

УДК 524—782

## К теории распространения сильных ударных волн в неоднородных гравитирующих средах.

### II. Радиационная стадия

В. П. Пасько, С. А. Сялич

В приближении бесконечно тонкого слоя исследуется влияние гравитационного поля звезд на движение сильной ударной волны после перехода последней на стадию радиационного охлаждения. Получены уравнения, описывающие движение ударной волны, их аналитические решения. Путем «сшивки» с найденными ранее решениями для адиабатической стадии получено полное описание движения ударной волны, учитывающее гравитационное воздействие звезд на движущийся за фронтом волны газ.

*ON THE THEORY OF STRONG SHOCK WAVES PROPAGATION IN INHOMOGENEOUS GRAVITATING MEDIA. II. RADIATIVE COOLING PHASE, by Pas'ko V. P., Sialich S. A.* — The effect of the gravitational field of stars on propagation of strong radiative shock waves is investigated in the infinitely thin layer approximation. The equations of motion for shock waves and their analytical solutions are found. Combining the previously obtained solution for the adiabatic phase with the present one, the complete description of the shock wave propagation is obtained.

Одна из особенностей газодинамических процессов, протекающих в межзвездной среде заключается в том, что движущийся газ подвержен гравитационному воздействию звезд. В ряде задач, особенно связанных с крупномасштабными движениями, гравитационное взаимодействие со звездами может оказывать определяющее влияние на динамику движущегося газа. В частности, при распространении крупномасштабных ударных волн масса попадающих внутрь ударного фронта звезд может значительно превышать массу остающегося внутри полости газа и оказывать существенное гравитационное воздействие на динамику ударной волны.

Учет гравитационных эффектов может оказаться существенным, к примеру, при исследовании движения ударных волн в околоядерных областях галактик [11], при изучении динамики расширяющихся гигантских ( $R \sim 0.1 \div 1$  кпс,  $M \sim 10^6 \div 10^7 M_{\odot}$ ) оболочек нейтрального водорода [10], для понимания природы гигантских каверн горячего ( $T \sim 10^6$  K) разреженного газа [7] и в ряде других задач.

Представляет интерес развитие приближенного метода расчета нестационарных ударных волн, позволяющего учесть гравитационное влияние звезд на движение ударной волны.

Распространение автоматического метода на этот класс задач невозможно, поскольку учет распределения звездной массы по радиусу приводит к возникновению еще одного параметра с независимой размерностью. Хорошо известно, что при движении сильной ударной волны основная доля сгребаемого газа сосредоточена в относительно тонком слое за фронтом ударной волны [3]. Метод расчета ударных волн, основанный на предположении о том, что весь выметаемый газ сосредоточен в бесконечно тонком слое, а давление внутри полости однородно, получил название приближения бесконечно тонкого слоя и широко используется в физике плазмы и астрофизике [1, 2].

Исследование гравитационного влияния звезд, находящихся внутри полости, на динамику ударной волны на адиабатической стадии в приближении бесконечно тонкого слоя проведено в работе [4]. В данной работе в том же приближении исследуется влияние гравитационного

поля звезд, находящихся внутри полости, на движение ударной волны после перехода последней на стадию радиационного охлаждения. Получены уравнения, описывающие движение ударной волны на радиационной стадии с учетом гравитационных членов, их аналитические решения. Путем «сшивки» с решениями для адиабатической стадии получена полная картина движения ударной волны, учитывающая гравитационное воздействие на движущийся газ находящихся внутри ударного фронта звезд. Проанализировано гравитационное влияние звезд на распространение ударных волн в случае взрыва в сферически-симметричной системе с параметрами околоядерной области Галактики и в случае взрыва очень массивной звезды в мощной ОВ-ассоциации.

