КИНЕМАТИКА
И ФИЗИКА
НЕБЕСНЫХ
ТЕЛ том 2 № 3 1986

УДК 523.44:521.5

К теории движения троянских астероидов

Р. В. Загретдинов

Построена аналитическая теория движения троянских астероидов (соизмеримость 1/1 с Юпитером) в рамках круговой ограниченной задачи трех тел, обобщающая результаты [9, 10] на случай ненулевых наклонов орбит. Сравнение этой теории с результатами численного интегрирования уравнений движения на примере троянца Ахиллес (588) показало, что в рамках принятой модели теория обеспечивает точность порядка $O(m^{3/2})$.

ON THE THEORY OF TROJAN ASTEROIDS MOTION, by Zagretdinov R. V. — An analytical theory of Trojan asteroids motion (resonance 1/1 with Jupiter) is considered in the framework of circular restricted three body problem. The theory generalizes Garfinkel's results [9, 10] for the case of non-zero inclinations of orbits. Comparison of the theory with the results of numerical integration of motion equations shows that it provides the accuracy of the order $O(m^{3/2})$.

Введение. В Солнечной системе имеется большое число тел с резонансным характером движения. Среди малых планет к ним относятся астероиды троянской группы (соизмеримость средних движений 1/1 с Юпитером), группы Гильды (3/2) и другие, а среди спутников планет — некоторые спутники Юпитера и Сатурна. «Троянский» резонанс — один из наиболее часто встречающихся, так как им обладают не только упомянутые малые планеты, но и недавно открытые спутники Сатурна 1980 S1 и 1980 S3 [15] и кометы P/Slaughter-Burnham и P/Boethin (1975 I) [3].

Резонансный тип движения представляет теоретический и практический интерес. По сильным возмущениям элементов орбиты, вызванных резонансом, можно определить массу возмущающего тела. Так, в списке малых планет, рекомендованных Хиллом для определения массы Юпитера, средние движения близки к соизмеримости 2/1. Ньюком получил значение массы Юпитера из наблюдений малой планеты Полигимния (33), имеющей соизмеримость около 5/2 с Юпитером (это значение общепринято до настоящего времени). Масса Сатурна определена в работе [14] из анализа движения троянцев, также имеющих соизмеримость около 5/2, но с Сатурном.

Исследование движения троянцев представляет значительные трудности из-за того, что они совершают довольно большие либрационные колебания вокруг треугольных точек либрации и испытывают большие возмущения от Сатурна. Поэтому выбор промежуточной орбиты троянцев, включающей основную резонансную составляющую, часто предопределяет успех решения всей задачи. Хорошим приближением для описания движения троянцев служат решения ограниченной задачи трех тел, которые в основном и использовались до сих пор для этой цели. Аналитическими методами исследовалось движение троянцев в работах [2, 6—12], численными — в работах [1, 4, 5].

Одной из существенных трудностей построения аналитической теории движения реальных троянцев является необходимость учета наклонов их орбит к эклиптике. Из 38 нумерованных планет троянской группы 24 планеты имеют наклоны орбит в пределах 10—40°.

В данной работе предпринята попытка учета наклона орбиты путем расширения результатов [9, 10] на трехмерный случай. Сравнение полученных результатов с численным интегрированием уравнений движения производилось на примере троянца Ахиллес (588), имеющего наклон орбиты около 11°.

Теория движения троянцев Гарфинкеля. В качестве основы для построения теории движения троянцев с учетом наклона орбиты выбрана теория Гарфинкеля [8—12]. Достоинством его теории является удачный выбор промежуточной орбиты и определение возмущений методом Хори — Ли [13], позволяющим при необходимости учитывать новые возмущения как дополнения к уже полученному решению.

Теория строится в рамках плоской круговой ограниченной задачи трех тел (Солнце — Юпитер — троянец) в гелиоцентрической синодической системе координат. Используются безразмерные переменные: расстояние, время, масса. Рассмотрена круговая орбита Юпитера с единичным радиусом.

