

УДК 523.44

Либрационное движение троянских астероидов с учетом наклонов их орбит

Р. В. Загреддинов

Предлагается промежуточная орбита для соизмеримости 1/1 в круговой ограниченной задаче трех тел с учетом наклона орбиты. Промежуточная орбита используется для получения характеристик либрационных орбит 38 нумерованных малых планет троянской группы при нулевых и ненулевых наклонах орбит. Показано удовлетворительное согласие полученных результатов для троянца Stentor (2146) с результатами Бьена.

LIBRATION MOTION OF TROJAN ASTEROIDS TAKING INTO ACCOUNT THEIR ORBITAL INCLINATIONS, by Zagretdinov R. V.—An intermediate orbit for 1/1 resonance in the circular restricted three body problem is suggested taking into account the orbital inclinations. The intermediate orbit is used to determine the libration orbits of 38 numbered minor planets of Trojan group in the cases of zero and non-zero inclinations. A satisfactory agreement of our results for Trojan Stentor (2146) with those by R. Bien is obtained.

Движение троянских астероидов, имеющих соизмеримость 1/1 с Юпитером, исследовалось различными методами. В рамках пространственной задачи построены аналитические теории [5, 7]. Численными методами проводились исследования в работах [3, 4, 6].

Как показано в [3, 4], динамика троянцев с наклонами орбит $i > 10^\circ$ существенно отличается от динамики в плоской модели. Число троянцев с такими наклонами составляет 2/3 общего числа нумерованных малых планет этой группы [2].

В данной работе представлены результаты аналитического построения либрационных орбит 38 нумерованных троянцев в плоской и пространственной круговой ограниченной задаче трех тел. В качестве теории движения троянцев в плоской задаче выбрана теория Гарфинкеля [8—10], а для получения пространственных либрационных орбит использовалась теория автора [1], в которой наклон орбиты играет роль постоянного параметра.

Гамильтониан промежуточной орбиты троянцев в пространственной круговой ограниченной задаче имеет вид [1]

$$F = B(\rho) + mv_0(c_2, \lambda), \quad (1)$$

с каноническими уравнениями

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial B}{\partial \rho}, \quad \frac{d\rho}{dt} = m \frac{\partial v_0}{\partial \lambda}. \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения для функций и переменных:

$$B = 1/2X^{-2} + X, \quad X = \rho - 1 = \sqrt{a(1-m)(1-e^2) \cos i},$$

где λ — средняя синодическая долгота; a, e, i — элементы кеплеровой орбиты, причем рассматривается наклон к плоскости орбиты Юпитера; $m = 1/1048.35$ — параметр массы; v_0 — основной (резонансный) член пертурбационной функции, причем

$$v_0(c_2, \lambda) = 1/2\gamma + 2\gamma^2 - 3/2 + m\psi(\lambda),$$

где $\gamma = \sqrt{(1 - c_2 \cos \lambda)/2}$; $c_2 = \cos^2(i/2) = \text{const}$ — параметр; ψ — регуляризирующая функция [9].

На рисунке показаны зависимости v_0 от λ для наклонов орбит $0, 20, 30, 40, 50^\circ$ (кривые 1—5 соответственно).

Гамильтониан (1) имеет вид гамильтониана идеальной резонансной проблемы, поэтому к уравнениям (2) применимо решение, полученное Гарфинкелем в [8, 9]. Это решение с точностью $O(m)$ имеет вид

$$\rho = \rho_1 + 2\rho_1^2/3 + O(m^{3/2}), \tag{3}$$

$$\rho_1 = \sqrt{6m(\alpha^2 - v_0(c_2, \lambda))} \operatorname{sgn} \dot{\lambda}/3,$$

$$t - t_1 = \frac{1}{\sqrt{6m}} \int_{\lambda_1}^{\lambda} \frac{d\lambda}{\alpha \Delta(c_2, \lambda)} - \frac{4}{9}(\lambda - \lambda_1), \tag{4}$$

$$\Delta(c_2, \lambda) \equiv \sqrt{1 - \alpha^{-2}v_0} \operatorname{sgn} \dot{\lambda},$$

где α — резонансный параметр (постоянная интегрирования).