**Исходные уравнения.** Рассмотрим радиационную стадию [9] распространения сильной сферической ударной волны в среде со степенным распределением плотности газа

$$\rho_g(r) = \rho_{0g}(r/R_0)^{-n} \quad (1)$$

в двух случаях. При степенном распределении массы звезд внутри полости, охваченной ударной волной,

$$\rho_s(r) = \rho_{0s}(r/R_0)^{-m}, \quad (2)$$

и в случае гравитирующего точечного центра. В выражениях (1) и (2)  $R_0$  — характерный масштаб,  $\rho_{0g}$  и  $\rho_{0s}$  — плотности массы газа и звезд на расстоянии  $R_0$  от центра. Требование конечности массы в центре симметрии налагает ограничения на показатели степеней  $n < 3$ ,  $m < 3$ .

Известно, что функция охлаждения межзвездной среды  $\lambda$  имеет резкий максимум при температуре  $T_r \sim 6 \cdot 10^5$  К [5]. Эта особенность функции охлаждения приводит к тому, что, когда в результате замедления ударной волны температура за ее фронтом падает до  $T \sim T_r$ , характерное время охлаждения пересекающего ее фронт элемента газа  $\tau_r = 3kTn/2\lambda$  [5] резко уменьшается. Газ начинает интенсивно охлаждаться и теряет полученную на фронте энергию в области с характерной толщиной  $l \sim D\tau_r/4 \simeq 0.3n^{-1}$  пс ( $D = \sqrt{16kT_r/3\mu}$  — скорость ударной волны при температуре за фронтом  $T_2 = T_r$  [5]).

В результате в течение короткой переходной фазы адиабатическая стадия, при которой потери энергии на излучение не существенны, сменяется радиационной, на которой динамика волны в значительной степени определяется лучистыми потерями энергии в тонком слое за фронтом ударной волны. Волна становится почти изотермической, скорость газа за фронтом стремится к скорости фронта. Образуется тонкая плотная оболочка, в которой сосредоточена основная доля массы выметенного газа. Внутри оболочки остается небольшая доля горячего разреженного газа. Скорость звука в этой области велика, поэтому давление быстро выравнивается во всей полости и в процессе распространения волны остается почти однородным. Основное отличие от адиабатической стадии заключается в том, что нагреваемый ударной волной газ высвечивает энергию столь быстро, что его присоединение к оболочке не изменяет тепловой энергии газа внутри полости. В результате полость, заполненная горячим разреженным газом, расширится практически адиабатически, совершая работу над плотной тонкой оболочкой.

В дальнейшем примем, что весь собранный ударной волной газ сосредоточен в тонком плотном слое радиуса  $R$ ; пренебрегая внешним давлением, давление внутри полости будем считать однородным, ударную волну изотермической, а расширение горячего разреженного газа внутри полости, охваченной фронтом ударной волны, адиабатическим. Такое приближение получило название модели снегоочистителя и хорошо известно в газодинамике и физике плазмы. Записывая закон сохранения массы, уравнение изменения импульса оболочки с учетом действия гравитационных сил, уравнение адиабатического расширения

полости, заполненной горячим разреженным газом, и учитывая условия на фронте сильной изотермической ударной волны, приходим к следующей системе уравнений (ср. с [1]):

$$M_g = 4\pi\rho_{0g}R^3 (R_0/R)^n/(3-n), \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} (M_g\dot{R}) = 4\pi R^2 P - \frac{fM_s M_g}{R^2}, \quad (4)$$

$$E_T = 4\pi R^3 P/3 (\gamma-1), \quad (5)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = -4\pi R^2 P\dot{R}, \quad (6)$$

где  $R$  — радиус фронта ударной волны,  $P$  — давление,  $f$  — гравитационная постоянная,  $M_s$  — масса звезд внутри оболочки,  $M_g$  — масса нагреваемого ударной волной газа,  $E_T$  — внутренняя энергия горячего разреженного газа внутри полости,  $\gamma$  — показатель адиабаты газа. Из (5), (6) легко получить зависимость тепловой энергии остатка и давления внутри оболочки от радиуса

$$E_T = E_{T0} (R_c/R)^{3(\gamma-1)}, \quad (7)$$

$$P = 3(\gamma-1) E_{T0} R_c^{3(\gamma-1)}/4\pi R^{3\gamma}, \quad (8)$$

где  $E_{T0}$  — тепловая энергия после перехода на радиационную стадию,  $R_c$  — радиус, соответствующий началу радиационной стадии.