Гамильтониан уравнений движения троянца в выбранной схеме имеет вид [9]

$$F = F^{(0)} + G + mR, \tag{1}$$

$$F^{(0)} = [(1-m)^2 L^{-2}]/2, \tag{2.1}$$

$$R = (1 + r^2 - 2r\cos\theta)^{-1/2} - r\cos\theta, \tag{2.2}$$

где $F^{(0)}$ — гамильтониан задачи двух тел, R — пертурбационная функция, $L=\sqrt{(1-m)a}$ и $G=L\sqrt{1-e^2}$ — переменные Делоне, r — радиус-вектор троянца, θ — элонгация астероида от Юпитера, m — отношение массы Юпитера к сумме масс системы Солнце — Юпитер, a и e — большая полуось и эксцентриситет орбиты троянца.

Поскольку эксцентриситеты троянцев малы, то Гарфинкель переходит от элементов Делоне к более удобным переменным Пуанкаре

$$\begin{gathered} \rho = G - 1,\ \lambda;\ \xi = \sqrt{2\Gamma}\cos l,\ \eta = \sqrt{2\Gamma}\sin l; \\ \Gamma = L - G = O(e^2), \end{gathered} \tag{3}$$

где λ — средняя синодическая долгота планеты, l — средняя аномалия. Выбирая гамильтониан промежуточной орбиты в виде

$$F_0 = B(\rho) + mf_0(\lambda) - \Gamma - m/2,\ B = 0.5G^{-2} + G, \tag{4}$$

с каноническими уравнениями $dt = -\dfrac{d\lambda}{B'} = \dfrac{d\rho}{mf_0'} = -\dfrac{d\xi}{\omega_2\eta} = \dfrac{d\eta}{\omega_2\xi}$, где $B' = 1 - G^{-3}$, f_0' — производная по λ, ω_2 — угловая частота переменных ξ, η. Гарфинкель получает долгопериодическое решение вида:

$$\begin{gathered} \rho = \rho_1 + 2\rho_1^2/3 + 2mf_1/3 + \dots,\ \rho_1 = -\sqrt{6m(\alpha^2 - f_0)}\,\mathrm{sgn}\,\dot\lambda/3, \\ \xi = m(1 + f_1),\ \eta = mf_2, \end{gathered} \tag{5}$$

$$t - t_1 = \frac{1}{\sqrt{6m}}\int_{\lambda_1}^{\lambda}\frac{d\lambda}{\sqrt{\alpha^2 - f_0}} - \frac{4}{9}(\lambda - \lambda_1).$$

Здесь введены функции:

$$f_0 = 1/2\,s + 2s^2 - 3/2 + m[\psi(\lambda) - \psi(\lambda_2)], \tag{6}$$

$$f_1 = 1/4\,s - 2s^2, \tag{7.1}$$

$$f_2 = (-2c/s)\,f_1, \tag{7.2}$$

где $\psi = -f_1^2/6 + f_2^2/2$, $s = \sin\lambda/2$, $c = \cos\lambda/2$.

Резонансный параметр α играет роль постоянной интегрирования и связан с постоянной Якоби C соотношением:

$$C = 3 + 2m\alpha^2 + 2m^2\psi(\lambda_2).$$

Функция $\psi(\lambda)$ вводится для устранения особенностей в точках поворота либрационной орбиты — λ_1, λ_2 и носит название регуляризующей [9]. Решение (5) соответствует выбору начальных условий так, что $\Gamma=0$ и по терминологии Пуанкаре может быть названо решением первого сорта.

Исследование движения троянцев с учетом наклона орбиты. Рассмотрим задачу исследования движения троянца в рамках пространственной круговой ограниченной задачи трех тел. Система координат и значения констант — прежние. В трехмерной формулировке, канонические переменные (3), дополненные еще одной парой, примут вид

$$\rho = X_3 - 1,\ \lambda;\ \xi = \sqrt{2\Gamma}\cos l,\ \ \eta = \sqrt{2\Gamma}\sin l; \tag{8}$$
$$X_2 = G - H,\ u = l + g;\ X_3 = H = G\cos i.$$

Здесь g — аргумент перигелия, i — наклон орбиты троянца к плоскости орбиты Юпитера.