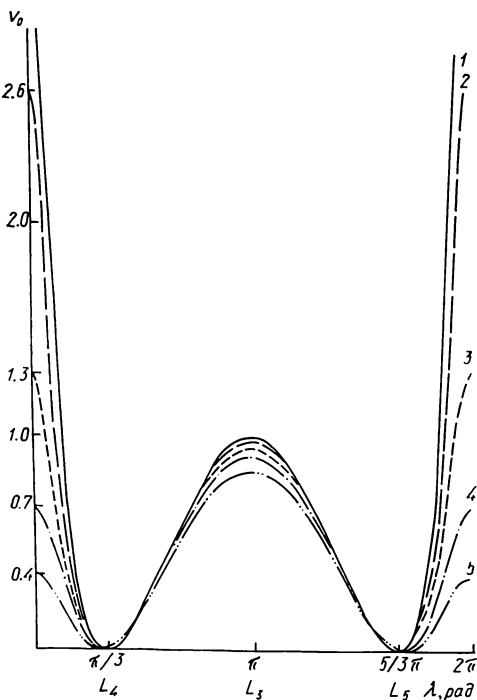
При построении либрационной орбиты троянца сначала по его кеплеровым элементам вычисляем параметр α из решения уравнения (3).

Затем находим корни λ_1 и λ_2 уравнения $\Delta(\lambda) = 0$, соответствующие точкам поворота либрационной орбиты. Обращением интеграла (4) можно найти значения $\lambda(t)$ для заданных моментов времени, а из уравнения (3) — значения $\rho(\lambda)$.

Если вычислить интеграл (4) по всей либрационной орбите, то можно получить значение периода T_1 либрационного движения троянца в пространственной задаче

$$T_1(\alpha, m, c_2) = \frac{2}{\sqrt{6m}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d\lambda}{\alpha \Delta(c_2, \lambda)}. \tag{5}$$

По формулам (3)—(5) для плоского ($c_2 = 1$) и простран-



Потенциальная функция $v_0(c_2, \lambda)$ для различных значений наклонов орбиты

венного случаев круговой ограниченной задачи трех тел вычислены основные характеристики либрационных орбит 38 нумерованных троянцев [2] (таблица). Для двигающихся за Юпитером троянцев средние синодические долготы приведены к первой четверти (номера отмечены звездочкой).

Из рисунка и таблицы видно, что для троянцев с наклонами орбит более 10° существенно меняются характеристики либрационных орбит. Минимум функции v_0 смещается ближе к Юпитеру, изменяется положение границ либрации, а период либрации существенно возрастает.

Для наклонов 10, 20, 30 и 40° вычислены значения минимума функции v_0 , соответствующие центрам либрации, которые составили для первой четверти значения 59.7, 59.0, 57.6 и 55.5°. Для нулевого наклона минимума v_0 соответствуют известным точкам либрации $L_4(\pi/3)$ и $L_5(5\pi/3)$.

Границы и периоды либрации нумерованных троянцев для нулевых и ненулевых наклонов орбит