**Степенное распределение звездной массы.** В этом случае зависимость массы звезд, находящихся внутри полости, образованной ударной волной от радиуса, имеет вид:

$$M_s(r) = 4\pi\rho_{0s}r^3 (R_0/r)^m/(3-m). \quad (9)$$

Исключая из (4)  $M_g$ ,  $M_s$  и  $P$  с помощью (3), (8), (9), получаем уравнение движения ударного фронта

$$\ddot{R} + (3-n) R^{-1} \dot{R}^2 = BR^{n-3\gamma-1} - B_1 R^{1-m}, \quad (10)$$

где

$$B = 3(\gamma-1)(3-n) E_{T0} R_c^{3(\gamma-1)}/4\pi\rho_{0g} R_0^n, \quad (11)$$

$$B_1 = 4\pi f\rho_{0s} R_0^m/(3-m) \quad (12)$$

(точка обозначает дифференцирование по времени). Производя в (10) замену переменных  $y = \dot{R}^2$ , получим линейное неоднородное уравнение:

$$\frac{dy}{dR} + 2(3-n) R^{-1} y = 2(BR^{n-3\gamma-1} - B_1 R^{1-m}), \quad (13)$$

решение которого имеет вид:

$$y = \frac{2B}{6-n-3\gamma} R^{n-3\gamma} - \frac{2B_1}{8-2n-m} R^{2-m} + CR^{2(n-3)}. \quad (14)$$

Численные расчеты [8] показывают, что при переходе к радиационной стадии резко возрастают потери энергии на излучение и в течение кратковременной переходной фазы излучается примерно половина тепловой энергии остатка, волна становится изотермической. Кинетическая энергия оболочки при этом практически не изменяется. Поэтому мы будем считать, что в момент перехода к радиационной стадии при  $R = R_c$  скорость газа за фронтом ударной волны не изменяется, а скорость фронта и тепловая энергия остатка изменяются скачком  $E_{T0}(R_c) =$

$= \varepsilon E_T^{aA}(R_c)$ ,  $(E_T^{aA}(R_c))$  — тепловая энергия остатка перед переходом на радиационную стадию,  $\varepsilon \simeq 0.5$  — доля тепловой энергии, излучаемая в момент перехода).

Приравнявая (14) квадрату скорости газа за фронтом ударной волны перед переходом на радиационную стадию, получаем константу интегрирования  $C$  и зависимость скорости фронта ударной волны  $D = \dot{R}$  от радиуса на радиационной стадии:

$$D(R) = D_c \left( \frac{R}{R_c} \right)^{n-3} \left[ \xi + \xi_1 \left( \frac{R}{R_c} \right)^{6-3\gamma-n} - \xi_2 \left( \frac{R}{R_c} \right)^{8-2n-m} \right]^{1/2} \quad (15)$$

где

$$\xi = 4/(\gamma + 1)^2 + \xi_2 - \xi_1,$$

$$\xi_1 = 2BR_c^{n-3\gamma} D_c^{-2} / (6 - 3\gamma - n), \quad (16)$$

$$\xi_2 = 2B_1 R_c^{2-m} D_c^{-2} / (8 - 2n - m). \quad (17)$$

Значение  $D_c$  находится из решения для адиабатической стадии [4]

$$D(R) = D_0 [1 - K (R/R_0)^{5-m-n}]^{1/2} (R_0/R)^{(3-n)/2}, \quad (18)$$

где

$$D_0 = [3(\gamma + 1)(\gamma^2 - 1)/(9\gamma - 3 - n(\gamma + 1)) E/M_{0g}]^{1/2}, \quad (19)$$

$$K = \frac{(9\gamma - n(\gamma + 1) - 3)(2 + 3\gamma - m - n)}{3(\gamma - 1)(5 - m - n)(14\gamma - (2n + m)(\gamma + 1) + 2)} \cdot \frac{fM_{0g}M_{0s}}{R_0 E}, \quad (20)$$

где  $M_{0g}$ ,  $M_{0s}$  — массы газа и звезд внутри сферы радиуса  $R_0$ ,  $E$  — энергия взрыва,  $n + m < 5$ .