Гамильтониан (1) теперь запишется так:

$$F = [(1-m)^2(\Gamma + X_2 + X_3)^{-2}]/2 + X_3 + mR. \tag{9}$$

Пертурбационная функция с учетом наклона примет вид

$$R = (1 + r^2 - 2r\cos S)^{-1/2} - r\cos S, \tag{10.1}$$

$$\cos S = c_2\cos(\tau - \tau') + s_2\cos(\tau + \tau'), \tag{10.2}$$

где $c_2=\cos^2(i/2)$, $s_2=\sin^2(i/2)$, а τ, τ' — истинные долготы троянца и Юпитера, отсчитанные от линии пересечения плоскостей их орбит. В нашей задаче τ' равно t, поскольку орбита Юпитера считается круговой, а гауссова постоянная принята равной единице.

Пусть теперь $\Delta_0^{-1} = [1 + r^2 - 2rc_2\cos(\tau - t)]^{-1/2}$, тогда

$$R = \Delta_0^{-1} - rc_2\cos(\tau - t) + rs_2\cos(\tau + t)(\Delta_0^{-3} - 1) + \ldots. \tag{10.3}$$

Поскольку основные долгопериодические составляющие содержат первые два члена, а третий член в (10.3) дает только короткопериодические члены, то при построении промежуточного долгопериодического решения можно ограничиться следующим выражением для R, которое в синодической системе координат запишется

$$R = (1 + r^2 - 2rc_2\cos\theta)^{-1/2} - rc_2\cos\theta. \tag{11}$$

Короткопериодические и долгопериодические члены более высоких порядков, не вошедшие в (11), при необходимости можно учесть методами теории возмущений.

Численные исследования движения реальных троянцев [1, 5] показали, что возмущения в наклонах орбит малы, поэтому, в первом приближении, наклон орбиты троянца можно считать постоянным и учитывать его в виде численного множителя в разложении пертурбационной функции, как это было сделано в теории движения троянцев [6], т. е. считать c_2 константой.

Гамильтониан задачи двух тел разлагается по переменным ρ, Γ и X_2

$$F^{(0)} = \frac{1}{2}(1-m)^2 X_3^{-2}\left(1 + \frac{\Gamma + X_2}{X^3}\right)^{-2} + X_3 =$$
$$= \frac{1}{2}X_3^{-2} + X_3 - \Gamma - X_2 - mX_3^{-2} + \ldots. \tag{12}$$

Как и в теории Гарфинкеля [9,10], разложение R производится в ряд Тейлора:

$$R(r,\theta)=R(1,\lambda)+(r-1)R_r+(\theta-\lambda)R_\theta+$$
$$+\frac{1}{2}(r-1)^2R_{rr}+(r-1)(\theta-\lambda)R_{r\theta}+\ldots. \quad (13)$$

Значения $R(1,\lambda)$ и частных производных, вычисленные при $r=1$ и $\theta=\lambda$, будут иметь вид

$$R(1,\lambda)=\gamma^{-1}/2+2\gamma^2-1=v_0+1/2-m\psi,$$
$$R_r=-\gamma^{-1}/4+2\gamma^2-1=-(v_1+1),\quad R_\theta=2\delta(\gamma-\gamma^{-2}/8)=v_2/2, \quad (14)$$
$$R_{rr}=\gamma^{-3}(3\gamma^2-1)/8=v_{11},\quad R_{r\theta}=2\delta(\gamma+\gamma^{-2}/16)=v_{12}.$$

Здесь

$$\gamma=\sqrt{(1-c_2\cos\lambda)/2},\quad \delta=\sqrt{1-\gamma^2+(c_2^2-1)/4\gamma^2}. \quad (15)$$

При нулевом наклоне ($c_2=1$) имеем $\gamma=s$, $\delta=c$.

Нетрудно заметить, что функции v_0, v_1, v_2 являются обобщением функций f_0, f_1, f_2 из (6), (7) на случай ненулевых наклонов.

Для получения выражений $r-1$ и $\theta-\lambda$, как функций канонических переменных задачи, воспользуемся формулами эллиптического движения

$$r=(X_2+X_3)^2(1-m)^{-1}/(1+e\cos v),\quad \theta-\lambda=2e\sin l+\ldots.$$

Здесь v — истинная аномалия. В результате получим

$$r-1=2\rho-\xi-2\rho\xi+2X_2+\xi^2+m+2\rho X_2-$$
$$-2X_2\xi+\rho^2+\ldots,\quad \theta-\lambda=2\eta+\ldots. \quad (16)$$

Подстановка соотношений (12)—(14), с учетом (16), в (9) дает следующее выражение для гамильтониана задачи

$$F=X_3^{-2}/2+X_3+mv_0-\omega_2\Gamma-X_2-m/2+(\omega_2-1)\Gamma+$$
$$+3\rho(X_2+\Gamma)+m\eta v_2+m\xi+m\xi v_1-2\rho v_1+\ldots. \quad (17)$$

Это выражение является более общим, чем в теории Гарфинкеля [9, 10], включая зависящие от наклона орбиты члены, но по форме во многом совпадает с выражением (14) из [9], что позволяет применить основные формулы теории Гарфинкеля с учетом новых обозначений, введенных выше.

