

УДК 523.4—323

## Влияние эффекта Эйнштейна на определение координат объектов Солнечной системы

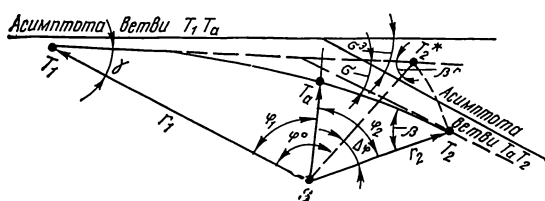
Р. К. Кадыев

Анализируется эйнштейновский эффект отклонения света планет Солнцем и обсуждается возможность проверки этого эффекта современными астрономическими методами.

*INFLUENCE OF THE EINSTEIN EFFECT ON THE DETERMINATION OF THE COORDINATES OF THE SOLAR SYSTEM OBJECTS, by Kadyev R. K.*— The possibility of checking the Einstein effect of the deflection of planet light by modern astronomy methods is discussed.

Неевклидов характер окосолнечного пространства проявляется в искривлении света полем тяготения Солнца (эффект Эйнштейна) [11], и этот эффект должен учитываться в большинстве задач практической астрометрии, связанных с наблюдениями различных светил [1—4]. Однако при наблюдении объектов Солнечной системы эффект Эйнштейна проявляется столь специфическим образом, что представляет интерес не только в смысле приложения идей общей теории относительности в планетной астрометрии [1, 6], но и возможности экспериментальной проверки теоретических предсказаний современными средствами астрономии.

Сконструированный, в частности, для проверки эффекта Эйнштейна при наблюдениях планет новый оптический астрометрический телескоп (НОАТ) [10] обеспечит



Неевклидов характер геометрии окосолнечного пространства. Положение наблюдателя, планеты и Солнца определяется неевклидовым треугольником  $T_1T_2S$ , сумма внутренних углов которого  $\gamma + \beta + \varphi = 180^\circ + \sigma$ , где  $\sigma$  является мерой отклонения света планет полем тяготения Солнца и геометрически выражает угол между касательными к траектории  $T_1T_2$ ,

проведенными в местоположениях наблюдателя и планеты. При игнорировании неевклидовости пространства наблюдатель связывает местоположение планеты с евклидовым треугольником  $T_1T_2^*S$ , сумма внутренних углов которого  $\gamma + \beta + \varphi = 180^\circ$

измерение релятивистского параметра  $K$ , описывающего смещение луча  $\delta\gamma$  (в случае касания лучом диска Солнца  $\delta\gamma_\odot = 0.5(1+K)1.75''$ ), с точностью порядка 0.002; уже рассматривается проект инструмента (основанного на методе оптической интерферометрии с земной орбиты), точность которого, по оптимистическим оценкам, будет до  $10^{-6}$  и выше для проверки релятивистских эффектов второго порядка по отклонению лучей света [10, 13, 14].

При исследовании обсуждаемой ниже специфики проявления эффекта отклонения света планет будем исходить из возможностей НОАТ, для которого точность измерения углового расстояния светила от центра Солнца:  $\Delta\gamma = 0.5\Delta K 1.75'' = 0.0018''$ .

В рамках метрики Шварцшильда в стандартных координатах зададим гелиоцентрические координаты  $r_1, \varphi_1$  наблюдателя и  $r_2, \varphi_2$  планеты (внутренней, для определенности) (рисунок). Угловые координаты  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  условимся отсчитывать от гелиоцентрического направления  $\vec{r}_0$  на точку поворота траектории  $T_1T_2$  луча «наблюдатель — планета»; знаки углов одинаковы при наблюдении планеты между элонгацией и нижним

соединением и противоположны — между элонгацией и верхним соединением. С помощью касательных к траектории  $T_1T_2$  в точках  $T_1$  и  $T_2$  определим геоцентрическое  $\gamma$  и планетоцентрическое  $\beta$  угловые расстояния планеты и наблюдателя от центра Солнца.

Вводя угол  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  между гелиоцентрическими направлениями  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  (при  $r_2 > r_1$  следует принять  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ), можно рассмотреть геометрические свойства «треугольника»  $T_1T_2S$  с внутренними углами  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\varphi$ , стороны которого ограничены отрезками световой траектории и радиальных линий.