Значение радиуса  $R_c$ , при котором происходит переход от адиабатической к радиационной фазе, проще всего найти, приравняв температуры за фронтом ударной волны

$$T_s = 3\mu \dot{R}^2 / (16k) \quad (21)$$

температуре  $T_r \simeq 6 \cdot 10^5$  K, при которой резко возрастает излучательная способность межзвездного газа [2]. Подставляя в (21)  $D$  из (18), для определения  $R_c$  получаем уравнение:

$$(R_0/R_c)^{3-n} - K (R_0/R_c)^{m-2} = 16kT_r / 3\mu D_0^2, \quad (22)$$

где  $\mu \simeq 0.6 m_H$  — средняя масса на частицу,  $k$  — постоянная Больцмана.

**Точечный гравитирующий центр.** Рассмотрим движение сильной сферической радиационной ударной волны в газе с распределением плотности (1) в случае, когда вся масса звезд сосредоточена в центре полости. В этом случае  $M_s = \text{const}$ . Исключая из (4)  $M_g$  и  $P$  с помощью (3) и (8), приходим к следующему уравнению движения ударной волны на радиационной стадии:

$$\ddot{R} + (3 - n) R^{-1} \dot{R}^2 = BR^{n-3\gamma-1} - fM_s R^{-2}, \quad (23)$$

где  $B$  определяется формулой (11). С помощью замены переменных  $y = \dot{R}^2$  уравнение (23) сводится к линейному неоднородному уравнению, решение которого имеет вид:

$$y = \frac{2B}{6 - 3\gamma - n} R^{n-3\gamma} - \frac{2fM_s}{5 - 2n} R^{-1} + CR^{2(n-3)}. \quad (24)$$

«Сшивая» так же, как и в предыдущем разделе, решение (24) с решением для адиабатической стадии при  $R = R_c$  находим константу  $C$  и за-

висимость скорости ударной волны от радиуса

$$D(R) = D_c \left( \frac{R}{R_c} \right)^{n-3} \left[ \xi + \xi_1 \left( \frac{R}{R_c} \right)^{6-3\gamma-n} - \xi_3 \left( \frac{R}{R_c} \right)^{5-2n} \right]^{1/2}, \quad (25)$$

где  $\xi = 4/(\gamma + 1)^2 + \xi_3 - \xi_1$ ,  $\xi_1$  определяется выражением (16),

$$\xi_3 = 2fM_s D_c^{-2} / [(5 - 2n) R_c]. \quad (26)$$

Зависимость скорости ударной волны от радиуса на адиабатической стадии имеет вид [4]:

$$D(R) = D_0 [1 - K (R/R_0)^{2-n}]^{1/2} (R_0/R)^{(3-n)/2}, \quad (27)$$

$$K = \frac{(3\gamma - n - 1)(9\gamma - n(\gamma + 1) - 3)}{3(\gamma - 1)(2 - n)(11\gamma - 2n(\gamma + 1) - 1)} \cdot \frac{fM_{og}M_s}{R_0E}, \quad (28)$$