По аналогии с [9] мы выбираем промежуточный гамильтониан в виде

$$F_0=X_3^{-2}/2+X_3+mv_0-\omega_2\Gamma-X_2-m/2 \quad (18)$$

с каноническими уравнениями

$$dt=-\frac{d\lambda}{B'}=\frac{d\rho}{mv_0'}=-\frac{d\xi}{\omega_2\eta}=\frac{d\eta}{\omega_2\xi}=du, \quad (19)$$

где $B'=1-X_3^{-3}$, v_0' — производная по λ. F_0 можно представить как сумму отдельных гамильтонианов

$$F_0=F_0^{(1)}+F_0^{(2)}+F_0^{(3)},\quad F_0^{(1)}=X_3^{-2}/2+X_3+mv_0, \quad (20)$$
$$F_0^{(2)}=-\omega_2\Gamma-m/2,\quad F_0^{(3)}=-X_2.$$

Уравнения со вторым и третьим гамильтонианами имеют простые интегралы

$$\Gamma=\mathrm{const},\quad X_2=\mathrm{const}. \quad (21)$$

Решение уравнений с гамильтонианом F_0 может быть получено по формулам идеальной резонансной проблемы [8] или последовательными приближениями. С точностью $O(m^{3/2})$ оно имеет вид

$$\rho = \rho_1 + 2\rho_1^2/3 + 5\rho_1^3/18 + \dots, \tag{22}$$

$$\rho_1 = -\sqrt{6m(\alpha^2 - v_0)}\,\mathrm{sgn}\,\dot\lambda/3, \tag{23}$$

$$t - t_1 = \frac{1}{\sqrt{6m}} \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda} \frac{1 + 5\rho_1^2/6}{\sqrt{\alpha^2 - v_0}}\, d\lambda - \frac{4}{9}(\lambda - \lambda_1). \tag{24}$$

Члены, не вошедшие в промежуточный гамильтониан (18), учитываются методом Хори — Ли [13]. Возмущения до второго порядка по виду полностью совпадают с выражениями, полученными в [9, 10], в которых необходимо провести замену функций f_1, f_2 на v_1, v_2.

$$\delta\rho = 2mv_1/3 - \Gamma - X_2 + ma_{11}(\lambda)\,\rho_1(\lambda), \tag{25}$$

$$\delta\xi = m(1 + v_1) + ma_{12}\rho_1, \quad \delta\eta = mv_2 + 4mv_{12}\rho_1. \tag{26}$$

Выражение с учетом возмущений для интеграла (24) примет вид

$$t - t_1 = \frac{1}{\sqrt{6m}} \int\limits_{\gamma_1}^{\gamma} \frac{2\gamma(1 + mh)\, d\gamma}{\sqrt{(\alpha^2 - v_0)\,[\gamma^2 - \gamma^4 + (c_2^2 - 1)/4]}} - \frac{4}{9}(\lambda - \lambda_1). \tag{27}$$

Формулы (22)—(27) представляют долгопериодическое решение, пригодное для ненулевых наклонов с точностью $O(m^{3/2})$. Вид функций a_{11}, a_{12} и h приведен в работе [10], с учетом новых обозначений они примут вид

$$a_{11} = (\gamma^{-3} + 2\gamma^{-1} + 16 - 40\,\gamma^2)/12, \tag{28}$$

$$a_{12} = 2\delta(\gamma + \gamma^{-2}/16), \tag{29}$$

$$h = a_{11} + 5(\alpha^2 - v_0)/9. \tag{30}$$

Для сокращения объема вычислений в интеграле (27) проведена замена переменных $\lambda \to \gamma$. Если его вычислить по всей либрационной орбите, то получим период либрации T_1, характеризующий движение троянца

$$T_1 = \frac{2}{\sqrt{6m}} \int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{1 + mh}{\sqrt{\alpha^2 - v_0}}\, d\lambda.$$

Численный пример. Для проверки и исследования полученного решения проведено его сравнение с результатами численного интегрирования уравнений движения троянца в рамках круговой ограниченной задачи трех тел. Начальными данными для численного интегрирования служили оскулирующие элементы орбиты троянца Ахиллес (588), заимствованные из «Эфемерид малых планет на 1983 г.» и приведенные к плоскости орбиты Юпитера.