**Таблица 1.** Величины релятивистских поправок к отношениям радиусов планетных орбит

Планеты	Среднее расстояние от Солнца, а. е.	Релятивистская поправка	Планеты	Среднее расстояние от Солнца, а. е.	Релятивистская поправка
Меркурий	0.39	$6.1 \cdot 10^{-9}$	Сатурн	9.54	$-8.5 \cdot 10^{-8}$
Венера	0.72	$2.8 \cdot 10^{-9}$	Уран	19.19	$-1.8 \cdot 10^{-7}$
Марс	1.52	$-5.2 \cdot 10^{-9}$	Нептун	30.07	$-2.9 \cdot 10^{-7}$
Юпитер	5.20	$-4.2 \cdot 10^{-8}$	Плутон	39.70	$-3.9 \cdot 10^{-7}$

Тригонометрические соотношения для околосолнечного пространства. В случае сферически-симметричного статического поля центрального тела углы  $\gamma$  и  $\beta$  определяются точными выражениями [1—3]:

$$\sin \gamma = (\rho/r_1) \sqrt{1 - r_g/r_1}; \quad \sin \beta = (\rho/r_2) \sqrt{1 - r_g/r_2}, \quad (1)$$

в которых связь между прицельным параметром луча  $\rho$  и радиальной координатой  $r_a$  точки поворота определяется из уравнения траектории как  $\rho = r_a(1 - r_g/r_a)^{-1/2}$ ;  $r_g$  — гравитационный радиус центрального тела (Солнца);  $r_g/r_1 \approx 0.0041''$ .

В первом приближении по  $r_g/r_a$  выражения (1) примут вид:

$$\begin{aligned} \sin \gamma &\approx r_a/r_1 + 0.5 (r_g/r_1) (1 - \sin \gamma); \\ \sin \beta &\approx r_a/r_2 + 0.5 (r_g/r_2) (1 - \sin \beta). \end{aligned} \quad (1a)$$

Из (1) или (1a) получаются соответственно точное и приближенное выражения релятивистского аналога теоремы синусов:

$$\sin \gamma / \sin \beta = \pi^{-1} (1 - r_g/r_1)^{1/2} (1 - r_g/r_2)^{-1/2}, \quad (2)$$

$$\sin \gamma / \sin \beta \approx \pi^{-1} + (r_g/r_1) (\pi - 1) / 2\pi, \quad (2a)$$

в которых принято обозначение  $\pi = r_1/r_2$ .

Заметим, что малая релятивистская поправка в выражении (2a) для внутренних планет положительна ( $\pi > 1$ ), тогда как для внешних ( $\pi < 1$ ) — отрицательна.

Теорема синусов в форме (2a) выражает предел применимости евклидовой геометрии к динамике планет — если отношения радиусов планетных орбит  $r_1/r_2$  определены с точностью  $\Delta = (r_g/r_1) (\pi - 1) / 2\pi$ , то соответствующая динамическая (или астрономическая) задача должна решаться в рамках общей теории относительности.

Из значений величин (табл. 1) видно, что пределом применимости ньютоновой динамики к внутренним планетам служит точность измерения  $\Delta = 10^{-9}$ , тогда как для внешних планет этот предел почти на два порядка больше.

Релятивистский аналог теоремы о сумме углов треугольника устанавливается из решения уравнения световой траектории [1—3]:

$$\varphi_i = \arccos(r_a/r_i) + (r_g/r_a) [1 - 0.5 r_a/r_i - 0.5 (r_a/r_i)^2] \cdot [1 - (r_a/r_i)^2]^{-1/2}. \quad (3)$$

Исключая из (2a) и (3) величину  $r_a$ , легко получить для  $\varphi_i$  ( $i=1, 2$ ) выражения:

$$\varphi_1 = 90^\circ - (\gamma - \text{ctg } \gamma \cdot r_g/r_1); \quad \varphi_2 = [90^\circ - \beta - \text{ctg } \beta \cdot r_g/r_2], \quad (4)$$

из которых следует

$$\varphi = 180^\circ - \gamma - \beta + \sigma, \quad (5)$$

так что теорема о сумме углов треугольника  $T_1T_2S$  примет вид:

$$\Sigma = \gamma + \beta + \varphi = 180^\circ + \sigma. \quad (6)$$

Легко показать, что угловой избыток  $\sigma$ , определяемый как

$$\sigma = (r_g/r_1) \operatorname{ctg} \gamma + (r_g/r_2) \operatorname{ctg} \beta = (r_g/r_a) (\cos \gamma + \cos \beta) \quad (7)$$

в любых конфигурациях, как для внутренних, так и для внешних планет, всегда удовлетворяет условию  $\sigma \geq 0$ .

