

УДК 530.12:521.9

**Распространение света в поле Шварцшильда
в пост-пост-ньютоновском приближении**

В. А. Брумберг

Дано общее решение $r=r(t)$, $\dot{r}=\dot{r}(t)$ уравнений распространения света в статическом поле Шварцшильда в пост-пост-ньютоновском приближении. Решение представлено как функция от начального значения $r_0=r(t_0)$ и направления скорости света в бесконечном прошлом $\sigma=\dot{r}(-\infty)/c$, а также как функция от двух произвольных координатных параметров. Для задачи с краевыми условиями $r_0=r(t_0)$, $\dot{r}=\dot{r}(t)$ найдены выражения интервала времени $t-t_0$ и направления σ как функции от граничных условий.

POST-POST-NEWTONIAN PROPAGATION OF LIGHT IN THE SCHWARZSCHILD FIELD, by Brumberg V. A.— The general post-post-Newtonian solution $r=r(t)$, $\dot{r}=\dot{r}(t)$ of the equations of light propagation in the static Schwarzschild field is given. The solution is expressed in terms of initial value $r_0=r(t_0)$ and the direction of the light velocity in the remote past $\sigma=\dot{r}(-\infty)/c$ as well as in terms of two arbitrary coordinate parameters. For the problem with boundary values $r_0=r(t_0)$, $\dot{r}=\dot{r}(t)$ the expressions of time interval $t-t_0$ and direction σ are presented in terms of the boundary values.

В настоящее время анализ высокоточных измерений отклонения лучей света и времени распространения радиосигналов подтвердил эффекты пост-ньютоновского приближения общей теории относительности с точностью от 1.5 до 0.1 % [10]. В связи с этим начинают разрабатываться конкретные программы определения эффектов пост-пост-ньютоновского приближения, в частности, с помощью астрометрического оптического интерферометра, выводимого на околоземную орбиту [6]. По предварительным оценкам точность наблюдения отклонения лучей света на таком интерферометре будет порядка $1 \cdot 10^{-6}$ угловой секунды, а пост-пост-ньютоновский эффект в отклонении лучей света вблизи Солнца составит $11 \cdot 10^{-6}$ угловой секунды. Теоретические расчеты пост-пост-ньютоновских эффектов в отклонении лучей света даны в работах [3—5, 7], а во времени распространения радиосигнала — в статье [8]. Наиболее полные результаты, справедливые не только для общей теории относительности, но и для других гравитационных теорий в рамках параметризованного пост-ньютоновского формализма [9], получены [7, 8] на основе сложных интегральных соотношений для распространения света и уравнения траектории световой частицы в фиксированной координатной системе. Цель настоящей работы — вывод дифференциальных уравнений распространения света в поле Шварцшильда общей теории относительности в широком классе практически употребляющихся квази-галилеевых систем координат; решение этих уравнений в пост-пост-ньютоновском приближении и нахождение явных выражений координат и компонентов скорости световой частицы как функции от координатного времени, начальных значений и координатных параметров; анализ краевой задачи распространения света (по двум заданным гелиоцентрическим положениям световой частицы) как функции от координатных параметров. Из общего решения можно получить (как частные случаи) все соотношения, необходимые для релятивистской обработки астрономических наблюдений в пост-пост-ньютоновском приближении.

Уравнения распространения света. Будем исходить из общего выражения статической метрики Шварцшильда

$$ds^2 = [1 - 2m/a(r)] c^2 dt^2 - \frac{a^2(r)}{r^2} (dr)^2 - \frac{1}{r^2} \left[\frac{a'^2(r)}{1 - 2m/a(r)} - \frac{a^2(r)}{r^2} \right] (rdr)^2, \quad (1)$$

где $m = GM/c^2$; G — постоянная тяготения; M — масса гравитирующего тела; c — скорость света в бесконечности; \mathbf{r} — триплет пространственных координат точки поля; $a(r)$ — произвольная функция радиальной координаты $r = |\mathbf{r}|$, удовлетворяющая условиям квази-галилеевой метрики (при $r \rightarrow \infty$ $a(r) \rightarrow \infty$, $a'(r) \rightarrow 1$, штрих обозначает производную по r). Круговое движение пробной частицы с радиусом r и частотой n описывается при соответствующем выборе плоскости отсчета соотношениями

$$\mathbf{r} = r \begin{pmatrix} \cos nt \\ \sin nt \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{r}} = nr \begin{pmatrix} -\sin nt \\ \cos nt \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n^2 = \frac{GM}{a^3(r)}, \quad (2)$$

