

УДК 523.33

Еще раз о деформации селенодезических опорных систем

В. С. Кислюк

Из сравнения некоторых наземных селенодезических каталогов с фотограмметрической системой «Аполлон-15» найдены квазиабсолютные деформации координатных систем, реализуемых этими каталогами. Показано, что деформации селенодезических опорных систем могут быть обусловлены несовпадением центра фигуры с центром масс Луны.

ONCE AGAIN ON THE DEFORMATIONS OF SELENODETTIC REFERENCE FRAMES, by Kistlyuk V. S.—The quasi-absolute deformations of the coordinate systems of the Earth-based selenodetic catalogues are found from comparison of some catalogues with the photogrammetric system of «Apollo-15». It is shown that the deformations of selenodetic reference frames may be due to the divergence of the lunar figure with the centre of its mass.

Пусть положение i -й точки лунной поверхности по данным двух селенодезических каталогов определяется соответственно векторами $\mathbf{r}_{1i}(\xi_{1i}, \eta_{1i}, \zeta_{1i})$ и $\mathbf{r}_{2i}(\xi_{2i}, \eta_{2i}, \zeta_{2i})$. Координатные оси здесь направлены следующим образом: η — к северному полюсу Луны, ζ — в сторону Земли, ξ — на восток (в сторону Моря Кризисов), дополняя систему до правой. Обычно каталожные системы близки к квазидинамической системе координат [5].

Согласно работам [2, 9], представим связь систем двух селенодезических каталогов в виде преобразования

$$\Delta \mathbf{r}_{1-2} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \mathbf{A} \mathbf{r}_2 + \mathbf{B}. \quad (1)$$

Матрицу

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ e & f & g \\ m & n & l \end{pmatrix} \quad (2)$$

можно расчлнить на две части: матрицу относительного поворота координатных осей

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}(b-e) & \frac{1}{2}(c-m) \\ -\frac{1}{2}(b-e) & 0 & \frac{1}{2}(g-n) \\ -\frac{1}{2}(c-m) & -\frac{1}{2}(g-n) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\mu & \nu \\ \mu & 0 & -\pi \\ -\nu & \pi & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

и матрицу относительных деформаций

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} a & \frac{1}{2}(b+e) & \frac{1}{2}(c+m) \\ \frac{1}{2}(b+e) & f & \frac{1}{2}(g+n) \\ \frac{1}{2}(c+m) & \frac{1}{2}(g+n) & l \end{pmatrix} \quad (4)$$

Вектор

$$\mathbf{B} = (d, h, k)^T \quad (5)$$

характеризует несовпадение координатных систем (τ — знак транспонирования).

В работе [10] при изучении деформаций селенодезических опорных систем (СОС), описываемых матрицей (4), использована теория деформации сплошной среды. Геометрически относительные деформации СОС означают, что сфера, построенная по данным одного из сравниваемых каталогов, после преобразования (1) к системе другого каталога, превращается в трехосный эллипсоид, который можно назвать эллипсоидом деформации (э. д.).

Деформации СОС обусловлены главным образом влиянием ошибок стандартов и параметров, принятых при составлении каталогов. В работе [4] на примере сравнения каталогов [8, 11] показано, что э. д. возникает даже в том случае, если одни и те же измерения обработаны разными методами. Основной источник ошибок, обуславливающих э. д., — неточность принимаемых параметров вращения Луны. Причем доминирует влияние ошибки средней наклонности лунного экватора к эклиптике [3].

Деформации СОС, описываемые матрицей (4), являются относительными. Они характеризуют взаимные искажения координат точек лунной поверхности, которые обнаруживаются при попарном сравнении каталогов. Для изучения абсолютной деформации, присущей тому или иному селенодезическому каталогу, следовало бы сравнить его с независимой опорной сетью, которая наилучшим образом отображала бы реальную геометрическую модель физической поверхности Луны. Таким независимым селенодезическим стандартом может служить каталог [14], который построен по снимкам, полученным с помощью КК «Аполлон-15». Как следует из работы [14], контрольная селенодезическая система «Аполлон-15» содержит положения 4900 точек и охватывает около 10 % лунной поверхности. Точность системы характеризуется ошибками ± 300 м в плане и ± 80 м по высоте. Воспользуемся списком 330 точек этой сети, координаты которых были представлены на XV Генеральной Ассамблее МАС (Сидней, 1973) [13].