$D_0$  определяется выражением (19),  $n < 2$ . Для определения переходного радиуса  $R_c$  получаем, аналогично предыдущему разделу, алгебраическое уравнение

$$(R_0/R_c)^{3-n} - KR_0/R_c = 16kT_r/3\mu D_0^2. \quad (29)$$

**Обсуждение результатов.** Найдем закон движения ударной волны при  $R \gg R_c$ ,  $n=0$  и отсутствии гравитационного воздействия звезд. В этом случае из (15) и (25) получим одинаковую асимптотическую зависимость скорости фронта ударной волны от радиуса

$$D(R) = \dot{R} = \sqrt{\xi_1} D_c (R_c/R)^{3\gamma/2}. \quad (30)$$

Подставляя в (30)  $\gamma = 5/3$ ,  $\xi_1 = 3E_{T0}D_c^{-2}/\pi\rho_{og}R_c^3$ ,  $R_c = (3\mu D_0^2/16kT_2)^{1/3}$  и интегрируя по времени, получим хорошо известную [2] асимптотическую формулу

$$R = (147E_{T0}R_c^2 t^2/4\pi\rho_{og})^{1/7}. \quad (31)$$

В силу ограничений, налагаемых на показатели степени  $n$  и  $m$  условиями конечности массы в центре полости и конечности работы, совершаемой против гравитационных сил при движении оболочки ( $n < 3$ ,  $m < 3$ ,  $n+m < 5$  для степенного распределения звездной массы,  $n < 2$  для точечного гравитирующего центра), абсолютная величина отрицательных членов в скобках выражений (15) и (25) всегда растет с увеличением  $R$  быстрее, чем положительных. Поэтому при некоторых значениях  $R$  выражения в скобках (15) и (25) обязательно обращаются в нуль. На радиационной стадии, таким образом, гравитационное взаимодействие со звездами может приводить к резкому (более быстрому, чем степенное) уменьшению скорости и затуханию ударной волны. Однако в случаях, когда  $|\xi_2/\xi| \ll 1$ ,  $|\xi_3/\xi| \ll 1$ , более существенным может оказаться множитель, пропорциональный  $(R_c/R)^{3-n}$  (скобки в выражениях (15), (25) обращаются в нуль в физически запрещенной области, в которой  $D(R) < a_s$ ). В этом случае гравитационное взаимодействие со звездами не оказывает сколько-нибудь заметного влияния на распространение ударной волны до самого ее затухания. Проиллюстрируем данное заключение двумя примерами.

Рассмотрим распространение сильной сферической ударной волны в системе с параметрами околоядерной области Галактики\*:  $R_0 = 1$  кпс,  $M_{os} = 10^{10}M_\odot$ ,  $\rho_s \sim R^{-1.8}$ ,  $\rho_g = \rho_{og} = \text{const}$ ,  $M_{og} = 10^8M_\odot$  [6].

\* Детальное исследование распространения ударной волны от точечного взрыва в центре Галактики требует учета нарушения сферической симметрии при  $R \geq h$ , где  $h$  — полутолщина газового слоя. Тем не менее рассматриваемый пример со всей наглядностью показывает, сколь важен учет гравитационного влияния звезд при изучении движения ударных волн в околоядерных областях галактик.

Зависимости скорости фронта ударной волны от пройденного волной расстояния для различных энергий взрыва представлены на рис. 1. Единственным неопределенным параметром в развитом приближении остается доля тепловой энергии  $\varepsilon$ , излучаемая в момент перехода к радиационной стадии. Расчеты показывают, что зависимость от  $\varepsilon$  очень слаба и не оказывает существенного влияния на результаты. На рис. 1, а приведены графики зависимости  $D(R)$  при разных  $\varepsilon$ . Как следует

