

УДК 521.95

**Модель четырехкратного перекрытия площадки  $6^\circ \times 6^\circ$  пластинками широкоугольного астрографа Цейса**

А. И. Яценко

На примере математической модели показано, что четырехкратное перекрытие ограниченного участка неба пластинками астрографа ( $D=40$  см;  $F=2$  м) ГАО АН УССР позволяет уменьшить случайные ошибки определения координат звезд в 1.8 раза по сравнению с однократным. Средние квадратичные случайные ошибки положений в зоне четырехкратного перекрытия ожидаются не менее  $\pm 0.13''$ . Излагается методика исключения в вычисленных координатах звезд линейной части ошибки уравнения блеска.

*A MODEL FOR FOUR-FOLD OVERLAPPING OF THE  $6^\circ \times 6^\circ$  SKY FIELD USING PLATES TAKEN WITH THE ZEISS WIDE-ANGLE ASTROGRAPH, by Yatsenko A. I.— On the basis of a mathematical model it is shown that four-fold overlapping of a limited sky field by plates of the Zeiss wide-angle astrograph (40/200) makes it possible to reduce r. m. s. errors 1.8 times in comparison with the single overlapping. R. m. s. errors of positions in the area of four-fold overlapping are expected to be not less than  $\pm 0.13''$ . The procedure for eliminating the magnitude equation in calculated stellar positions is given.*

**Введение.** В последние годы в фотографической астрометрии все чаще стал применяться метод компенсации ошибок с использованием перекрывающихся пластинок. Имеются проекты глобального перекрытия северного и южного неба. В частности, предложение такого рода было выдвинуто в ГАО АН УССР [4]. Кроме перекрытий всего неба представляют также интерес перекрытия его отдельных участков для создания так называемых астрометрических стандартов [6, 7, 10].

В ГАО АН УССР начаты работы по составлению аналогичного каталога более 2000 звезд до  $16^m$  площадки  $6^\circ \times 6^\circ$  с центром в скоплении Волосы Вероники ( $\alpha_{1950.0} = 12^h 24^m$ ,  $\delta_{1950.0} = +26^\circ$ ). Эта область имеет большую астрометрическую историю [1].

Площадка сфотографирована на 16 пластинках астрографа Цейса ГАО АН УССР ( $D=40$  см,  $F=2$  м). Рабочее поле каждой пластинки — примерно  $4^\circ \times 4^\circ$ . Таким образом, область перекрыта согласно схеме (рисунок) так, что каждая звезда получилась на четырех пластинках.

Оценка точности получаемого «стандарта» в случайном и систематическом отношении может быть выполнена только после составления каталога и сравнения его с другими независимыми каталогами. Однако оценка той части ошибки положения звезды, которая зависит от неадекватности метода редукции снимков, может быть сделана путем математического моделирования, как, например, в работе [9]. С этой целью были проведены по специальной программе вычисления на ЭВМ ЕС-1022.

**Описание программы вычислений.** Вначале с перфокарты вводится исходная информация: число звезд на квадратный градус ( $n=6$ ), которое определяет предельную величину звезд на фиктивных пластинках ( $m_{\max}=11^m$ ), и координаты, ограничивающие участок неба размером  $6^\circ \times 6^\circ$ , где будет осуществляться астрометрический стандарт. Затем, согласно принятой схеме перекрытия, вычисляются истинные координаты  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$  оптических центров 16 пластинок, необходимых для перекрытия (рисунок). Количество звезд  $N$  на полном рабочем поле всех

снимков, составляющем примерно  $10^\circ \times 10^\circ$ , равно 533. Для этой расширенной площадки задаются с помощью генератора случайных чисел истинные координаты  $\alpha$ ,  $\delta$  всех звезд. Их звездные величины находились согласно формуле

$$m_i = a + b \cdot \lg(i + 1 - nk), \quad (1)$$

где  $a$ ,  $b$  — эмпирически подобранные для площадки в один квадратный градус коэффициенты,  $i = 1 \div N$  — номер звезды,  $k$  — целая часть от  $i/n$ . Истинное собственное движение звезды величины  $m$  задавалось генератором нормально распределенных случайных чисел с дисперсией, взятой по данным А. Н. Высотского [11], и средним значением, равным среднему статистическому параллаксу [8]. Истинные значения координат оптических центров снимков, положений звезд, их собственных движений и звездных величин служили исходными данными для создания фиктивных пластинок и модели опорного каталога.

