резко уменьшается.

Мерой эффективности внешней затмевающей системы, как и ранее, будем считать отношение  $E$  освещенности входного отверстия (находящегося в тени рассматриваемой системы), обусловленной действием солнца, к освещенности, создаваемой в плоскости входного отверстия коронографа открытым солнцем. Величину  $E$  назовем относительной освещенностью.

Если  $U'$  — комплексная амплитуда дифрагированного внешней затмевающей системой монохроматического света в исследуемой точке тени, обусловленная действием точки солнца, положение которой определяется угловым расстоянием  $i$  от центра солнечного диска и азимутальным углом  $\psi$ , то

$$E = \frac{1}{\pi i_{\odot}^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{i_{\odot}} |U'|^2 i d i d\psi, \quad (1)$$

где  $i_{\odot}$  — угловой радиус солнца. В выражении (1) не учитывается по-

\* Идея азимутального сканирования солнечной короны принадлежит С. Кучми.

темнение солнца к краю, и амплитуда падающих световых волн считается равной единице.

Комплексную амплитуду  $U'$  удобно выразить, согласно Рубиновичу (см., например, [1] с. 484; [3, 4, 6]), следующим криволинейным интегралом по контуру  $\Gamma$  отверстия в экране:

$$U' = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} U \frac{[aa'd\rho]}{1-aa'} \frac{\exp(jks)}{s}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — радиус-вектор, описывающий  $\Gamma$ ;  $U = \exp(jk\rho)$  — комплексная амплитуда падающей (в данном случае плоской) волны;  $a$  и  $a'$  — единичные векторы падающего луча и прямой, соединяющей элемент  $d\rho$  контура  $\Gamma$  с исследуемой точкой, соответственно;  $s$  — расстояние от  $d\rho$

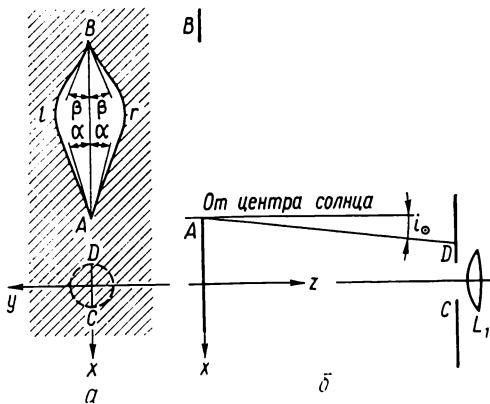


Рис. 1. Внешняя затмевающая система в виде сплошного экрана с внеосевой сканирующей корону по азимуту диафрагмой  $AB$  ( $a$  — вид спереди,  $b$  — вид сбоку);  $2\alpha, 2\beta$  — углы между касательными к сторонам диафрагмы в точках  $A, B$ ;  $CD$  — входное отверстие коронографа; ось сканирования  $z$ , не обязательно совпадающая с оптической осью объектива  $L_1$ , проходит через центр солнца;  $i_0$  — угловой радиус солнца

до этой точки;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\lambda$  — длина волны;  $j = \sqrt{-1}$ , квадратные скобки означают смешанное произведение трех векторов, а отсутствие знака между двумя векторами — их скалярное произведение.

Относительную освещенность  $E$  мы находили ранее [3—6] посредством асимптотической оценки интеграла (2) при  $k \rightarrow \infty$  с помощью теоремы [2, с. 47]. Однако при  $\alpha = \beta = 0$  главный член соответствующего асимптотического разложения обращается в нуль, и для оценки  $U'$  нужно искать следующий член ряда. Полное асимптотическое разложение интеграла типа (2) при отсутствии точек стационарной фазы можно получить повторным интегрированием по частям:

$$\int_{x_1}^{x_2} g(x) \exp(jkf(x)) dx = \\ = \frac{\exp(jkf(x_2))}{jkf'(x_2)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_n(x_2)}{(-jk)^n} - \frac{\exp(jkf(x_1))}{jkf'(x_1)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g_n(x_1)}{(-jk)^n}, \quad (3)$$

где  $f'(x) \equiv \frac{df(x)}{dx} \neq 0$  на отрезке  $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ ,

$$g_0(x) \equiv g(x), \quad g_{n+1}(x) = \frac{d}{dx} \left( \frac{g_n(x)}{f'(x)} \right),$$

а условия, которым должны удовлетворять функции  $g(x)$ ,  $f(x)$  [2], в случае интеграла (2) выполняются, если дуги  $AlB$ ,  $BrA$  контура диафрагмы (рис. 1) описываются аналитическими функциями.