Геометрически  $\sigma$  определяет величину угла между касательными к траектории в точках  $T_1$  и  $T_2$ , численное значение которого является мерой эффекта Эйнштейна.

Соотношение (7) является наиболее общим выражением релятивистского смещения световых лучей полем тяготения. Действительно, если при фиксированном  $r_a$  наблюдается достаточно удаленный объект (например, звезда), то при  $\beta \rightarrow 0$  релятивистский закон смещения принимает установленный в работах [1—4] вид:

$$\sigma_{\beta \rightarrow 0} = (r_g/r_a) (1 + \cos \gamma) = (r_g/r_1) \operatorname{ctg} (\gamma/2) = (r_g/r_1) \operatorname{tg} (\varphi/2).$$

Если при этом и наблюдатель удален на бесконечное расстояние от Солнца, то (7) приводит к известному эйнштейновскому выражению [11]:  $\sigma_{\beta \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0} = \sigma^0 = 2r_g/r_a$ .

**Определение геоцентрического положения планеты.** Пусть установлены с достаточной точностью (например, из радиолокационных измерений) отношения радиусов планетных орбит  $\pi$  (степень достаточности определена данными табл. 1) и угол  $\varphi$  между гелиоцентрическими направлениями  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ . Требуется определить геоцентрическое угловое расстояние планеты от центра Солнца.

Из формул (1), (5) и решения (3) следует:

$$\gamma = \arcsin (\sin \varphi/D) + (r_g/r_1) [\operatorname{tg} (\varphi/2) - \pi (\pi - 1) \sin \varphi/2D^2], \quad (8)$$

$$\beta = \arcsin (\pi \sin \varphi/D) + (r_g/r_1) [\pi \operatorname{tg} (\varphi/2) + \pi (\pi - 1) \sin \varphi/2D^2], \quad (9)$$

$$D = \sqrt{1 - 2\pi \cos \varphi + \pi^2}.$$

Релятивистские поправки  $\delta\gamma$  и  $\delta\beta$  в гео- и планетоцентрические углы передают специфику проявления эффекта искривления света при наблюдении объектов Солнечной системы.

Если наблюдается, например, звезда ( $\pi \rightarrow 0$ ), то из (8) следует

$$\gamma = 180^\circ - \varphi - \pi \sin \varphi + (r_g/r_1) \operatorname{tg} (\varphi/2), \quad (8a)$$

так что полное параллактическое смещение  $P$  звезды есть  $P = 180^\circ - \gamma - \varphi = \pi \sin \varphi - (r_g/r_1) \operatorname{tg} (\varphi/2)$ , что соответствует результату, полученному в работах [1—3].

Основные члены выражений (8) и (9) лишь условно могут называться «евклидовыми», поскольку «евклидовым» образом они выражаются через  $\pi$  и  $\varphi$ , на численные значения которых влияет, вообще говоря, поле тяготения Солнца.

Угол  $\varphi$  является наблюдаемой величиной, а  $\pi$  и  $\varphi$  определяются, например, из динамики планет в рамках той или иной теории. Если при этом используется ньютоновская динамика с ее евклидовыми представлениями о структуре пространства — времени, то результат вычисления  $\pi$  и  $\varphi$  приведет к «евклидовым» численным значениям  $\pi^\circ$ ,  $\varphi^\circ$ . Если же используется релятивистская небесная механика (как это сделано, например, в работе [7]), то значения  $\pi$  и  $\varphi$  уже отягощены полем Солнца. Следовательно, основные члены формул (8) и (9) только по форме записи могут называться «евклидовыми».