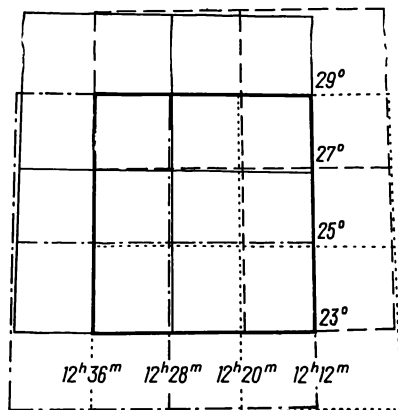


Схема перекрытия площадки  $6^\circ \times 6^\circ$ . Рабочие поля пластинок для отдельных перекрытий очерчены различными линиями. Зона астрометрического стандарта выделена

Положения и собственные движения звезд опорного каталога мы получили из соответствующих истинных значений добавлением случайных ошибок ( $\epsilon$ ) и систематических ошибок уравнения блеска (УБ). По величине ошибок созданный опорный каталог аналогичен каталогу АГКЗ. Характеристики модели опорного каталога на нулевую эпоху и по прошествии 25 лет приведены в табл. 1. Затем для рабочего поля каждой пластинки ( $4^\circ \times 4^\circ$ ), с использованием истинных координат  $(\alpha_0, \delta_0)_{\text{ист}}$  оптических центров, вычислялись по известным формулам истинные значения тангенциальных координат звезд. Реальные измеренные координаты звезд на пластинках вычислялись как значения полинома третьей степени от истинных тангенциальных координат. Коэффициенты полинома зависели от параметров, перечисленных в табл. 2, задаваемых для пластинок генератором нормально распре-

Таблица 1. Характеристики случайных и систематических ошибок, использованных при построении модели опорного каталога

Характеристика	Среднее значение, "/год	Стандартное отклонение, "/год
$T = 0.0$		
$\epsilon_\alpha \cos \delta; \epsilon_\delta$	0.0	$\pm 0.18$
$\epsilon_{\mu_\alpha} \cos \delta; \epsilon_{\mu_\delta}$	0.0	$\pm 0.01$
УБ $_\alpha \cos \delta; \text{УБ}_\delta$	$+ 0.02 (m - m_0)$	0.0
УБ $_{\mu_\alpha} \cos \delta; \text{УБ}_{\mu_\delta}$	$+ 0.0012 (m - m_0)$	0.0
$T = 25.0$ лет		
$\epsilon_\alpha \cos \delta; \epsilon_\delta$	0.0	$\pm 0.31$
$\epsilon_{\mu_\alpha} \cos \delta; \epsilon_{\mu_\delta}$	0.0	$\pm 0.01$
УБ $_\alpha \cos \delta; \text{УБ}_\delta$	$+ 0.05 (m - m_0)$	0.0
УБ $_{\mu_\alpha} \cos \delta; \text{УБ}_{\mu_\delta}$	$+ 0.0012 (m - m_0)$	0.0