Интеграл (2) распадается на два (по  $AlB$  и  $BrA$ ), и каждый из последних при  $k \rightarrow \infty$  может быть оценен в соответствии с (3). При  $\alpha = \beta = 0$  члены разложений, соответствующие  $n = 0$ , взаимно уничтожаются, и главный член асимптотического разложения интеграла (2)

формируется из слагаемых, соответствующих  $n=1$ . Одного этого нового главного члена вполне достаточно для оценки  $U'$ , если значения радиусов кривизны  $r_{IA}$ ,  $r_{IB}$ ,  $r_{rA}$ ,  $r_{rB}$  дуг  $AlB$ ,  $BrA$  в точках  $A$ ,  $B$  конечны. Если к тому же  $r_{IA}=r_{rA}=r_A$  и  $r_{IB}=r_{rB}=r_B$ , то в соответствии с изложенным

$$U' = \frac{\exp(jk(\rho_A a + s_A)) \lambda^2 (a - a'_A)}{16\pi^3 r_A s_A (1 - aa'_A) ((a - a'_A) \tau_A)^3} \{ [aa'_A (v_{IA} - v_{rA})] \tau_A - [aa'_A \tau_A] (v_{IA} - v_{rA}) \} + \\ + \frac{\exp(jk(\rho_B a + s_B)) \lambda^2 (a - a'_B)}{16\pi^3 r_B s_B (1 - aa'_B) ((a - a'_B) \tau_B)^3} \{ [aa'_B (v_{rB} - v_{IB})] \tau_B - [aa'_B \tau_B] (v_{rB} - v_{IB}) \}, \quad (4)$$

где  $\tau_A$ ,  $\tau_B$  — единичные векторы общих касательных к кривым  $AlB$ ,  $BrA$  в точках  $A$ ,  $B$ ;  $v_{IA}$ ,  $v_{rA}$ ,  $v_{rB}$ ,  $v_{IB}$  — единичные векторы главных нормалей.

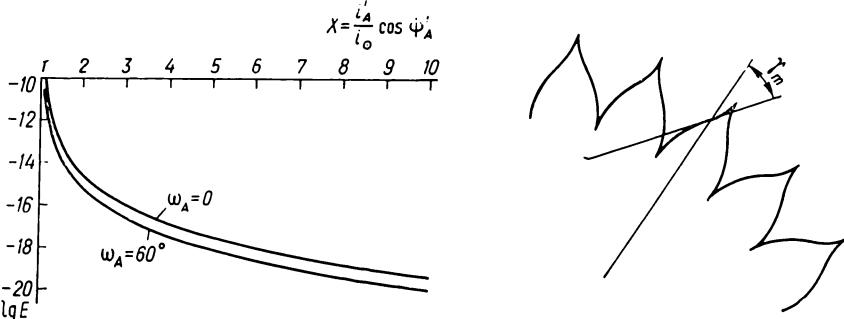


Рис. 2. Зависимость относительной освещенности  $E$  от угловой координаты  $X$  исследуемой точки при  $\lambda=500$  нм,  $r_A=10$  см,  $s_A=1$  м

Рис. 3. Фрагмент идеального контура зубчатого диска: описываемые аналитическими функциями кривые сторон зубьев касаются друг друга в угловых точках, а максимальное значение  $\psi_m$  угла между касательной и радиусом меньше критической величины, при которой на сторонах возникают активные зоны

малей соответствующих кривых в тех же точках; остальные символы с индексами  $A$ ,  $B$  обозначают указанные ранее величины, относящиеся к соответствующим точкам.

Напомним, что расположение диафрагмы  $AB$  относительно входного отверстия коронографа  $CD$  (рис. 1) должно удовлетворять условию  $(a-a') \tau \neq 0$  ( $\tau$  — орт касательной к линии контура  $\Gamma$ ), выполняющемуся для всех направлений падающих солнечных лучей, всех точек контура и всех положений исследуемой точки внутри  $CD$ . При этом условии на контуре диафрагмы не смогут возникнуть так называемые активные зоны, являющиеся окрестностями точек стационарной фазы.