Данная сеть, по-видимому, хорошо привязана к центру масс Луны. Согласно работе [7], при ее составлении использована модель физической либрации Луны Экхардта, в которой учитывается влияние высших гармоник селенопотенциала. Следовательно, по условиям задания система каталога близка к динамической координатной системе, оси которой совпадают с главными осями инерции Луны.

Главное достоинство системы «Аполлон-15» заключается в том, что она построена по принципиально новым, независимым от наземных наблюдений данным. В отличие от СОС, основанных на наземных астрометрических наблюдениях, в которых точность определения абсолютных высот на Луне не зависит от положения точек на видимом диске Луны, сеть «Аполлон-15» более однородна. Существенный недостаток системы «Аполлон-15» — данная сеть охватывает сравнительно небольшую часть поверхности Луны от $+40$ до -20° по широте, что обусловлено близэкваториальным расположением траекторий КК «Аполлон-15». Поэтому для изучения абсолютных (точнее, квазиабсолютных) деформаций из всей совокупности «наземных» каталогов привлечены только каталоги Манчестерского университета [12] и Аэронавтического центра карт и информации США [11] (в дальнейшем соответственно «Манчестер» и АСИС). Согласно исследованиям [2], эти каталоги самые высокоточные в отношении определения абсолютных высот точек на лунной поверхности.

В работе [6] для сравнения этих каталогов с системой «Аполлон-15» применена семипараметрическая модель связи сравниваемых систем,

которая получается если в матрице (4) принять $a=f=l$, а недиагональные элементы приравнять к нулю. Так определены взаимные повороты систем, величины, характеризующие несовпадение их начал и различие масштабов систем. На основании выполненных сравнений сделан вывод: «... в пространственных координатах λ , β , h опорных точек лучших селенодезических каталогов, созданных наземными средствами, помимо систематических ошибок, обусловленных несовпадением систем координат, отсутствуют какие-либо другие систематические ошибки» [6,

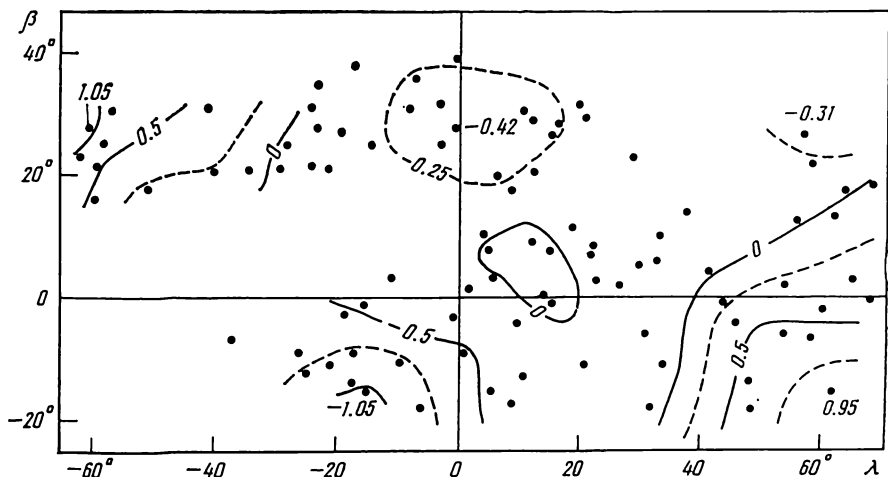


Рис. 1. Квазиабсолютная деформация системы каталога «Манчестер». Изолинии проведены через 0.25 км. Показаны общие точки для пары каталогов «Аполлон-15» — «Манчестер»

с. 114]. Этот вывод сделан при попытке выявить в значениях селенодезических координат λ , β ошибки типа «эффект фазы». Такой эффект не выявлен. Следует отметить, что точность плановых координат в каталоге «Аполлон-15» оценивается не очень высоко (по данным работы [14], ± 300 м).