При исключении гравитационного поля ( $r_g \rightarrow 0$ ) основной член стремится к своему «истинно евклидовому», «исправленному за влияние поля тяготения», принципиально ненаблюдаемому значению:  $\gamma_{r_g \rightarrow 0} \rightarrow \gamma^e = \arcsin (\sin \varphi^e/D^e)$ ;  $D^e = \sqrt{1 - 2\pi^e \cos \varphi^e + (\pi^e)^2}$ . Итак, полагаем, что с основными членами формул (8) и (9) связаны некоторые фиктивные направления под углами  $\gamma^\circ = \arcsin (\sin \varphi/D)$  и  $\beta^\circ = \arcsin (\pi \sin \varphi/D)$  от центра Солнца. Прибавляя к ним соответствующие релятивистские поправки  $\delta\gamma = (r_g/r_1) [\operatorname{tg} (\varphi/2) - (\pi - 1) \pi \sin \varphi/2D^2]$  и  $\delta\beta = (r_g/r_1) [\pi \operatorname{tg} (\varphi/2) + (\pi - 1) \pi \sin \varphi/2D^2]$ , получаем реальные направления  $\gamma$  и  $\beta$ . Специфика же эффекта Эйнштейна заключается в том, что при наблюдении внешних планет всегда (в любой конфигурации)  $\delta\gamma > 0$ , тогда как  $\delta\beta \leq 0$  при  $\cos \varphi \geq (1 + \pi + 2\pi^2)/(1 + 3\pi)$ . Аналогично, при наблюдении внутренней планеты в любой конфигурации  $\delta\beta > 0$ , тогда как  $\delta\gamma \leq 0$  при  $\cos \varphi \geq (2 + \pi + \pi^2)/(\pi + 3)$ .

Значения релятивистских поправок  $\delta\gamma$  и  $\delta\beta$ , вычисленные по заданному  $\varphi$  и фиксированному  $\pi$  (в предположении круговых планетных орбит) для Венеры (принято  $\pi=1.428$  и  $r_g/r_1=0.0011''$ ) приведены в табл. 2. В двух последних столбцах таблицы даны значения релятивистских поправок  $\delta\gamma^*$  и  $\Delta\gamma^*$  при наблюдениях звезд: значение  $\delta\gamma^*=(r_g/r_1)\text{tg}(\varphi/2)$  вычислено при заданном в первом столбце таблицы угле  $\varphi$ , а значение  $\Delta\gamma^*=(r_g/r_1)\text{ctg}(\gamma/2)$  вычислено по заданному углу  $\gamma\approx\gamma^\circ$  из третьего столбца.

Таблица 2. Величины релятивистских поправок  $\delta\gamma$  и  $\delta\beta$  при наблюдениях Венеры

$\varphi$	$\beta^\circ$	$\gamma^\circ$	$\delta\beta$	$\delta\gamma$	$\sigma$	$\delta\gamma^*$	$\Delta\gamma^*$
179°	0.58823°	0.41177°	0.6711''	0.4695''	1.1406''	0.4698''	0.1410''
177	1.76477	1.23523	0.2237	0.1565	0.3802	0.1566	0.3803
104	45.85010	30.14990	0.0078	0.0049	0.0127	0.0052	0.0152
44	91.59540	44.40460	0.0033	0.0007	0.0040	0.0017	0.0064
30	108.36850	41.63150	0.0027	0.0000	0.0027	0.0011	0.0108
15	135.77590	29.22410	0.0019	-0.0006	0.0013	0.0005	0.0157
2	173.35113	4.64887	0.0004	-0.0002	0.0002	0.0001	0.1010

Так как современная точность определения положений тел Солнечной системы традиционными фотографическими методами (относительно опорных звезд) характеризуется средней квадратичной ошибкой для больших планет  $\pm 0.25''$ , малых планет  $\pm 0.15''$  [9], то из табл. 2 видно, что релятивистские поправки  $\delta\gamma$  становятся существенными при наблюдении планеты вблизи верхнего соединения. Поскольку точность редуцированных вычислений в астрометрии всегда на 1—2 порядка выше точности измерений той или иной величины [8], то учет эффекта Эйнштейна становится необходимым практически при любых конфигурациях наблюдения планеты. Если же определять дифференциальные смещения относительно опорных звезд, то роль релятивистских поправок становится существенной при любых конфигурациях наблюдения внутренних планет.