Для того, чтобы найти явную зависимость  $E$  от параметров диафрагмы и положения исследуемой точки, воспользуемся прямоугольной системой координат  $xuz$  (рис. 1). Пусть в этой системе

$$a = \{\sin i \cos \psi, \sin i \sin \psi, \cos i\}, \quad (5)$$

$$a'_A = \{\sin i'_A \cos \psi'_A, \sin i'_A \sin \psi'_A, \cos i'_A\},$$

$$a'_B = \{\sin i'_B \cos \psi'_B, \sin i'_B \sin \psi'_B, \cos i'_B\};$$

$$\tau_A = \{1, 0, 0\}, \quad \tau_B = \{-1, 0, 0\}; \quad (6)$$

$$v_{IA} = \{0, -\cos \omega_A, \pm \sin \omega_A\},$$

$$v_{rA} = \{0, \cos \omega_A, \pm \sin \omega_A\},$$

$$\mathbf{v}_{rB} = \{0, \cos \omega_B, \pm \sin \omega_B\}, \quad (7)$$

$$\mathbf{v}_{IB} = \{0, -\cos \omega_B, \pm \sin \omega_B\}.$$

Геометрический смысл углов, входящих в выражения (5) и (7), очевиден (введение отличных от нуля углов  $\omega_A$ ,  $\omega_B$  позволяет не ограничиваться рассмотрением лишь плоских контуров диафрагмы). Тогда в приближении малых углов  $i$ ,  $i_A'$ ,  $i_B'$

$$U' = \frac{\exp(jk(\rho_A a + s_A)) \lambda^2 \cos \omega_A}{4\pi^3 r_A s_A (i \cos \psi - i'_A \cos \psi'_A)^3} - \frac{\exp(jk(\rho_B a + s_B)) \lambda^2 \cos \omega_B}{4\pi^3 r_B s_B (i \cos \psi - i''_B \cos \psi''_B)^3}. \quad (8)$$

Легко заметить, что если  $i_B'$  хотя бы в несколько раз превосходит  $i_A'$  (на практике эти углы должны различаться еще больше), то при  $r_B \approx \approx r_A$  и  $\omega_B \approx \omega_A$  вкладом дальней угловой точки  $B$  можно пренебречь. В таком случае после интегрирования (1) с  $U'$  в виде одного лишь первого члена из выражения (8) имеем окончательно

$$E = \frac{\lambda^4 \cos^2 \omega_A}{64\pi^6 i_\odot^6 r_A^2 s_A^2} \frac{X(4X^2 + 3)}{(X^2 - 1)^{4.5}}, \quad (9)$$

где  $X = \frac{i'_A}{i_\odot} \cos \psi'_A > 1$ .

Рассчитанные с помощью выражения (9) кривые зависимости десятичного логарифма  $E$  от  $X$  для двух значений  $\omega_A$  ( $0^\circ$  и  $60^\circ$ ) при  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см,  $r_A = 10$  см,  $s_A = 100$  см представлены на рис. 2. Эти кривые показывают чрезвычайно низкий уровень вредной засветки входного отверстия коронографа, находящегося в соответствующем месте тени внешнего затмевающего экрана с диафрагмой (рис. 1), у которой  $\alpha = \beta = 0$ . Это означает, что в качестве главной линзы можно использовать практически любой объектив подходящего фокусного расстояния и светосилы, состоящий из нескольких линз с одинарными требованиями к полировке и выбору стекол. Для сравнения укажем, что при такой же диафрагме, но с  $\beta \approx \alpha = 15^\circ$  [5, 6], относительная освещенность  $E$  в диапазоне углов  $i_A'$  от 1.5 до  $10 i_\odot$  изменяется от  $10^{-7}$  до  $10^{-11}$ .

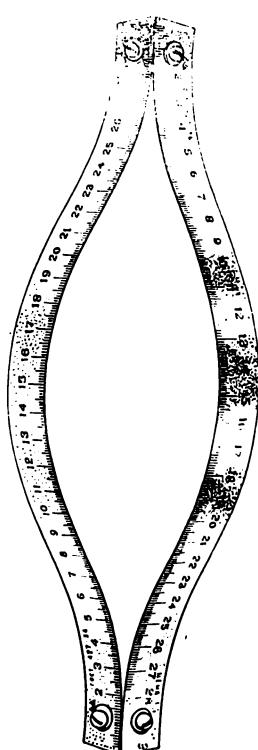


Рис. 4. Макет диафрагмы, образованной двумя упруго изогнутыми линейками, защемленные концы которых касаются друг друга краями, формирующими контур диафрагмы

них угловых точек, то диафрагма с  $\alpha = \beta = 0$  вполне реальна. Один из возможных ее вариантов представлен на рис. 4. Показанная диафрагма образована двумя гибкими линейками. Контур диафрагмы не плоский, хотя и состоит из двух плоских кривых, касающихся друг друга в угловых точках.

