

УДК 523.3/4

О спектре гравитационного поля Луны

П. М. Зазуляк, А. Н. Марченко, О. А. Абрикосов

Рассмотрена аппроксимация порядковых дисперсий аномалий силы тяжести Луны аналитическими выражениями. На основе построенных моделей точечных масс дана интерпретация основных особенностей спектра гравитационного поля Луны.

ON THE SPECTRUM OF THE MOON'S GRAVITATIONAL FIELD, by Zazulyak P. M., Marchenko A. N., Abrikosov O. A.— An approximation of degree variances of the Moon's gravity anomalies by analytical expressions is considered. The interpretation of the spectrum of the Moon's gravitational field is based on the point mass models.

В исследовании глобального гравитационного поля Луны с помощью ее искусственных спутников (ИСЛ) на современном этапе достигнуты определенные успехи. Однако по ряду причин дальнейшее уточнение структуры глобального гравитационного поля Луны затруднено. Основные из них: недостаточность данных наблюдений (в том числе, их полное отсутствие на обратной стороне Луны); наличие больших локальных аномалий силы тяжести, что приводит к необходимости учитывать гармоники высоких порядков при представлении потенциала в ряд по шаровым функциям [1, 5].

В работах [6, 7] применен алгоритм определения гармонических коэффициентов c_{nm} и s_{nm} гравитационного поля Луны с использованием априорной информации о порядковых дисперсиях $\sigma_{c_{nm}}$ и $\sigma_{s_{nm}}$, вычисляемых по определенным правилам, что позволило в какой-то мере компенсировать недостаточность данных наблюдений. Полученные таким методом в работах [6, 7] модели более реально по сравнению с выводами других авторов представляют гравитационное поле Луны. Однако, как показал сравнительный анализ [2], в этих моделях гармонические коэффициенты c_{nm} и s_{nm} (особенно высоких порядков) определены недостаточно надежно. Одна из возможных причин этого — использование в работах [6, 7] помимо разных исходных данных также различных аналитических выражений для вычисления априорных значений порядковых дисперсий $\sigma_{c_{nm}}$ и $\sigma_{s_{nm}}$.

Так, показано [6], что при использовании двух вариантов аналитических выражений для порядковых дисперсий получаются разные модели, глобальные дисперсии которых $C_0 = 5990.9$ мГал² и $C_0 = 2450.2$ мГал². Поэтому исследование спектра селенопотенциала и его аппроксимация аналитическими выражениями представляется важным для дальнейшего уточнения глобального гравитационного поля Луны.

Порядковые дисперсии c_n аномалий силы тяжести для модели гравитационного поля Луны [6], вычисленные с помощью соотношения [5]:

$$c_n = \left(\frac{GM_{\zeta}}{R_{\zeta}^2} \right)^2 (n-1)^2 \sum_{m=0}^n (\bar{c}_{nm}^2 + \bar{s}_{nm}^2), \quad (1)$$

показаны на рис. 1. Здесь GM_{ζ} — селеноцентрическая постоянная; R_{ζ} — средний радиус Луны; \bar{c}_{nm} и \bar{s}_{nm} — нормированные значения гармонических коэффициентов. На рис. 1 линия порядковых дисперсий имеет довольно сложный вид, обусловленный особенностями при $n = 6, 7, 10, 11, 15$.

На основе анализа характера эмпирических порядковых дисперсий для их аппроксимации выбраны два аналитических выражения

$$c_n = \alpha_1 \frac{n-1}{n+A} \sigma^{n+2} + \alpha_2 \frac{n-1}{(n-2)(n+B)} \sigma^{n+2} \quad (2)$$

и

$$c_n = \alpha \frac{n-1}{n(n+B)} \sigma^{n+2}, \quad (3)$$

где $\sigma = R_B^2/R_C^2$ — отношение радиуса лунной «сферы Бьерхаммара» R_B к R_C ; α , α_1 , α_2 , A , B — определяемые из аппроксимации константы.