Приведем алгоритм вычисления положений троянца по аналитической теории.

1. Вычисление координат ρ_0, λ_0 на момент t_0 по формулам эллиптического движения с использованием элементов орбит. 2. Определение резонансного параметра α решением уравнений (22), (23) с учетом (25) и использованием ρ_0 и λ_0. 3. Получение корней $\lambda_{(1)}$ и $\lambda_{(2)}$ уравнения $\alpha^2 - v_0(\lambda) = 0$, соответствующих точкам поворота либрационной орбиты. 4. Получение из уравнения (27) при $\lambda = \lambda_0$ и $t = t_0 = 0$ момента t_1, соответствующего нижней границе либрации λ_1. 5. Определение (чис-

ленным обращением интеграла (27)) значения средней синодической долготы λ для ряда моментов времени, для которых имеются полученные из численного интегрирования полярные координаты троянца. 6. Получение $\rho(\lambda)$, $\xi(\lambda)$, $\eta(\lambda)$ по формулам возмущенного движения (22)—(24) и прямоугольных и полярных координат троянца по формулам эллиптического движения. 7. Определение (путем варьирования начальных данных ρ_0 и λ_0) средних значений относительно короткопериодических возмущений, которые обычно принимаются за исходные параметры аналитической теории.

На первом этапе сравнение теории с результатами численного интегрирования проводилось в рамках плоской задачи. В теории параметр c_2 полагался равным единице, то есть фактически проверялась теория Гарфинкеля. На интервале времени в двенадцать оборотов Юпитера (около 150 лет) максимальное расхождение данных численного интегрирования и теории составило в полярных координатах r и θ соответственно $4 \cdot 10^{-5}$ и 6″ (табл. столб. *A*), что соответствует точности теории Гарфинкеля $O(m^{3/2})$.

На втором этапе сравнивались r и θ, полученные из численного интегрирования уравнений пространственной задачи и по координатам x, y, вычисленным по теории Гарфинкеля для плоской задачи, а также координате z, вычисленной с постоянным значением наклона по формулам эллиптического движения. Расхождение в r составило величину — $1 \cdot 10^{-4}$, то есть порядка $O(m^{4/3})$. В θ обнаружилась вековая составляющая порядка 900″ за столетие (табл. столб. *B*), что является следствием несовпадения характеристик либрационных орбит в плоской и пространственной задачах.

Разности полярных координат, найденных численным интегрированием и по аналитической теории

N, об.	*A*		*B*		*C*	
	$\Delta r_{10^{-5}}$	$\Delta\theta''$	$\Delta r_{10^{-5}}$	$\Delta\theta''$	$\Delta r_{10^{-5}}$	$\Delta\theta''$
1	—4.6	5.6	3.	726.	—4.0	—4.1
2	—3.7	5.3	10.	396.	—3.4	—3.2
3	—2.6	4.3	13.	79.	—2.7	—1.6
4	—1.0	2.6	14.	—165.	—1.6	0.3
5	0.8	0.1	13.	—307.	0.0	2.2
6	2.4	—3.1	11.	—354.	1.8	2.4
7	3.2	—5.6	9.	—350.	2.7	—0.7
8	2.7	—6.1	6.	—355.	2.0	—3.8
9	1.2	—3.6	2.	—414.	0.3	—0.5
10	—0.3	0.6	—3.	—522.	—1.0	9.8
11	—1.2	4.3	—9.	—616.	—1.2	19.0
12	—1.3	6.3	—16.	—616.	—0.4	22.0

Наконец, на третьем этапе сравнивались результаты численного интегрирования трехмерной задачи и теории с учетом наклона орбиты ($c_2 = \cos^2(i/2) = \mathrm{const}$). Расхождение в радиусе-векторе имеет порядок $O(m^{3/2})$, а вековая составляющая в θ уменьшилась до 17″ за столетие (табл. столб. *C*).