Номер	Имя	$i=0$			$i \neq 0$			
		λ_1 , град	$\lambda_2 - \lambda_1$, град	$T_1(\alpha, m, 0)$	λ_1 , град	$\lambda_2 - \lambda_1$, град	$T_1(\alpha, m, c_2)$	i , град
588	Achilles	54.2	12.2	147.71	53.7	12.6	149.73	11.4
617*	Patroclus	54.0	12.6	147.74	52.6	13.1	154.94	21.3
624	Hector	44.1	36.9	150.46	42.3	38.8	156.41	18.9
659	Nestor	51.1	19.1	148.18	51.1	19.1	148.57	5.1
884*	Priamus	50.1	21.5	148.40	49.7	21.9	150.01	10.1
911	Agamemnon	45.9	32.2	149.69	43.3	34.8	158.22	22.6
1143	Odysseus	49.9	22.1	148.46	49.8	22.2	148.71	4.0
1172*	Aneas	51.3	18.8	148.16	50.4	18.8	153.10	17.8
1173*	Anchises	40.3	48.2	152.88	40.1	48.2	153.90	8.2
1208*	Troilus	47.9	27.1	149.01	47.8	19.6	166.36	32.8
1404	Ajax	43.1	39.9	151.03	41.2	41.9	157.03	18.9
1437	Diomedes	38.6	53.9	154.43	35.7	57.2	162.92	21.7
1583	Antiloehus	40.9	46.5	152.44	37.5	47.2	166.88	29.2
1647	Menelaus	51.2	18.9	148.16	51.1	19.0	148.86	6.7
1749	Telamon	47.9	27.6	149.06	47.6	27.3	149.74	6.8
1867*	Deiphobus	46.3	31.1	149.54	42.2	35.3	163.24	28.2
1868	Thersites	40.8	46.7	152.48	39.2	48.4	157.43	17.0
1869	Philoctetes	41.5	44.6	152.01	41.4	44.7	152.20	3.4
1870*	Glaukos	50.3	21.1	148.35	50.3	21.0	148.97	6.4
1871*	Astynax	37.1	59.0	156.05	36.7	59.5	157.09	7.7
1872*	Helenos	39.8	49.8	153.27	39.7	47.7	156.12	14.8
1873*	Agenor	48.4	25.7	148.84	46.6	27.1	156.73	22.1
2146	Stentor	53.4	13.9	147.80	53.2	5.6	172.72	38.1
2148	Epeios	56.3	7.7	147.52	55.9	7.9	148.74	8.9
2207*	Antenor	46.1	31.7	149.63	45.9	31.9	150.24	6.2
2223*	Sarpedon	48.3	25.9	148.86	47.6	25.6	153.18	16.7
2241*	1979 WM	47.5	28.0	149.12	45.9	29.6	153.31	17.9
2260	Neoptolemus	56.5	7.1	147.52	56.2	6.3	151.71	16.5
2357*	Phereclos	54.5	11.4	147.69	54.5	11.4	147.80	2.7
2363*	Gebriones	46.1	31.6	149.61	41.7	34.1	168.21	32.8
2456*	Palamedes	44.8	35.0	150.14	44.8	33.2	153.24	14.8
2594*	1978 TB	35.5	65.1	158.28	35.3	65.3	158.90	5.9
2674*	Pandarus	53.4	13.9	147.82	53.4	13.9	147.88	2.1
2759	1980 GC	52.2	16.7	147.99	50.6	17.3	155.41	21.6
2797	1981 LK	41.1	45.8	152.29	41.1	41.4	158.43	21.2
2893*	1975 QD	45.2	34.0	149.97	44.3	34.9	152.86	13.3
2895*	1981 AE	51.3	18.7	148.16	51.3	14.4	158.88	26.2
2920	1981 JR	40.5	47.7	152.75	40.5	42.7	159.24	21.9

Для троянца Stentor (2146) в рамках ограниченной задачи четырех тел (Солнце — Юпитер — Сатурн — астероид) Бьен [3] получил численным интегрированием следующие характеристики либрационной орбиты:

$$i = 3^\circ, \quad \lambda_1 = 53.8^\circ, \quad \lambda_2 - \lambda_1 = 13.5^\circ, \quad T_1 = 147 \text{ лет};$$

$$i = 39^\circ, \quad \lambda_1 = 53.8^\circ, \quad \lambda_2 - \lambda_1 = 7.5^\circ, \quad T_1 = 167 \text{ лет}.$$

Сравнение данных Бьена с нашими (таблица) показывает, что результаты обоих методов согласуются удовлетворительно. Некоторое расхождение может быть объяснено тем, что нам не известны использованные в [3] точные начальные данные, и тем, что в [3] была принята более сложная модель.