Таблица 1. Результаты решения уравнений (6) для пар каталогов «Аполлон»—«Манчестер», «Аполлон»—АСИС, «Аполлон»—«Киев»

Параметр	Сравниваемый каталог		
	«Манчестер» [12]	АСИС [11]	«Киев» [1]
n	92	85	244
a	0.47 ± 0.13	-0.52 ± 0.31	-0.01 ± 0.09
f	-1.59 ± 0.53	1.23 ± 0.79	-0.68 ± 0.11
l	-0.30 ± 0.07	0.06 ± 0.10	0.30 ± 0.09
$b+e$	-2.02 ± 0.31	1.92 ± 0.55	0.75 ± 0.15
$c+m$	0.39 ± 0.15	-0.27 ± 0.26	-1.85 ± 0.18
$g+n$	0.92 ± 0.25	-0.23 ± 0.37	-0.02 ± 0.25
σ	± 0.35	± 0.52	± 0.75
$r(t, g+n)$	-0.761	-0.766	-0.757

Примечание. Коэффициенты даны в километрах; n — число общих точек.

Деформации СОС, описываемые матрицей (4), наоборот, проявляются в абсолютных высотах. Используем результаты работы [6] и приведем системы каталогов «Манчестер» и АСИС к центру масс Луны. После этого разности абсолютных высот Δh одноименных точек (в смыс-

ле каталог «Аполлон-15» минус сравниваемый каталог) представим в виде

$$\Delta h = a\xi^2 + f\eta^2 + l\xi^2 + (b + e)\xi\eta + (c + m)\xi\zeta + (g + n)\eta\zeta + d\xi + h\eta + k\zeta, \quad (6)$$

где a, b, c, \dots — коэффициенты матрицы (2). Так как системы приведены к одному началу, то в выражении (6) имеем $d=h=k=0$.

Результаты решения уравнений (6), составленных для всех общих точек пар каталогов «Аполлон» — «Манчестер» и «Аполлон» — АСИС, представлены соответственно во второй и третьей графах табл. 1. Предварительное приведение систем к одному началу позволяет получить более надежное решение выражений (6).

Таблица 2. Деформации селенодезических систем «Манчестер», АСИС и «Киев-4900»

Параметр	«Манчестер»	АСИС	«Киев-4900»
\bar{a}	1738.88	1738.05	1738.57
\bar{b}	1737.84	1737.05	1737.41
\bar{c}	1735.86	1736.33	1737.01
$\bar{a}(\lambda, \beta)$	90°E, 21°S	2°W, 7°N	25°W, 6°S
$\bar{b}(\lambda, \beta)$	6°E, 14°N	85°E, 33°S	55°E, 61°N
$\bar{c}(\lambda, \beta)$	54°W, 63°S	76°W, 65°S	67°E, 29°S
α_1^{-1}	576	664	1114
α_2^{-1}	1672	1074	1499

Примечание. Величины $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ даны в километрах.

В последней строке табл. 1 показаны максимальные значения коэффициентов корреляции между определяемыми величинами. В случае использования выражений (6) в полном составе возникают более тесные корреляционные связи (некоторые коэффициенты корреляции близки к 1).

Как следует из табл. 1, коэффициенты выражения (6) для рассматриваемых пар каталогов значимо отличны от нуля. Используя эти данные, можно найти параметры трехосных эллипсоидов деформации. Величины $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ — значения полуосей эллипсоидов, $\bar{a}(\lambda, \beta), \bar{b}(\lambda, \beta), \bar{c}(\lambda, \beta)$ — селенографические координаты направлений осей эллипсоидов, а также величины сжатий эллипсоидов $\alpha_1 = (\bar{a} - \bar{c})/\bar{a}$ и $\alpha_2 = (\bar{a} - \bar{b})/\bar{a}$ для каталогов «Манчестер» и АСИС приведены в табл. 2. Наглядное представление о квазиабсолютной деформации каталога «Манчестер» дает рис. 1, на котором показаны сглаженные значения разностей высот $h_{\text{АП}} - h_{\text{М}}$, полученные после совмещения начал систем каталогов.