Выражение (2), являющееся обобщением модели Чернинга — Раппа, предложено в [4] и используется при исследовании спектра гравитационного поля Земли. Для него получены необходимые соотношения,

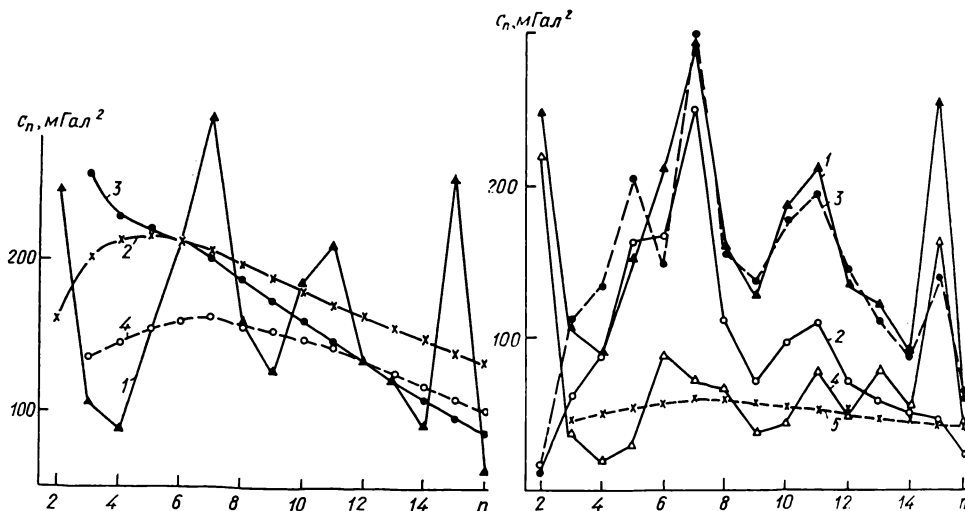


Рис. 1. Эмпирические и модельные порядковые дисперсии аномалий силы тяжести Луны: 1 — по данным [6]; 2 — вычисленные по (3); 3 — модель M1; 4 — модель M2

Рис. 2. Порядковые дисперсии аномалий силы тяжести: 1 — по данным [6]; 2 — модель M18; 3 — модель 30 точечных масс; 4 — для остаточного поля; 5 — вычисленные по (2) с параметрами (4)

позволяющие вычислять ковариации для разных составляющих гравитационного поля. В зависимости от постоянной B выражение (3) представляет собой функцию, возрастающую при некоторых значениях n с последующим убыванием при увеличении n .

Модельные порядковые дисперсии, вычисленные для двух вариантов (M1 и M2) по (2) и по (3), показаны на рис. 1. Значения параметров в (2) и (3), использованные при вычислении модельных дисперсий, приведены в табл. 1.

**Значения постоянных
при аппроксимации
эмпирических дисперсий
выражением (3)**

α	59 446 мГал ²
B	150
σ	0.95

Анализ результатов показал, что аппроксимация порядковых дисперсий аномалий силы тяжести Луны аналитическими выражениями (2) или (3) может быть выполнена с точностью не выше $65 \div 80$ мГал².

Характер спектра эмпирических порядковых дисперсий позволяет полагать, что трудно подобрать аналитические выражения, которые бы в лучшей мере аппроксимировали эмпирические порядковые дисперсии.

Особенности в спектре порядковых дисперсий при $n=6, 7, 10, 11$, 15 могут объясняться, с одной стороны, наличием масконов на Луне, с другой — ошибками определения гармонических коэффициентов c_{nm} и s_{nm} модели гравитационного поля. Для исследования этого вопроса построена модель 18 точечных масс (M18) гравитационного поля Луны.

Точечные массы располагались в местах девяти наиболее крупных масконов на видимой стороне Луны, а на обратной стороне — в районах крупных аномалий силы тяжести. Величины точечных масс и глубины их залегания вычислялись по методике, описанной в [3], и приведены в табл. 2.

Таблица 1. Значения постоянных при аппроксимации эмпирических дисперсий выражением (2)

Параметр	M1	M2
α_1 , мГал ²	2759	1842
α_2 , мГал ²	1937	504
A	20	20
B	10	10
σ	0.86359	0.89267

Таблица 2. Параметры модели M18 селенопотенциала

Номер п/п	$\mu_i \cdot 10^4$	d_i	φ_i , град	λ_i , град
1	1.6224	0.8000	51.9	342.0
2	1.6267	0.8000	63.4	13.7
3	0.7166	0.8000	46.4	77.7
4	-0.4453	0.8000	73.2	17.0
5	-1.5189	0.7654	59.9	2.7
6	0.5914	0.7757	130.8	275.9
7	-0.5405	0.8087	39.1	70.9
8	-0.4093	0.8211	109.1	261.4
9	0.3831	0.8153	93.1	118.6
10	0.6445	0.7995	103.2	232.0
11	0.2139	0.8954	75.1	226.6
12	-0.8094	0.7686	123.6	196.8
13	0.9928	0.7366	95.9	173.9
14	-0.4516	0.8181	84.5	147.9
15	-0.1889	0.9459	119.2	78.5
16	-0.6546	0.7164	80.6	195.7
17	-1.6884	0.6457	45.0	337.4
18	-0.0846	0.9253	127.9	331.3