Выводы. Результаты сравнения численного интегрирования уравнений движения и теории Гарфинкеля [9, 10] для троянских астероидов в рамках плоской круговой ограниченной задачи трех тел показали, что она обеспечивает точность в пределах $O(m^{3/2})$.

Учет наклона орбит по формулам (11)—(14) позволил, без существенных изменений теории Гарфинкеля, при тех же затратах машинного времени, использовать расширенный вариант для построения теории троянцев в рамках трехмерной круговой ограниченной задачи трех тел. Достигнута точность порядка $O(m^{3/2})$.

Вычисление неучтенных возмущений не представляет принципиальной трудности и может быть произведено методом Хори — Ли.

1. *Загретдинов Р. В.* О некоторых закономерностях в движении астероидов троянской группы // Тр. Каз. город. астрон. обсерватории.—1983.— № 48.— С. 85—91.
2. *Рябов Ю. А.* О некоторых способах построения промежуточной орбиты для малых планет троянской группы // Астрон. журн.—1957.—34, № 4.— С. 583—602.
3. *Benest D., Bien R., Rickman H.* Libration of comet p/Boethin around the 1/1 resonance with Jupiter // Astron. and Astrophys.—1980.—84, N 3.— P. L11—L12.
4. *Bien R.* Dynamics of the Trojan asteroids with large orbital inclination : a preliminary report // Moon and Planets.—1980.—22.— P. 163—166.
5. *Bien R., Schubart J.* Long periods in the three-dimensional motion of Trojan asteroids // Dynamical trapping and evolution in the Solar system.— Dordrecht : Reidel Publ. Co, 1983.— P. 153—161.
6. *Brown E., Shook C.* Planetary theory.— Cambridge : Univ. Press, 1933.—320 p.
7. *Erdi B.* The three-dimensional motion of the Trojan asteroids // Celes. Mech.—1978.—18.— P. 141—161.
8. *Garfinkel B.* A theory of libration // Ibid.—1976.—13.— P. 229—246.
9. *Garfinkel B.* Theory of the Trojan asteroids. Pt I // Astron. J.—1977.—82, N 5.— P. 368—379.
10. *Garfinkel B.* Theory of the Trojan asteroids. Pt II // Celes. Mech.—1978.—18.— P. 259—275.
11. *Garfinkel B.* Theory of the Trojan asteroids. Pt III // Ibid.—1980.—22.— P. 267—287.
12. *Garfinkel B.* Theory of the Trojan asteroids. Pt IV // Ibid.—1983.—30.— P. 373—383.
13. *Hori G.* Theory of general perturbations with unspecified canonical variables // Publ. Astron. Soc. Jap.—1966.—18.— N 3.— P. 287—296.
14. *School H.* Determination of the mass of Saturn from the motion of Trojans // Astron. and Astrophys.—1973.—25, N 2.— P. 203—209.
15. *Yoder C. F., Colombo G., Synnot S. P., Yoder K. A.* Theory of motion of Saturn's coorbiting satellites // Icarus.—1983.—53, N 3.— P. 431—443.

Ин-т теорет. астрономии АН СССР,
Ленинград

Поступила в редакцию
19.08.85

РЕФЕРАТ ДЕПОНИРОВАННОЙ РУКОПИСИ

УДК 521.8/9:520.8

ПОЛОЖЕНИЯ ИЗБРАННЫХ МАЛЫХ ПЛАНЕТ В 1976—1977 гг. ПО НАБЛЮДЕНИЯМ, ВЫПОЛНЕННЫМ В ГАО АН УССР С ПОМОЩЬЮ ДВОЙНОГО АСТРОГРАФА 400/2000 / Головня В. В., Житецкий А. А., Ижакевич Е. М., Майор С. П., Мороз Г. В.

(Рукопись деп. в ВИНИТИ; № 8620—В)

Приводятся 127 положений и разности $O-C$ 12 избранных малых планет, наблюдавшихся с целью исследования систематических ошибок опорных каталогов. Даны каталожные сведения об опорных звездах и депенденсы отдельно по каждой пластинке. Оценены ошибки измерений и ошибки определения координат.