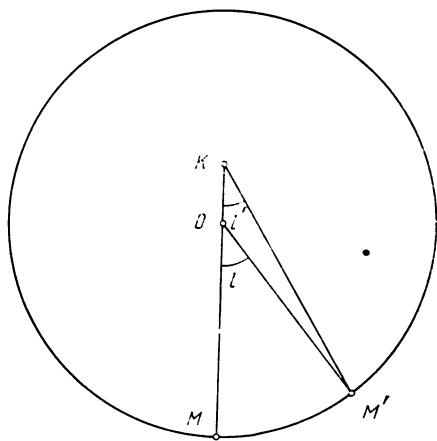
Оценим дисперсии абсолютных высот по данным трех сравниваемых каталогов: 1 — «Аполлон-15», 2 — «Манчестер», 3 — АСИС. Согласно работе [2], можно записать

$$\sigma_{1-2}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2, \quad \sigma_{1-3}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_3^2, \quad \sigma_{2-3}^2 = \sigma_2^2 + \sigma_3^2, \quad (7)$$

где $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ — дисперсии абсолютных высот соответственно по данным указанных каталогов; $\sigma_{1-2}^2, \sigma_{1-3}^2, \sigma_{2-3}^2$ — дисперсии соответствующих разностей абсолютных высот после учета систематической части выражения (6). Из табл. 1 следует, что $\sigma_{1-2} = \pm 0.35$ км, $\sigma_{1-3} = \pm 0.52$ км. Для определения дисперсии σ_{2-3}^2 разности абсолютных высот $\Delta h = h_2 - h_3$ представлены в виде (6). Предварительно они приводились к одному на-

чалу (согласно работе [6]). В результате найдено $\sigma_{2-3} = \pm 0.61$ км. Окончательно получим (в км): $\sigma_1 = \pm 0.10$, $\sigma_2 = \pm 0.34$, $\sigma_3 = \pm 0.51$.

Таким образом, можно сделать заключение о том, что приведенные в каталоге «Аполлон-15» значения абсолютных высот действительно характеризуются высокой точностью в случайном отношении (по данным работы [14], $\sigma_1 = \pm 0.08$ км).



Почти все наземные каталоги реализуют координатные системы, отнесенные к центру фигуры Луны. В этом отношении выгодно отличается сводный киевский каталог селенодезических координат 4900 точек лунной поверхности [1] («Киев-4900»), система которого отнесена к центру масс Луны. Прежде всего применим к паре «Аполлон» — «Ки-

Рис. 2. К объяснению деформаций селенодезических опорных систем несовпадением центра фигуры (K) с центром масс (O) Луны

ев» семипараметрическую модель связи систем двух каталогов. Результаты решения (с учетом весов, приведенных в каталоге «Киев-4900»; $n=244$; $\bar{\mu}$ — различие масштабов систем):

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$1 + \bar{\mu}$	0.99998	μ	-10 ± 14
d	0.58 ± 0.13	ν	-150 ± 16
h	0.03 ± 0.16	π	49 ± 21
k	-0.10 ± 0.11	σ	± 0.75

Примечание. Величины d , h , k и σ даны в километрах; μ , ν , π — в селеноцентрических секундах дуги; $(1 + \bar{\mu})$ — в ед. $R_{\zeta} = 1738$ км.

Система каталога [1] — практически селеноцентрическая (имеется небольшой сдвиг по координате ξ). Следует отметить, что начало системы каталогов «Манчестер» и ACIS находится дальше от начала системы «Аполлон-15» по координате ζ (величина k) соответственно на 1.79 и 2.73 км [6].

Что касается различия ориентировок, то в плоскости $\xi\eta$ (вращение вокруг оси ζ) обе системы ориентированы практически одинаково. Наибольший взаимный поворот систем отмечается вокруг оси η (угол ν), что вызвано учетом высших членов в разложении селенопотенциала при составлении каталога «Аполлон-15».

Теперь относительно квазиабсолютной деформации системы каталога «Киев-4900». Разности абсолютных высот «Аполлон» — «Киев» представлены выражением (6) с учетом сдвига по координате ξ ($d = 0.58$ км). Результаты решения показаны в последней графе табл. 1, а в последней графе табл. 2 приведены соответствующие им параметры э. д.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Системы селенодезических каталогов, построенных по наземным фотографическим наблюдениям, обладают не только относительными, но и значительными абсолютными деформациями.

2. При составлении сводного селенодезического каталога деформации систем в некоторой мере ослабляются. Как следует из сравнения каталогов «Аполлон»—«Киев», наибольшие величины сжатий э. д. системы сводного каталога «Киев-4900» почти вдвое меньше соответствующих значений, полученных для каталогов «Манчестер» и АСИС (табл. 2).