ленных случайных чисел. Считалось, что истинное положение оптического центра на пластинке может случайным образом отличаться от измеренного на  $\pm 1$  мм. От пластинки к пластинке менялись также метеорологические условия наблюдений, часовой угол и ошибка ориентировки пластинки в измерительном приборе. Величина УБ бралась из результатов работы [5]. Предполагалось также, что, как и в реальном случае, два перекрытия будут осуществляться при положении трубы телескопа к востоку от колонны, а два других — при положении трубы к западу от колонны, при этом переходе знак коэффициентов УБ менялся на противоположный. Как показывают результаты измерений реальных пластинок, полученных на ДША, случайные ошибки измеренных координат звезд меняются от  $\pm 1.5$  мкм до  $\pm 5$  мкм в зависимости от диаметра изображения объекта (т. е. блеска и экспозиции) и его расстояния от центра пластинки. Мы брали среднее значение этой ошибки для двух экспозиций звезд до  $11^m$  на поле  $4^\circ \times 4^\circ$ . На каждой пластинке строилось по две системы изображений, сдвинутых друг относительно друга на 1 мм по  $\alpha$  и  $\delta$ . Предполагалось, что между экспозициями сдвигается труба телескопа. Первая система соответствовала экспозиции 20 мин, вторая — 1 мин. Диаметры изображений вычислялись согласно характеристическим кривым, найденным по реальным пластинкам. По количеству и величине экспозиций фиктивные пластинки соответствуют реальным, получаемым по программе фотографического обзора северного неба. Влияние комы и дифференциальной аберрации на измеренные координаты звезд не рассматривалось, считалось, что эти эффекты учтены заранее. Разность между эпохой опорного каталога и моментом получения снимков бралась равной 25 годам. Это соответствует обработке снимков, полученных в 1985 г., с АГКЗ в качестве опорного каталога.

Каждая пластинка обрабатывалась отдельно. Опорные тангенциальные координаты звезд на пластинках вычислялись с использованием измеренных значений  $(\alpha_0, \delta_0)$  координат оптических центров для первой экспозиции и положений звезд из опорного каталога. Методика обработки снимков с двумя экспозициями для исключения УБ была успешно испробована в ГАО АН УССР и изложена в работах [2, 3]. Формулы редукции имели вид:

$$a_j + b(D_{ij} - D_0) + cx_{ij} + dy_{ij} + ex_{ij}^2 + fx_{ij}y_{ij} + gx_{ij}^3 + hy_{ij}^2x_{ij} = \xi_i, \tag{2}$$

$$a'_j + b'(D_{ij} - D_0) + c'x_{ij} + d'y_{ij} + e'y_{ij}^2 + f'x_{ij}y_{ij} + g'y_{ij}^3 + h'x_{ij}^2y_{ij} = \eta_i,$$

Таблица 2. Характеристики фиктивных пластинок

Параметры	Средние значения	Стандартные уклоны	Степень тангенциальных координат
Ошибка положения ОЦ (по $x$ и $y$ )	0.0	$\pm 1.0$ мм	0
Случайные ошибки измерений (по $x$ и $y$ )	0.0	$\pm 3.0$ мкм	0
Ошибки ориентировки пластинки в изм. приборе	0.0	$\pm 30''$	1
Рефракция:	—	—	1,2
температура	0.0	$\pm 10$ °С	—
давление	750 мм рт. ст.	$\pm 10$ мм	—
часовой угол	0.0	$\pm 30^m$	—
Дисторсия	$-5 \cdot 10^{-8}$ мм <sup>-2</sup>	0.0	3
Ошибки УБ (труба к E):	—	—	0
по $x$	$+0.6$ мкм ( $m - m_0$ )	$\pm 0.0$	0
по $y$	$-0.5$ мкм ( $m - m_0$ )	$\pm 0.0$	0
Ошибки УБ (труба к W):	—	—	0
по $x$	$-0.6$ мкм ( $m - m_0$ )	$\pm 0.0$	0
по $y$	$+0.5$ мкм ( $m - m_0$ )	$\pm 0.0$	0

где  $i$  — номер звезды,  $j$  — номер экспозиции,  $\xi_i, \eta_i$  — идеальные координаты опорных звезд,  $D_{ij}$  — измеренные диаметры изображений при двух экспозициях,  $D_0$  — диаметр изображения звезды  $11^m$  для первой экспозиции,  $x_{ij}, y_{ij}$  — измеренные координаты звезд, исправленные для второй экспозиции за различие оптических центров двух экспозиций. Члены с  $y^2$  в уравнении по координате  $x$  и соответственно  $x^2$  для координаты  $y$  оказались по предварительным вычислениям незначимыми и поэтому в дальнейшем не рассматривались. Выбор редуцированных формул с большим количеством неизвестных оправдывается большим количеством звезд из опорного каталога типа АГКЗ на поле широкоугольного астрографа. На рабочее поле пластинки приходилось в среднем 85 звезд опорного каталога. Так как одновременно обрабатывались оба снимка на одной пластинке, количество условных уравнений типа (2) было около 170.