1. Загреддинов Р. В. К теории движения троянских астероидов // Кинематика и физика небес. тел.— 1986.—2, № 3.— С. 68—74.
2. Эфемериды малых планет на 1985 г.— Л.: Наука, 1984.—320 с.
3. Bien R. Dynamics of Trojan asteroids with large orbital inclination: a preliminary report // Moon and Planets.— 1980.—22, N 1.— P. 163—166.
4. Bien R., Schubart J. Long periods in the three-dimensional motion of Trojan asteroids // Dynamical Trapping and Evolution in the Solar System.— Dordrecht: Reidel Publ. Co., 1983.— P. 153—161.
5. Brown E., Shook C. Planetary theory.— Cambridge: Univ. Press, 1933.—302 p.
6. Chebotarev G. A., Belyaev N. A., Eremenko R. P. Orbits of Trojan asteroids // Stability of the Solar System and of Small Stellar System.— Dordrecht: Reidel Publ. Co., 1974.— P. 63—69.
7. Erdi B. // Celes. Mech.— 1978.—18, N 1.— P. 141—161.
8. Garfinkel B. A theory of libration // Ibid.— 1976.—13, N 2.— P. 229—246.
9. Garfinkel B. // Astron. J.— 1977.— 82, N 2.— P. 368—379.
10. Garfinkel B. // Celes. Mech.— 1978.—18, N 2.— P. 259—275.

Ин-т теорет. астрономии АН СССР, Ленинград

Поступила в редакцию 19.08.85

РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

УДК 52(082)

ПРОБЛЕМЫ АСТРОНОМИИ / Под ред. В. Г. Каретникова и др.

(Рукопись деп. в УкрНИИНТИ; № 2558 Ук-85Деп.).

В сборнике 19 работ сотрудников Одесского ун-та и Одесского отдела ГАО АН УССР.

Результаты исследования околозвездных оболочек у затменных двойных звезд с эмиссиями в спектре представили В. Г. Каретников, Л. В. Глазунова, С. В. Куценко и Е. В. Менченкова (с. 14—17) и Л. В. Глазунова (с. 18—25). И. Кудзей провел количественный анализ эффекта преломления света в атмосферах тесных двойных звезд (с. 26—31). И. Л. Андронов представил результаты расчетов движения плазмы в магнитных тесных двойных системах (с. 2—13), а также рассмотрел 5 типов нестабильности аккреционной колонны, связанных с механизмом модуляции светимости средой с переменной оптической толщиной (с. 113—118).

Е. Н. Макаренко и С. М. Андриевский предложили классификацию желтых полуправильных звезд с выделением 6 подгрупп и указанием характерных представителей и определяющих спектральных и фотометрических свойств (с. 32—38). С. М. Андриевский рассмотрел влияние изменения физических условий в атмосфере пульсирующей звезды на форму наблюдаемой кривой лучевых скоростей, что позволяет качественно интерпретировать ряд наблюдаемых у некоторых цефеид аномалий (с. 39—44). С. Н. Удовиченко показал, что амплитуды изменения лучевых скоростей RR Лирь по линии водорода H_γ и по линии ионизованного кальция $K\text{Ca II}$ сравнимы между собой, а по линиям металлов в 1.3 раза меньше (с. 45—50). В. П. Безденежный фотометрически исследовал звезду типа RR Лирь V363 Кассиопеи (с. 51—55).

Д. Н. Дойков рассмотрел процесс коагуляции и размножения пылинок в средах с избытком углерода и его наблюдаемые проявления у звезд типа R Северной Короны (с. 56—59). В. Д. Мотрич провел расчеты коэффициента поглощения двухатомных молекул (с. 60—64). В. В. Драгомирецкий привел результаты определения коэффициента экстинкции в диапазоне 1—3 мкм на ВНБ «Терскол» (с. 65—68).

Две статьи посвящены исследованию тел Солнечной системы. Н. И. Кошкин рассмотрел методы определения формы астероида по кривой блеска (с. 69—75). Н. Г. Пальцев обсудил методы определения большой полуоси, эксцентриситета орбиты и истинной аномалии небесного тела по трем и более положениям (с. 76—79).

Ряд статей посвящен астрономическим приборам и инструментам. И. И. Геновский предложил проект автоматизации наблюдений на меридианном круге АО Одес. ун-та (с. 80—87), а М. И. Мялковский провел исследование этого инструмента (с. 88—92). А. Ф. Переверзнецов, М. Г. Архипов, В. Н. Иванов разработали схему шагового двигателя с применением микросхем (с. 93—95), М. Г. Архипов, И. И. Геновский и А. Ф. Переверзнецов рассмотрели высоковольтный стабилизированный источник питания ФЭУ (с. 96—101). П. П. Сухов представил фотоприемное устройство на основе пары фотодиод-операционный усилитель (с. 102—112).