где точка означает дифференцирование по координатному времени t . Уравнения распространения света в поле (1) задаются лагранжианом

$$L = (1/2) [1 - 2m/a(r)]^{-1} \left\{ \frac{a^2(r)}{r^2} \dot{\mathbf{r}}^2 + \frac{1}{r^2} \left[\frac{a'^2(r)}{1 - 2m/a(r)} - \frac{a^2(r)}{r^2} \right] (\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}})^2 \right\}. \quad (3)$$

Все наиболее употребительные системы квази-галилеевых координат относятся к классу функций $a(r)$, допускающих разложение

$$a(r) = r \left[1 + (1 - \alpha) \frac{m}{r} + \varepsilon \frac{m^2}{r^2} + \dots \right] \quad (4)$$

с произвольными параметрами α , ε , ... Для стандартных координат $\alpha = 1$, $\varepsilon = 0$, для гармонических координат $\alpha = \varepsilon = 0$, для изотропных координат $\alpha = 0$, $\varepsilon = 1/4$ и, наконец, для координат Пенлеве $\alpha = 2$, $\varepsilon = -3/2$. Метрика (1) для функции (4) примет вид

$$ds^2 = \left[1 - \frac{2m}{r} + 2(1 - \alpha) \frac{m^2}{r^2} + 2(-1 + 2\alpha - \alpha^2 + \varepsilon) \frac{m^3}{r^3} + \dots \right] c^2 dt^2 - \left[1 + 2(1 - \alpha) \frac{m}{r} + (1 - 2\alpha + \alpha^2 + 2\varepsilon) \frac{m^2}{r^2} + \dots \right] (dr)^2 - \frac{1}{r^2} \left[2\alpha \frac{m}{r} + (1 + 4\alpha - \alpha^2 - 4\varepsilon) \frac{m^2}{r^2} + \dots \right] (rdr)^2, \quad (5)$$

а лагранжиан (3) уравнений распространения света станет

$$L = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^2 + \frac{m}{r} \left[(2 - \alpha) \dot{\mathbf{r}}^2 + \alpha \left(\frac{\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}}}{r} \right)^2 \right] + \frac{m^2}{r^2} \left[\left(\frac{7}{2} - 2\alpha + \frac{1}{2} \alpha^2 + \varepsilon \right) \dot{\mathbf{r}}^2 + \left(\frac{1}{2} + 4\alpha - \frac{1}{2} \alpha^2 - 2\varepsilon \right) \left(\frac{\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}}}{r} \right)^2 \right] + \dots \quad (6)$$

Пост-пост-ньютоновские уравнения распространения света, соответствую-

ющие этому лагранжиану, имеют форму [2]:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{m}{r^3} \left[(4 - 2\alpha) (\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} - (2 + \alpha) \dot{\mathbf{r}}^2 \mathbf{r} + 3\alpha \left(\frac{\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}}}{r} \right)^2 \mathbf{r} \right] + \frac{m^2}{r^4} \left[(-2 + 8\alpha - 2\alpha^2 + 4\varepsilon) (\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}}) \dot{\mathbf{r}} + 2\varepsilon \dot{\mathbf{r}}^2 \mathbf{r} + (2 - 4\alpha + 2\alpha^2 - 8\varepsilon) \left(\frac{\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}}}{r} \right)^2 \mathbf{r} \right] + \dots \quad (7)$$

Решение этих уравнений — главная цель настоящей работы.

Решение уравнений. В качестве шести произвольных постоянных общего решения уравнений (7) выберем триплет пространственных координат световой частицы $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t_0)$ в момент t_0 , единичный вектор $\boldsymbol{\sigma} = \dot{\mathbf{r}}(-\infty)/c$, характеризующий направление скорости света в бесконечном прошлом, и скорость света c в бесконечности. Обозначая ньютоновские, пост-ньютоновские и пост-пост-ньютоновские значения искомого величин индексами соответственно N , pN и ppN , последовательно находим

$$\frac{1}{c} \dot{\mathbf{r}}_N(t) = \boldsymbol{\sigma}, \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_N(t) = \mathbf{r}_0 + c(t - t_0) \boldsymbol{\sigma}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{c} \dot{\mathbf{r}}_{pN}(t) = \boldsymbol{\sigma} + m \mathbf{A}_1(\mathbf{r}_N), \quad (10)$$

$$\mathbf{r}_{pN}(t) = \mathbf{r}_N(t) + m [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}_N) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0)], \quad (11)$$