Из-за большого объема вычислений и ограниченного объема памяти имеющейся в нашем распоряжении ЭВМ, одни и те же звезды рассматривались в качестве опорных и определяемых объектов. С найденными из решения систем типа (2) значениями постоянных пластинок вычислялись тангенциальные координаты определяемых объектов. Эти значения усреднялись по двум экспозициям на пластинке и с помощью известных преобразований переводились в экваториальные координаты  $(\alpha, \delta)$ . Координаты звезд, попадающих на несколько пластинок, затем усредняли и находили их случайные ошибки по внутренней сходимости:  $\bar{\alpha}, \bar{\delta}, \varepsilon_{\alpha}', \varepsilon_{\delta}'$ .

Кроме средних вычислялись и средние взвешенные значения координат и их ошибок:  $\bar{\alpha}, \bar{\delta}, \bar{\varepsilon}_{\alpha}'', \bar{\varepsilon}_{\delta}''$ . Веса прямых восхождений звезд, полученных по одной пластинке, вычислялись в соответствии с выражением

$$\frac{1}{P} = (\varepsilon_{изм}^2 + \varepsilon_{ред}^2) \sec^2 \delta = [\varepsilon_{изм}^2 + \varepsilon_{\alpha}^2 + \varepsilon_{\delta}^2 (D - D_0)^2 + \varepsilon_c^2 x^2 + \dots] \sec^2 \delta, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{изм}$  — случайные ошибки измеренных координат,  $\varepsilon_{\alpha}, \varepsilon_{\delta}, \varepsilon_c, \dots$  — ошибки неизвестных при решении уравнений (2).

Формулы для координаты  $\delta$  имеют аналогичный вид и отличаются только отсутствием множителя  $\sec^2 \delta$  в (3).

Кроме оценки точности координат по внутренней сходимости определялись их ошибки по внешней сходимости. Для этого решали по обоим координатам и всем звездам системы условных уравнений типа

$$p + q(m_i - m_0) = \alpha_{i_{инст}} - \alpha_{i_{выч}}, \quad (4)$$

где  $p$  — систематическая ошибка нового каталога,  $q$  — УБ вычисленных координат,  $m_i$  — звездная величина  $i$ -й звезды,  $m_0 = 11.0^m$ . Средняя квадратичная ошибка единицы веса решения системы (4) будет характеризовать случайные ошибки полученных координат.

Поскольку в формулах редукиции (2) имеется член, зависящий от диаметра изображения, т. е. от звездной величины объекта, попадающего на пластинку, инструментальная часть УБ будет исключена из определяемых координат звезд, но зато в них полностью войдет УБ опорного каталога. При этом мы ограничиваемся случаем линейной зависимости УБ от звездной величины, чаще всего встречающейся на практике. Исходя из предположения, что инструментальная часть УБ меняет знак при переключке телескопа, для коэффициента  $b$  (2) можно записать:

$$b_E = b_{кат} + b_{инст}, \quad b_W = b_{кат} - b_{инст}, \quad (5)$$

где индексы  $E$  и  $W$  относятся к положению трубы телескопа при фотографировании. Так как в нашем случае имеется по восемь снимков,

полученных по обе стороны от колонны, каталожную часть коэффициента УБ найдем из выражения

$$b_{\text{кат}} = \frac{1}{16} \left( \sum_{i=1}^8 b_{i_E} + \sum_{j=1}^8 b_{j_W} \right). \quad (6)$$

Аналогичные рассуждения справедливы для коэффициента  $b'$  по координате  $y$  (2). Найденные экваториальные координаты определяемых объектов исправлялись соответствующими поправками за каталожную часть УБ:

$$\begin{aligned} \alpha' &= \alpha - b_{\text{кат}} k (m - m_0) \sec \delta, \\ \delta' &= \delta - b'_{\text{кат}} k (m - m_0), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $k$  — коэффициент перехода от звездных величин к диаметрам изображений звезд.

Новый каталог положений звезд на эпоху получения снимков превосходит по точности исходный опорный каталог (табл. 1, 3). Поэтому, как и в работе [7], делалось еще одно приближение в вычислениях координат с использованием в качестве опорного каталога положений, полученных в первом приближении. Координаты звезд во втором приближении вычислялись совершенно аналогично первому, при этом производились также оценки их точности по внутренней и внешней сходимости (табл. 3).