Порядковые дисперсии модели 18 точечных масс показаны на рис. 2. Сравнение дисперсий модели M18 с эмпирическими показывает, что особенности спектра для $n=6, 7$ и в какой-то мере для $n=10, 11$ хорошо объясняются аномальными массами. В то же время значение дисперсии при $n=15$ не может быть интерпретировано с помощью модели 18 точечных масс.

Учитывая, что высокие порядки разложения по шаровым функциям отражают более мелкие (по сравнению с девятью крупными масконами) аномальные структуры, для интерпретации дисперсии при $n=15$ необходима модель с большим числом масс. Действительно, примерно 40% значения дисперсии для $n=15$ интерпретируется моделью 30 точечных масс (рис. 2). Однако гармонические коэффициенты высоких порядков моделей гравитационного поля Луны определены пока не совсем надежно [2]. Поэтому можно предполагать, что значение дисперсии для $n=15$ обусловлено в значительной мере ошибками гармонических коэффициентов.

Рассмотрим порядковые дисперсии «остаточного» поля аномалий силы тяжести, полученного вычитанием из исходного поля, задаваемого гармоническими коэффициентами c_{nm} и s_{nm} [6], поля, создаваемого моделью 18 точечных масс. Порядковые дисперсии такого поля показаны на рис. 2.

Спектр дисперсий аномалий силы тяжести такого поля имеет более сглаженный характер (рис. 2), поэтому оказывается более удобным для аппроксимации аналитическими выражениями. На этом же рисун-

Примечание. μ_i — масса в ед. M_C ; d_i — расстояния до точечных масс в ед. $R_C=1737.53$ км; φ_i — полярное расстояние; λ_i — селенографическая долгота.

ке показаны модельные значения c_n , вычисленные при использовании (2) с параметрами

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 630 \text{ мГал}^2; & \alpha_2 &= 150 \text{ мГал}^2; \\ A &= 20; & B &= 10; & \sigma &= 0.9. \end{aligned} \quad (4)$$

Средняя квадратичная ошибка аппроксимации порядковых дисперсий остаточного поля выражением (2) с параметрами (4) составляет ~ 30 мГал², т. е. точность при таком подходе увеличивается более чем в два раза по сравнению с аппроксимацией непосредственно эмпирических дисперсий.

В заключение отметим, что модель 18 точечных масс аппроксимирует аномальное поле силы тяжести, задаваемое гармоническими коэффициентами при $n \geq 3$. Поэтому при самостоятельном использовании этой модели нормальное поле необходимо задавать гармоническими коэффициентами второго порядка c_{2m}, s_{2m} .

1. Аким Э. Л., Власова З. П. Исследования гравитационного поля Луны по данным измерений траекторий советских искусственных спутников Луны // Косм. исслед.—1983.—21, вып. 4.—С. 499—511.
2. Зауляк П. М., Киричук В. В., Мещеряков Г. А. Исследование обобщенной фигуры Луны // Proc. Int. Symp. Figure of the Earth, the Moon and other Planets. Monogr. Ser VUGTK.—Prague, 1983.—Р. 465—475.
3. Марченко А. Н. Вариационный метод аппроксимации геопотенциала рядом фундаментальных решений уравнений Лапласа // Геодезия, картография и аэрофотосъемка.—1985.—Вып. 41.—С. 53—62.
4. Мориз Г. Современная физическая геодезия.—М.: Недра, 1983.—390 с.
5. Сагитов М. У. Лунная гравиметрия.—М.: Наука, 1979.—431 с.
6. Bills B. G., Ferrari A. J. A harmonic analysis of lunar gravity // J. Geophys. Res. B.—1980.—85.—Р. 1013—1025.
7. Ferrari A. J. Lunar gravity: a harmonic analysis // J. Geophys. Res.—1977.—82.—Р. 3065—3084.

Львов. политехн. ин-т им. Ленин. комсомола,
Львов

Поступила в редакцию
01.11.85