$$\frac{1}{c} \dot{\mathbf{r}}_{ppN}(t) = \boldsymbol{\sigma} + m \mathbf{A}_1(\mathbf{r}_{pN}) + m^2 \mathbf{A}_2(\mathbf{r}_N), \quad (12)$$

$$\mathbf{r}_{ppN}(t) = \mathbf{r}_N(t) + m [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}_{pN}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0)] + m^2 [\mathbf{B}_2(\mathbf{r}_N) - \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_0)]. \quad (13)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) = -\alpha \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}}{r^3} \mathbf{r} + (\alpha - 2) \frac{\boldsymbol{\sigma}}{r} - 2 \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{r(r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r})}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = & \frac{2\alpha}{r^3} \mathbf{r} + \left(-\frac{1}{2} + 4\alpha - \alpha^2 + 2\varepsilon \right) \frac{(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r})}{r^4} \mathbf{r} - 4 \frac{\mathbf{r}}{r^2(r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r})} + \\ & + \left(\frac{1}{2} - 4\alpha + \alpha^2 - \varepsilon \right) \frac{\boldsymbol{\sigma}}{r^2} + (12 - 4\alpha) \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{r^2(r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r})} + 4 \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{r(r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r})^2} - \\ & - \frac{15}{4} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}) \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{r^2 |\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|^2} - \frac{15}{4} \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|^3} \left(\arctg \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}}{|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|} + \frac{\pi}{2} \right), \quad (15) \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) = \frac{\alpha}{r} \mathbf{r} - 2 \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}} - 2\boldsymbol{\sigma} \ln(r + \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_2(\mathbf{r}) = & \left(\frac{1}{4} - \varepsilon \right) \frac{\mathbf{r}}{r^2} + 2\alpha \frac{\boldsymbol{\sigma}}{r} - 4 \frac{\boldsymbol{\sigma}}{r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}} + 4 \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{(r - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{r})^2} - \frac{15}{4} \frac{\boldsymbol{\sigma}}{|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|} \times \\ & \times \arctg \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}}{|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|} - \frac{15}{4} (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}) \frac{\boldsymbol{\sigma} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma})}{|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|^3} \left(\arctg \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{r}}{|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|} + \frac{\pi}{2} \right), \quad (17) \end{aligned}$$

причем под $|\mathbf{r} \times \boldsymbol{\sigma}|$ подразумевается арифметическое значение модуля векторного произведения.

Непосредственным дифференцированием выражений (14)–(17) легко убедиться, что функции (12), (13) представляют собой пост-пост-ньютоновское решение уравнений (7). Следует иметь в виду, что в пра-

вых частях уравнений (7) в членах, пропорциональных m , вместо \mathbf{r} и $\dot{\mathbf{r}}$ надо использовать их пост-ньютоновские значения, а в членах, пропорциональных m^2 , — ньютоновские значения.

Отклонение света. В силу выбора σ

$$\frac{1}{c} \dot{\mathbf{r}}_{ppN}(-\infty) = \sigma. \quad (18)$$

Переходя в выражении (12) к пределу $t \rightarrow \infty$, после некоторых преобразований, связанных с подстановкой в (14) выражения (11), находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \dot{\mathbf{r}}_{ppN}(\infty) \equiv \mathbf{v} = \sigma - 4m \frac{\sigma \times (\mathbf{r}_0 \times \sigma)}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|^2} + m^2 \left[-\frac{15}{4} \pi \frac{\sigma \times (\mathbf{r}_0 \times \sigma)}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|^3} - \right. \\ \left. - 8 \frac{\sigma}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|^2} + 8(r_0 + \sigma r_0) \frac{\sigma \times (\mathbf{r}_0 \times \sigma)}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|^4} - 4\alpha \frac{\sigma \times (\mathbf{r}_0 \times \sigma)}{r_0 |\mathbf{r}_0 \times \sigma|^2} \right]. \quad (19) \end{aligned}$$

Отсюда

$$|\sigma \times \mathbf{v}| = \frac{4m}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|} + \frac{m^2}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|^2} \left(\frac{15}{4} \pi - 8 \frac{r_0 + \sigma r_0}{|\mathbf{r}_0 \times \sigma|} + \frac{4\alpha}{r_0} |\mathbf{r}_0 \times \sigma| \right). \quad (20)$$

Последнее выражение определяет синус угла полного отклонения луча света при его распространении в поле Шварцшильда. Для луча, касающегося диска Солнца, пост-ньютоновский член дает, как известно, величину $1.75''$, а пост-пост-ньютоновские члены, выраженные в секундах дуги, составляют несколько единиц шестого десятичного знака.