Таблица 3. Ошибки положений звезд, вычисленных по фиктивным пластинкам. Даны в секундах дуги.

Кратность перекрытия	1	2	4	Весь каталог
Количество звезд	78	253	202	533
Первое приближение. Ошибка единицы веса	$\sigma_0 = \pm 0.45$			
Средние по $\alpha$ и $\delta$ средние квадратичные разности координат из опорного каталога и вычисленных ( $\sigma$ )	$\pm 0.39$	$\pm 0.35$	$\pm 0.32$	$\pm 0.34$
Средние по $\alpha$ и $\delta$ средние квадратичные ошибки вычисленных координат:				
средних арифметических				
$\varepsilon_1$	0.23	0.19	0.13	0.18
$\varepsilon'$	—	0.19	0.13	—
средних взвешенных				
$\varepsilon_2$	0.23	0.19	0.13	0.18
$\varepsilon''$	—	0.21	0.18	—
УБ $_{\alpha}$ sec $\delta$ (до исправления $\alpha$ , $\delta$ за УБ $_{\text{кат}}$ ).	—	—	—	+0.038 ( $m - m_0$ )
УБ $_{\delta}$ (до исправления $\alpha$ , $\delta$ за УБ $_{\text{кат}}$ )	—	—	—	+0.052 ( $m - m_0$ )
УБ' $_{\alpha}$ sec $\delta$ (после исправления $\alpha$ , $\delta$ за УБ $_{\text{кат}}$ )	—	—	—	+0.008 ( $m - m_0$ )
УБ' $_{\delta}$ (после исправления $\alpha$ , $\delta$ за УБ $_{\text{кат}}$ )	—	—	—	+0.005 ( $m - m_0$ )
Второе приближение. $\sigma_0 = 0.35$				
$\sigma$	0.29	0.26	0.22	0.25
$\varepsilon_1$	0.23	0.19	0.13	0.18
$\varepsilon'$	—	0.19	0.13	—
$\varepsilon_2$	0.23	0.19	0.13	0.18
$\varepsilon''$	—	0.20	0.17	—
УБ $_{\alpha}$ sec $\delta$	—	—	—	+0.001 ( $m - m_0$ )
УБ $_{\delta}$	—	—	—	+0.001 ( $m - m_0$ )
УБ' $_{\alpha}$ sec $\delta$	—	—	—	-0.001 ( $m - m_0$ )
УБ' $_{\delta}$	—	—	—	+0.003 ( $m - m_0$ )

**Результаты вычислений.** Основные результаты вычислений координат звезд по фиктивным пластинкам приведены в табл. 3. Случайные ошибки положений звезд на поле  $10^\circ \times 10^\circ$  вычислялись для зон однократного, двухкратного и четырехкратного перекрытий. В таблице даны: количество звезд, попавших в разные зоны; средние квадратичные ошибки единицы веса ( $\sigma_0$ ) решения системы условных уравнений типа (2); средние квадратичные значения разностей ( $\sigma$ ) координат звезд из опорного каталога и вычисленных по фиктивным пластинкам; случайные ошибки средних арифметических и средних взвешенных значений вычисленных координат по внешней ( $\epsilon_1, \epsilon_2$ ) и внутренней ( $\epsilon', \epsilon''$ ) сходимости. Приведены также коэффициенты УБ в вычисленных положениях звезд до исправления их за УБ опорного каталога и после — УБ'. Систематические разности каталожных и вычисленных положений звезд (коэффициент  $p$  уравнений (4)) оказались незначимыми для обеих координат по сравнению со случайными ошибками и поэтому не внесены в таблицу.

Средние квадратичные значения разностей каталожных и вычисленных координат в обоих приближениях примерно в 1.2 раза меньше средних квадратичных ошибок единицы веса решения уравнений (2). Это объясняется использованием при вычислении координат звезд двух изображений на пластинке.