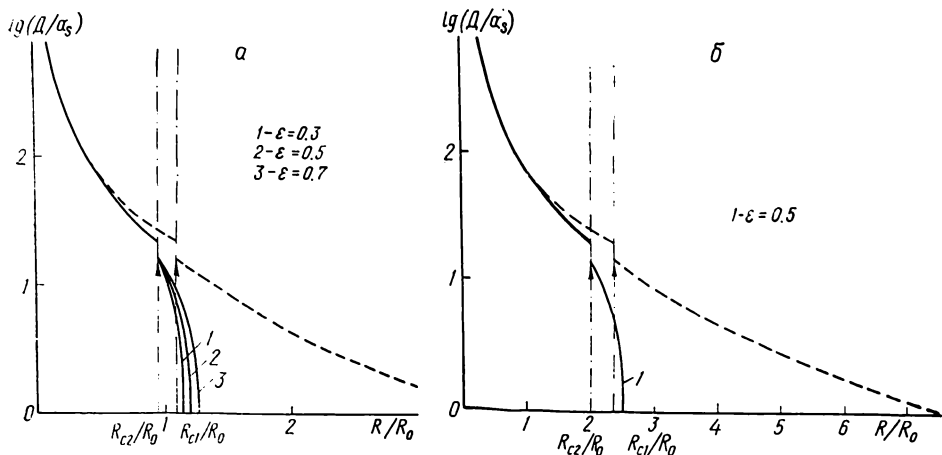


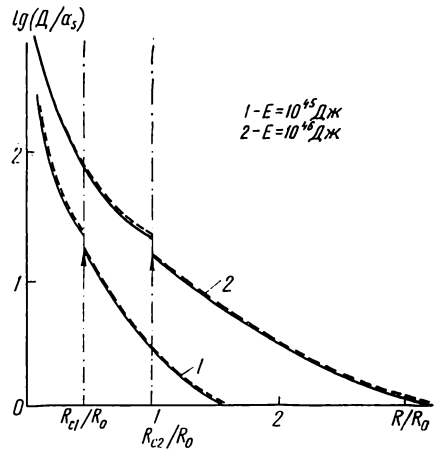
Рис. 1. Зависимость скорости фронта ударной волны от пройденного волной расстояния в сферически-симметричной системе с параметрами окооядерной области Галактики. Пунктирной линией показана зависимость  $D(R)$  в случае, когда гравитационное воздействие звезд не учитывается.  $R_{c1}$ ,  $R_{c2}$  — переходные радиусы без учета и с учетом гравитационных членов. а)  $E=10^{49}$  Дж,  $n=0$ ,  $m=1.8$ ; б)  $E=10^{50}$  Дж,  $n=0$ ,  $m=1.8$

из рисунка, скорость ударной волны и максимальное расстояние, проходимое волной до затухания, лишь незначительно увеличиваются с ростом  $\varepsilon$ . Значение переходного радиуса  $R_c$  находилось из уравнения (22). На рисунках  $R_c$  выделены вертикальными штрихпунктирными линиями. Скорость звука  $a_s$  принята равной 10 км/с. Из рис. 1 видно, что при небольших значениях  $R$  гравитационное воздействие звезд не оказывает заметного влияния на распространение ударной волны. Однако в конце адиабатической стадии гравитационное торможение снижает скорость ударного фронта и приводит к заметному (на несколько сотен парсек) уменьшению переходного радиуса  $R_c$ . На радиационной стадии учет гравитационных членов приводит к существенному изменению закона движения ударной волны. В этом случае даже при энергиях взрыва  $\sim 10^{50}$  Дж максимальные расстояния, проходимые ударной волной до затухания, не превышают 3 кпс, тогда как при отсутствии внутри ударного фронта звезд волна могла бы достигать приблизительно 8 кпс. Характерным для радиационной стадии в рассматриваемом примере является также резкое (более быстрое, чем степенное) падение скорости и быстрое затухание ударной волны.

Наблюдения на рентгеновском спутнике НЕАО-1 привели к обнаружению протяженного (диаметр  $\approx 450$  пс) рентгеновского источника в Лебеде [7], природа которого до настоящего времени не вполне ясна. По оценкам авторов [7], тепловая энергия источника в настоящее время не меньше  $6 \cdot 10^{44}$  Дж и, если он образован в результате вспышки единичной сверхновой, начальная энергия взрыва должна составлять  $10^{47}$  Дж. В работе [2] проведено более корректное рассмотрение вопроса о диагностике начальной энергии взрыва по наблюдаемым параметрам остатка. Показано, что начальная энергия взрыва приблизительно равна  $E_0 \sim 10^{46} (n_0/10^6)^{2/5}$  Дж и при разумных значениях концентрации атомов  $n_0 < 10^6 \text{ м}^{-3}$  не превышает  $10^{46}$  Дж.