Реализация высокой эффективности внешней затмевающей системы с описанной выше диафрагмой зависит от поглощения и рассеяния све-

та в пространстве за диафрагмой  $AB$  (рис. 1). Там должны быть предусмотрены надежные светоотводы и светоловушки, а лучше всего — возможность прохождения прямого солнечного пучка навылет.

В заключение заметим, что монохроматическая относительная освещенность  $E$  становится численно равной интегральной, полихроматической, если при ее расчете по формуле (9) использовать значение  $\lambda^4$ , усредненное по спектру с весом, равным распределению яркости солнца по длинам волн. Это справедливо, когда не учитывается различное для разных длин волн потемнение солнца к краю. Для получения имеющей больший практический интерес интегральной относительной освещенности, которая определяется не только источником, но также спектральными пропусканием оптической системы и чувствительностью приемника, нужно лишь соответствующим образом изменить при усреднении  $\lambda^4$  весовую функцию.

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М. : Наука, 1970.— 856 с.
2. Консон Э. Т. Асимптотические разложения.— М. : Мир, 1966.— 160 с.
3. Ленский А. В. О возможности значительного снижения уровня рассеянного света при регистрации солнечной короны вне затмений // Солнечные данные.— 1978.— № 6.— С. 75—80.
4. Ленский А. В. Расчет освещенности в тени внешнего затмевающего экрана коронографа. II. Одиночные экраны // Пробл. космической физики.— 1979.— Вып. 14.— С. 122—132.
5. Ленский А. В. Расчет освещенности в тени внешнего затмевающего экрана коронографа. V. Сравнение эффективности внешних затмевающих систем // Там же.— 1981.— Вып. 16.— С. 116—122.
6. Ленский А. В. Теоретическая оценка эффективности внешних затмевающих систем коронографов // Астрон. журн.— 1981.— 58, вып. 3.— С. 648—659.
7. Dollfus A., Fort B., Morel C. Observation de la couronne solaire en ballon // Rech. spat.— 1968.— 7, N 5.— P. 1—7.
8. Dollfus A., Fort B., Morel C. Photographie des jets de la couronne solaire a l'aide de ballons stratospheriques // C. r. Acad. Sci. B.— 1968.— 266, N 25.— P. 1537—1540.
9. Gillett F. Summary report.— Minneapolis : Univ. of Minnesota, 1961.
10. Koomen M. J., Detwiler C. R., Brueckner G. E., et al. White light coronagraph in OSO-7 // Appl. Opt.— 1975.— 14, N 3.— P. 743—751.
11. MacQueen R. M., Gosling J. T., Hildner E., et al. The High Altitude Observatory white light coronagraph // Proc. SPIE.— 1974.— 44, Mar. 4—6.— P. 207—212.
12. Newkirk G., Jr., Bohlin D. Reduction of scattered light in the coronagraph // Appl. Opt.— 1963.— 2, N 2.— P. 131—140.
13. Newkirk G., Jr., Bohlin D. Scattered light in an externally occulted coronagraph // Ibid.— 1964.— 3, N 4.— P. 543—544.
14. Newkirk G., Jr., Bohlin J. D. The first flight of Coronascope II // Sky and Telesc.— 1964.— 28, N 1.— P. 16—19.
15. Newkirk G., Jr., Bohlin J. D. Coronascope II: observation of the white light corona from a stratospheric balloon // Ann. d'Astrophys.— 1965.— 28, N 1.— P. 234—238.
16. Purcell J. D., Koomen M. J. A coronagraph improvement // Sky and Telesc.— 1962.— 24, N 4.— P. 197.
17. Purcell J. D., Koomen M. J. Coronagraph with improved scattered-light properties // J. Opt. Soc. Amer.— 1962.— 52, N 5.— P. 596.
18. Tousey R. Observations of the white-light corona by rocket // Ann. d'Astrophys.— 1965.— 28, N 3.— P. 600—604.

Киев. ун-т им. Т. Г. Шевченко

Поступила в редакцию  
03.03.86