Действительно, из табл. 2 видно, что при наблюдении какой-нибудь звезды и Венеры вблизи верхнего соединения (например, когда  $\gamma^*=\gamma^\circ=0.41177^\circ$ ) релятивистское смещение звезды  $\Delta\gamma^*=1.1410''$ , а планеты —  $\delta\gamma=0.4695''$ , так что дифференциальное смещение составляет  $\Delta\gamma^*-\delta\gamma=0.6715''$  при расположении этих объектов, наблюдателя и Солнца в одной плоскости (для простоты оценок). Вблизи нижнего соединения Венеры (например, при  $\gamma^*=\gamma^\circ=4.64887^\circ$ ) результирующее смещение относительно опорной звезды усиливается:  $\Delta\gamma^*-\delta\gamma=0.1012''$ .

Следовательно, в практических задачах планетной астрометрии, связанных с определением положений планет относительно опорных звезд как визуальными, так и фотографическими методами, необходимо на каждом этапе измерений проводить редуциацию результатов измерений за эффект Эйнштейна. Это в определенной степени может объяснить систематическую разницу между результатами измерений а. е. различными методами [5].

В то же время из табл. 2 видно, что зависимость величины релятивистского смещения светила от его углового расстояния от центра Солнца проявляется по-разному при наблюдениях планет и звезд. Например, для Венеры  $\delta\gamma=0.4695''$  при  $\gamma=0.41177^\circ$ , тогда как почти такое же смещение  $\delta\gamma^*=0.4698''$  имеет место при наблюдении звезды под углом  $\gamma^*=180^\circ-\varphi=1^\circ$ .

Формула (8) может составить основу для экспериментальной проверки релятивистской теории тяготения по схеме: 1) с помощью НОАТ получают экспериментальную кривую  $\gamma^7(\tau)$  как функцию текущего времени  $\tau$ ; 2) величины  $\pi$ ,  $\varphi$ ,  $D$ ,  $r_1$  выражают как функции элементов планетных орбит и текущего времени  $\tau$  так, что в соответствии с формулой (8) записывается прогнозируемая функция  $\gamma^n(\tau)$ , связывающая  $\gamma$  с элементами планетных орбит и временем  $\tau$ ; 3) решается релятивистская динамическая задача  $n$  тел, связывающая элементы  $n$  планетных орбит с текущим временем  $\tau$  (как это сделано, например, в [7]); 4) подставляя значения элементов из решения задачи  $n$  тел в функцию  $\gamma(\tau)$ , получают прогнозируемое значение  $\gamma^n(\tau)$ , которое сравнивается, наконец, с экспериментальным значением  $\gamma^7(\tau)$ .

Другими словами, если функция  $\gamma^n(\tau)$  зависит от  $N$  параметров, характеризующих элементы планетных орбит задачи  $n$  тел, то по  $N$  точкам экспериментальной кривой  $\gamma^s(\tau)$  определяются значения этих  $N$  параметров, а по остальным точкам кривой  $\gamma^s(\tau)$  выявляется степень согласованности прогнозируемых и измеренных значений. Если одновременно с астрометрическими измерениями на НОАТ проводить и радиолокационные измерения времени задержки сигнала, отраженного от планеты, то прогнозирование  $\gamma^n(\tau)$  можно осуществлять с использованием результатов измерения элементов планетных орбит радиолокационными методами [10, 12], и сравнение с  $\gamma^s(\tau)$  определит степень согласованности астрометрических и радиолокационных измерений.

**Таблица 3.** Различие  $\Delta\varphi$  между гелиоцентрическими положениями  $\varphi$  и  $\varphi^e$ , вычисленными соответственно в рамках неевклидовой и евклидовой геометрий по заданным углам  $\gamma$  и фиксированному  $\pi$

$\gamma$	$\beta^r$	$\varphi^e$	$\Delta\beta$	$\sigma$	$\Delta\varphi = \varphi - \varphi^e$
0.5°	0.71430°	178.78570°	0.00001"	0.9396"	0.9396"
1.0	1.42865	177.57135	0.00002	0.4697	0.4698
15.0	21.69970	143.30030	0.00035	0.0300	0.0304
43.0	76.97780	60.02220	0.00380	0.0058	0.0096
44.0	82.91700	53.08300	0.00710	0.0050	0.0121
44.4	88.22210	47.37790	0.02830	0.0044	0.0327
44.0	97.08300	38.91700	-0.00710	0.0035	-0.0035
15.0	158.30030	6.69970	-0.00040	0.0006	0.0002