Краевая задача. Рассмотрим задачу о распространении луча света с заданными граничными условиями для фиксированных моментов t_0 и $t(t_0 < t)$: $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$, $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}$. Обозначая

$$\mathbf{D} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0, \quad D = |\mathbf{D}|, \quad (21)$$

имеем

$$c(t - t_0) = D, \quad (22)$$

$$\sigma = \frac{\mathbf{D}}{D} \quad (23)$$

в ньютоновском приближении;

$$c(t - t_0) = D - \frac{m}{D} \mathbf{D} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0)], \quad (24)$$

$$\sigma = \frac{\mathbf{D}}{D} + \frac{m}{D^3} [\mathbf{D} \times [\mathbf{D} \times (\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0))]] \quad (25)$$

в пост-ньютоновском приближении;

$$\begin{aligned} c(t - t_0) = D - \frac{m}{D} \mathbf{D} [\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0)] - \frac{m^2}{D} \mathbf{D} [\mathbf{B}_2(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_0)] + \\ + \frac{m^2}{2D^3} |\mathbf{D} \times (\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0))|^2, \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{\mathbf{D}}{D} + \frac{m}{D^3} [\mathbf{D} \times [\mathbf{D} \times (\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0))]] + \frac{m^2}{D^3} [\mathbf{D} \times [\mathbf{D} \times (\mathbf{B}_2(\mathbf{r}) - \\ - \mathbf{B}_2(\mathbf{r}_0))] + \frac{m^2}{D^3} [(\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0)) \times [\mathbf{D} \times (\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0))] - \\ - \frac{3}{2} \frac{m^2}{D^5} \mathbf{D} |\mathbf{D} \times (\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_1(\mathbf{r}_0))|^2 \quad (27) \end{aligned}$$

в пост-пост-ньютоновском приближении. При этом в правых частях выражений (24), (25) и в квадратичных по m членах в выражениях (26), (27) нужно использовать для σ ньютоновское значение (23), а в линейных по m членах в (26), (27) — пост-ньютоновское значение (25).

Подстановка в (26), (27) значений (16), (17) приводит к выражениям

$$\begin{aligned}
 c(t-t_0) = & D + m \left[2 \ln \frac{r_0 + r + D}{r_0 + r - D} + \frac{\alpha}{2D} \left(\frac{r_0^2 - r^2 - D^2}{r} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{r^2 - r_0^2 - D^2}{r_0} \right) \right] + m^2 \left[\frac{15}{4} \frac{D}{|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|} \left(\arctg \frac{r^2 - r_0^2 + D^2}{2|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \arctg \frac{r^2 - r_0^2 - D^2}{2|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|} \right) + \frac{2D}{|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2} (r - r_0 + D)(r - r_0 - D) + \right. \\
 & \left. + \frac{1 - 4\epsilon}{8D} \left(\frac{r_0^2 - r^2 - D^2}{r^2} + \frac{r^2 - r_0^2 - D^2}{r_0^2} \right) + 2\alpha \frac{(r - r_0)^2}{rr_0D} + \right. \\
 & \left. + \frac{\alpha^2}{2D^3} |\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)^2 \right], \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma = & \frac{\mathbf{D}}{D} + m \left[2 \frac{r - r_0 + D}{D|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2} + \frac{\alpha}{D^3} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) \right] [\mathbf{D} \times (\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r})] + \\
 & + m^2 \left\{ -\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2}{D^5} \left[\alpha \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) + \frac{2D^2}{|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2} (r - r_0 + D) \right]^2 \mathbf{D} + \right. \\
 & \left. + \left[\frac{15}{8} \frac{\pi D}{|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^3} + \frac{15}{8} \frac{r^2 - r_0^2 + D^2}{D|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^3} \arctg \frac{r^2 - r_0^2 + D^2}{2|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{15}{8} \frac{r^2 - r_0^2 - D^2}{D|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^3} \arctg \frac{r^2 - r_0^2 - D^2}{2|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|} + 2 \frac{(r + r_0)(r - r_0 - D)}{D|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^4} (r - r_0 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + D)^2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \alpha^2 - \epsilon \right) \frac{1}{D^3} \left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r^2} \right) + \alpha \frac{(r + r_0)(r - r_0 + D)^2}{D^2 r r_0 |\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{2} \alpha^2 \frac{(r + r_0)(r - r_0)^3}{D^5 r_0^2 r^2} \right] [\mathbf{D} \times (\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}) \right\}, \quad (29)
 \end{aligned}$$