3. Одной из причин деформаций большинства наземных селенодезических систем может быть то, что при их составлении, как правило, используются исходные опорные сети, отнесенные к центру фигуры Луны, который по крайней мере на 2 км дальше от центра масс Луны по направлению Земля — Луна.

В самом деле, для определения направленной к Земле координаты ζ кратеров используется явление стереоэффекта, вызванного размахом либрации Луны. Поворот Луны на угол либрации l происходит вокруг центра масс Луны O (рис. 2). В результате точка M , находящаяся в центре видимого диска Луны, переместится в положение M' . При составлении каталогов «Манчестер» и АСИС в качестве исходной опорной сети использован каталог Шрутки—Рехтенштамма [15], начало системы которого, как известно, задано положением кратера Мёстинг А в определении Козела (на рис. 2 точка K). При определении координаты ζ необходимо брать угол l' , в то время как используется угол l , в результате чего возникает дополнительный неучитываемый стереоэффект

$$\Delta l = l - l' = \Delta R (R + \Delta R)^{-1} l, \quad (8)$$

где $\Delta R = OK$ (рис. 2); $R = 1738$ км — средний радиус Луны. Беря максимальный размах либраций Луны $l = 16^\circ$, $\Delta R = 2$ км, получим $\Delta l \approx \approx 0.00032R_\zeta \approx 65''$. Этот дополнительный стереоэффект, как следует из работы [3], может обусловить наблюдаемые деформации СОС.

1. Гаврилов И. В., Кислюк В. С., Дума А. С. Сводная система селенодезических координат 4900 точек лунной поверхности.— Киев: Наук. думка, 1977.—172 с.
2. Кислюк В. С. Сравнительный анализ современных селенодезических опорных сетей // Астрометрия и астрофизика.— 1971.— Вып. 13.— С. 19—29.
3. Кислюк В. С. Деформация селенодезической опорной сети под влиянием ошибок постоянных вращения Луны // Там же.— 1972.— Вып. 16.— С. 30—40.
4. Кислюк В. С. Систематические различия селенодезических каталогов, зависящие от метода обработки измерений // Там же.— С. 40—46.
5. Кислюк В. С. О выборе координатной системы при построении селенодезической опорной сети // Там же.— 1979.— Вып. 39.— С. 73—80.
6. Никонов В. А. Анализ систематических ошибок в системах селенодезических каталогов // Астрон. вестн.— 1984.—28, № 2.— С. 107—116.
7. Doyle F. Y., Elassal A. A., Lucas J. R. Selenocentric geodetic reference system.— USA Dep. Commerce Nat. Oceanic Atmosph. Administr. Techn. Rep., Washington, 1977.—53 p.
8. Eigen J. M., Hathaway J. D. Department of defence selenodetic control system 1966.— Washington: USAF, Army map service, USA Aeronautical Chart and Information Center, 1967.—175 p.
9. Gavrilov I. V., Kislyuk V. S. Precision of selenodetic frames of reference // Moon.— 1973.—6, N 1/2.— P. 202—211.
10. Habibullin Sh. T., Chikanov Yu. A., Kislyuk V. S. Relative deformation of selenodetic nets of coordinates // Ibid.— 1972.—3, N 4.— P. 371—385.
11. Meyer D. L., Ruffin B. W. Coordinates of lunar features // Icarus.— 1965.—4, N 5/6.— P. 513—527.
12. Moutsoulas M. Rotation of the Moon and lunar coordinate systems // Moon.— 1972.—5, N 3/4.— P. 302—331.
13. Schirmerman L. A. The expanding Apollo control system. Appendix. Apollo 15 crater coordinates relative to Earth-based telescopic system.— St. Louis, Miss.: Def. Mapping Agency Aerospace Center, 1976.
14. Schirmerman L. A., Cannel W. D., Meyer D. L. Relationship of spacecraft and Earth-based selenodetic system.— St. Louis, Miss.: Def. Mapping Agency Aerospace Center, 1973.
15. Schrutka-Rechtenstamm G. Neureduktion der 150 Mondpunkten der Breslauer Messungen von J. Franz // Mitt. Univ. Sternw. Wien.— 1958.—9.— S. 251—303.