**Определение гелиоцентрического положения планеты.** Пусть из наблюдений положений планет и динамики их движений известны  $\gamma$  и  $\pi$ , и требуется определить гелиоцентрическое положение планеты с помощью угла  $\varphi$ . Астрометрист может решать эту задачу либо в рамках евклидовой геометрии, либо — неевклидовой. Очевидно, что различие геометрических представлений о структуре пространства приведет к различным значениям определяемого угла  $\varphi$ .

Из (2а) следует, что  $\beta = \beta^r - \Delta\beta$ , где  $\beta^r = \arcsin(\pi \sin \gamma)$ ,  $\Delta\beta = 0.5 (r_g/r_1) (\pi - 1) \operatorname{tg} \beta^r$  (данное приближение неприменимо при  $\beta^r \rightarrow 90^\circ$ ; в этом случае следует полагать  $\beta = 90^\circ$ ). Отсюда с помощью (5) получим соотношение:

$$\pi = 180^\circ - \gamma - \beta^r + 0.5 (r_g/r_1) (\pi - 1) \operatorname{tg} \beta^r + \sigma, \tag{10}$$

которое определяет «неевклидовым» образом вычисленное гелиоцентрическое положение планеты  $\varphi$ .

Если же от исходных величин  $\gamma$  и  $\pi$  производные углы  $\beta$  и  $\varphi$  вычислять «евклидовым» образом, то гелиоцентрическое положение планеты определится углом

$$\varphi^e = 180^\circ - \gamma - \beta^e, \tag{10a}$$

в котором  $\beta^e = \beta^r$ .

Заметим еще раз, что «евклидовые» значения  $\beta^e$  и  $\varphi^e$  отягощены гравитационным полем, поскольку  $\beta^e = \beta^e(\gamma, \pi)$  и  $\varphi^e = \varphi^e(\gamma, \pi)$ . Из сравнения (9) и (10) видно, что  $\delta\beta \neq \Delta\beta$  и  $\beta^e \neq \beta^r$ , так что релятивистские поправки в этих случаях выделяются по-разному. Геометрически угол  $\beta^r$  связан с треугольником  $T_1 T_2^* S$  ( $ST_2^* = ST_2$ ), в котором сторона  $T_1 T_2^*$  задает «видимое» направление на светило, гелиоцентрическое положение которого определяется «евклидовым» углом  $\varphi^e$  (рисунок). Лишь редукция за искривление траектории от  $\varphi^e$  до  $\varphi$  и от  $\beta^r$  до  $\beta$  приводит к реальному положению светила, определяемому углами  $\gamma, \beta, \varphi$ .

Значения  $\beta^r, \Delta\beta$  и  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi^e$ , вычисленные по заданным  $\gamma$  и фиксированному  $\pi$  ( $\pi = 1.428$ ) в случае определения гелиоцентрического положения Венеры, приведены в табл. 3. Видно, что  $\Delta\varphi$  изменяется немонотонным образом при различных конфигурациях планеты относительно Солнца; следовательно, при определении гелиоцентрического положения планеты от верхнего соединения вплоть до элонгации современными астрометрическими методами необходимо проводить редукцию за эффект Эйнштейна.

**Релятивистские поправки в различных системах координат.** На практике в астрометрии редко измеряется непосредственно угол  $\varphi$ , чаще всего имеют дело с координатами светил.

С основным членом формулы (8) связано некоторое фиктивное направление  $\varphi^\circ$ , которое обуславливает соответствующий основной вклад в координату светила.