В центре рентгеновской полости расположена известная компактная ассоциация Cyg OB 2, размеры которой составляют  $\sim 30$  пс, а масса  $M_s \sim 5 \cdot 10^4 M_\odot$  [12]. Вызывает интерес проверка того, насколько справедливы проведенные в [2] оценки начальной энергии взрыва  $E$ , не учитывающие гравитационного взаимодействия выметаемого ударной волной газа со звездами этой ассоциации. Результаты расчетов для энергий взрыва  $E = 10^{45}$  Дж и  $E = 10^{46}$  Дж и концентрации атомов водорода  $n_0 \simeq 10^5 \text{ м}^{-3}$  приведены на рис. 2. Поскольку размеры ассоциации значительно меньше наблюдаемых размеров рентгеновской полости, мы полагали, что вся масса звезд сосредоточена в центре полости, и

Рис. 2. Зависимость скорости фронта ударной волны от пройденного волной расстояния в окрестности ассоциации Cyg OB 2.  $R_0$  — наблюдаемые размеры рентгеновской полости,  $R_{c1}$ ,  $R_{c2}$  — значения переходных радиусов,  $n_0 = 10^5 \text{ м}^{-3}$ . Пунктирная линия — зависимость  $D(R)$  в случае, когда гравитационное воздействие звезд не учитывается



использовали для расчетов формулы для гравитирующего точечного центра. Как следует из рис. 2, в этом случае гравитационное взаимодействие движущегося за фронтом волны газа со звездами ассоциации Cyg OB 2 не оказывает практически никакого влияния на распространение ударной волны и диагностику начальной энергии взрыва, проведенную в [2].

1. Бисноватый-Коган Г. С., Блинников С. И. Сферизация остатков несимметричного взрыва сверхновой в однородной среде // Астрон. журн.—1982.—59, № 5.— С. 876—887.
2. Блинников С. И., Имшенник В. С., Угробин В. П. Гигантский рентгеновский источник в Лебеде — остаток взрыва пекулярной сверхновой // Письма в Астрон. журн.—1982.—8, № 11.— С. 671—678.
3. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике.— М.: Наука, 1972.—440 с.
4. Силли С. А. К теории распространения сильных ударных волн в неоднородных гравитирующих средах. I. Адиабатическая стадия // Кинематика и физика небес. тел.—1985.—1, № 6.— С. 37—42.
5. Спитцер Л. Физические процессы в межзвездной среде.— М.: Мир, 1981.—345 с.
6. Центр Галактики / Под ред. Дж. Риглера.— М.: Мир, 1984.—272 с.
7. Cash W., Charles P., Bowyer S. et al. The X-ray superbubble in Cygnus // Astrophys. J.—1980.—238, N 2.— P. L71—L76.
8. Chevalier R. A. The evolution of supernova remnants. I. Spherically symmetric models // Ibid.—1974.—188, N 2.— P. 501—516.
9. Cox D. P. Cooling and evolution of a supernova remnants // Ibid.—1972.—178, N 1.— P. 159—168.
10. Heiles C. H I shells and supershells // Ibid.—1979.—229, N 2.— P. 533—544.
11. Oort H. Eruptive phenomena near the galactic center // Phys. scr.—1978.—17, N 3.— P. 175—184.
12. Reddish V. C., Lawrence L. C., Prat N. M. The Cygnus II association // Publ. Observ. Edinburgh.—1966.—5, N 8.— P. 180.

Глав. астрон. обсерватория АН УССР,  
Киев

Поступила в редакцию 09.08.85,  
после доработки 05.10.85