причем

$$|\mathbf{r}_0 \times \mathbf{r}|^2 = \frac{1}{4} [D^2 - (r - r_0)^2] [(r + r_0)^2 - D^2]. \quad (30)$$

Таким образом, величины $t-t_0$ и σ выражаются через граничные данные. С помощью выражений (28), (29) можно в пост-пост-ньютоновском приближении рассчитать эффекты в оптических, радиолокационных и радиоинтерферометрических наблюдениях, которые были вычислены в пост-ньютоновском приближении [1]. Однако на практике можно не стремиться к аналитическому выражению каждого эффекта и достаточно использовать (28), (29) для численных расчетов. При этом легко убедиться, что зависимость $t-t_0$ и σ от координатных параметров α и ϵ лишь кажущаяся. Если в ньютоновских и пост-ньютоновских членах выразить \mathbf{D} , \mathbf{r} , \mathbf{r}_0 через измеряемые величины, то эта зависимость от α и ϵ исчезнет. Например, для кругового движения планет, описываемого соотношениями (2), можно выразить радиусы орбит через средние движения и параметры α , ϵ , а последующая подстановка этих значений в (28), (29) приведет к выражениям, не содержащим координатных параметров.

Результаты настоящей работы подтверждены вычислениями, проведенными Т. В. Ивановой с помощью системы аналитических преобразований на ЭВМ БЭСМ-6, за что автор выражает ей благодарность. Автор признателен рецензенту за критические замечания.

1. *Брумберг В. А.* Релятивистские эффекты при радиолокационных оптических и радионтерферометрических измерениях // *Астрон. журн.*—1981.—58, № 1.—С. 181—193.
2. *Brumberg V. A.* Present problems in relativistic celestial mechanics // *Relativity in Celestial Mechanics and Astrometry* / Eds J. Kovalevsky, V. A. Brumberg.—Dordrecht: Reidel, 1986.—P. 5—17.
3. *Cowling S. A.* Gravitational light deflection in the solar system // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*—1984.—209, N 2.—P. 415—427.
4. *Epstein R., Shapiro I. I.* Post-post-Newtonian deflection of light by the Sun // *Phys. Rev. D.—Part. and Fields.*—1980.—22, N 12.—P. 2947—2949.
5. *Fischbach E., Freeman B. S.* Second-order contribution to the gravitational deflection of light // *Ibid.*—P. 2950—2952.
6. *Reasenberg R. D., Shapiro I. I.* Prospects for observations of relativistic effects in the solar system // *Relativity in Celestial Mechanics and Astrometry* / Eds J. Kovalevsky, V. A. Brumberg.—Dordrecht: Reidel, 1986.—P. 383—391.
7. *Richter G. W., Matzner R. A.* Second-order contributions to gravitational deflection of light in the parametrized post-Newtonian formalism. I, II // *Phys. Rev. D.—Part. and Fields.*—1982.—26, N 6.—P. 1219—1224.—N 10.—P. 2549—2556.
8. *Richter G. W., Matzner R. A.* Second-order contributions to relativistic time-delay in the parametrized post-Newtonian formalism // *Ibid.*—1983.—28, N 12.—P. 3007—3012.
9. *Will C. M.* Theory and experiment in gravitational physics.—Cambridge: Cambridge Univ. press, 1985.—342 p. (Перевод: К. Уилл. Теория и эксперимент в гравитационной физике.—М.: Энергоатомиздат, 1985.—294 с.)
10. *Will C. M.* General relativity confronts experiment // *Relativity in Celestial Mechanics and Astrometry* / Eds J. Kovalevsky, V. A. Brumberg.—Dordrecht: Reidel, 1986.—P. 355—367.

Ин-т теорет. астрономии АН СССР,
Ленинград

Поступила в редакцию 21.03.86,
после доработки 10.06.86

Научные конференции

КОЛЛОКВИУМ МАС № 100 «ОСНОВАНИЯ АСТРОМЕТРИИ»

Состоится 8—11 сентября 1987 г. в Белграде. Он посвящается 100-летию Белградской астрономической обсерватории. Научная программа: задачи астрометрии; основные астрометрические принципы; методы наблюдений; инструменты и оборудование; обработка наблюдательных данных; влияние атмосферы и другие эффекты; создание каталогов; определение положений тел Солнечной системы; привязка различных рядов наблюдений (или каталогов), полученных в различные эпохи и разными методами; создание фундаментальных каталогов; использование астрометрических данных; координация астрономических наблюдений; будущее астрометрии; космическая и наземная астрометрия.