В экваториальной системе координат связь между видимым склонением светила  $\delta$  и фиктивным (связанным с основным членом формулы (8)) склонением  $\delta^\circ$  имеет вид:

$$\delta = \delta^\circ - (\delta\gamma/\sin \varphi) D \{ \cos \delta \sin \delta_\odot - \sin \delta \cos \delta_\odot \cos (\alpha - \alpha_\odot) \}. \quad (11)$$

Аналогично для  $\alpha$  и  $\alpha^\circ$ :

$$\alpha = \alpha^\circ + (\delta\gamma/\sin \varphi) D \cos \delta_\odot \sec \delta \sin (\alpha - \alpha_\odot). \quad (12)$$

Легко устанавливаются соответствующие связи между горизонтальными ( $z$ ,  $z^\circ$ ;  $A$ ,  $A^\circ$ ) и эклиптическими координатами ( $\beta_3$ ,  $\beta_3^\circ$ ;  $\lambda$ ,  $\lambda^\circ$ ):

$$z = z^\circ - (\delta\gamma/\sin \varphi) D \{ \sin z \cos z_\odot - \cos z \sin z_\odot \cos (A - A_\odot) \}, \quad (13)$$

$$A = A^\circ + (\delta\gamma/\sin \varphi) D \sin z_\odot \operatorname{cosec} z \sin (A - A_\odot); \quad (14)$$

$$\beta_3 = \beta_3^\circ + (\delta\gamma/\sin \varphi) D \sin \beta_3 \cos (\lambda - \lambda_\odot), \quad (15)$$

$$\lambda = \lambda^\circ + (\delta\gamma/\sin \varphi) D \sec \beta_3 \sin (\lambda - \lambda_\odot). \quad (16)$$

Все формулы (11)—(16) удовлетворяют принципу соответствия — при  $\pi \rightarrow 0$  они переходят в соответствующие соотношения, справедливые при наблюдениях звезд [1—3].

**Выводы.** 1. Искривление света полем тяготения Солнца влияет на определение координат объектов Солнечной системы столь существенным (и специфическим) образом, что это влияние должно учитываться в практических задачах планетной астрометрии.

2. Специфика проявления эффекта Эйнштейна при астрометрических измерениях положений планет может быть подвергнута экспериментальной проверке современными техническими способами (путем радиолокации планет и с использованием НОАТ).

1. Арифов Л. Я. Общая теория относительности и тяготения.— 2-е изд.— Ташкент: Фан, 1983.—300 с.
2. Арифов Л. Я., Кадыев Р. К. Релятивистская теория годичных параллаксов.— Астрон. журн., 1968, 45, № 5, с. 1114—1121.
3. Арифов Л. Я., Кадыев Р. К. Релятивистский эффект искривления света в астрометрии.— Там же, 1975, 52, № 1, с. 164—170.
4. Арифов Л. Я., Кадыев Р. К. Общерелятивистское искривление света в астрометрии.— В кн.: Релятивистская астрофизика. Космология. Гравитационный эксперимент. Минск: Ин-т физики АН БССР, 1976, с. 166—168.
5. Кадыев Р. К. О возможной причине систематических расхождений измерения астрономической единицы длины радиолокационными и астрометрическими методами.— Там же, с. 168—169.
6. Кадыев Р. К. Редукции координат объектов Солнечной системы за релятивистское искривление света.— В кн.: Исследования по теоретической, молекулярной и ядерной физике. Самарканд: Самаркандский ун-т, 1978, с. 81—86.
7. Кислик М. Д., Колош Ю. Ф., Котельников В. А. и др. Единая релятивистская теория движения внутренних планет Солнечной системы.— Докл. АН СССР, 1980, 255, № 3, с. 545—548.
8. Костина Л. Д. О повышении точности вычисления широт.— В кн.: Анализ результатов широтных наблюдений. Ташкент: Фан, 1966, с. 85—104.
9. Подобед В. В., Нестеров В. В. Общая астрометрия.— М.: Наука, 1975.—551 с.
10. Шапиро И. Экспериментальная проверка общей теории относительности.— В кн.: Астрофизика, кванты и теория относительности. М.: Мир, 1982, с. 215—240.
11. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. В 4-х т. Т. 1. Основы общей теории относительности.— М.: Наука, 1965, с. 452—504.
12. Ash M. E., Shapiro I. I., Smith W. B. Astronomical constants and planetary ephemerides deduced from radar and optical observations.— Astron. J., 1967, 72, N 3, p. 338—341.
13. Cowling S. A. Gravitational light deflection in the solar system.— Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 1984, 209, N 2, p. 415—427.
14. Epstein R., Shapiro I. I. Post-post-Newtonian deflection of light by the Sun.— Phys. Rev. D., 1980, 22, N 12, p. 2947—2949.