Ошибки неизвестных в (2) получили из решения систем условных уравнений в соответствии с величиной  $\sigma_0$  и весами этих неизвестных. Так, в частности, коэффициенты за дисторсию имеют случайные ошибки  $\pm 1 \cdot 10^{-8}$  мм<sup>-2</sup>. Из-за большой корреляции ( $r=0.8$ ) между неизвестными при  $x, x^3$  (решение по  $x$ ) и  $y, y^3$  (решение по  $y$ ) они, будучи найденными по одной пластинке, могут также систематически отличаться примерно на  $1 \cdot 10^{-8}$  мм<sup>-2</sup> от истинного значения коэффициента дисторсии. В среднем же по 16 пластинкам найденное значение коэффициента дисторсии составляет  $-4.8 \cdot 10^{-8}$  мм<sup>-2</sup> при ошибке  $\pm 0.5 \times 10^{-8}$  мм<sup>-2</sup>, т. е. практически не отличается от заданного (табл. 2). Следовательно, дисторсию объектива можно довольно уверенно учитывать либо путем введения специальных членов в уравнения связи тангенциальных координат звезд с измеренными, либо определив коэффициент дисторсии по нескольким пластинкам, заранее исключая ее из измеренных координат звезд на других снимках.

Коэффициенты линейных членов уравнений (2) определяются довольно уверенно, например, ошибки неизвестных  $c, d, c'$  и  $d'$  не превышают для первого приближения  $\pm 3.0 \cdot 10^{-5}$  рад. Случайные ошибки коэффициентов  $a$  и  $a'$  составляют примерно  $\pm 7.5 \cdot 10^{-4}$  мм. Неизвестные  $e$  и  $e'$  при квадратах измеренных координат оказались значимыми по сравнению со своими ошибками —  $\pm 3.5 \cdot 10^{-7}$  мм<sup>-1</sup>, в то время как значения неизвестных  $f$  и  $f'$  по абсолютной величине сравнимы или меньше случайных ошибок их определения, равных в среднем примерно  $\pm 3.0 \cdot 10^{-7}$  мм<sup>-1</sup>. Во втором приближении неизвестные коэффициенты уравнений (2) определяются примерно в 1.7 раза точнее.

Оценки случайных ошибок вычисленных координат звезд по внешней и внутренней сходимости практически совпали между собой для случая прямого усреднения по нескольким пластинкам. Усреднение с весами не привело в нашем случае к увеличению точности полученного нового каталога, что видно из сравнения внешних оценок случайных ошибок координат  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  в табл. 3. Это объясняется, по-видимому, тем обстоятельством, что в данной модели точность измеренных координат звезд примерно одинакова по всему полю пластинки. В случае же реальных пластинок из-за влияния эффекта комы ошибки измерений будут расти от центра к краю рабочего поля, поэтому при усреднении результатов по нескольким снимкам необходимо будет учитывать вес отдельных положений.

Сравнение ошибок координат в зонах с различной кратностью перекрытия показывает, что точность положений, найденных по двум пластинкам, примерно в 1.2 раза, а по четырем — в 1.8 раза выше, чем по одной пластинке.

Остаточное УБ ( $УБ_{\alpha} \sec \delta$ ,  $УБ_{\delta}$ ) вычисленных значений координат звезд практически совпадает с УБ исходного опорного каталога. После исправления положений звезд за каталожную часть УБ по формулам (9) эти ошибки значительно уменьшаются (см. значения  $УБ_{\alpha}' \sec \delta$ ,  $УБ_{\delta}'$ , табл. 3). Во втором приближении остаточное УБ практически исчезает из вычисленных координат звезд.

**Выводы.** 1. При создании астрометрического стандарта можно пользоваться каталогом АГКЗ в качестве опорного. Благодаря большому количеству опорных звезд, попадающих на рабочее поле пластинки широкоугольного астрографа ( $\sim 60 \div 150$  в зависимости от галактической широты), подбором сложных формул редукции удается исключить влияние основных инструментальных и каталожных систематических ошибок на вычисленные положения звезд.

2. Применение на одной пластинке двух экспозиций разной длительности дает возможность снизить случайные ошибки искомым координат звезд примерно в 1.2 раза и исключить инструментальную часть ошибки УБ. Для исключения каталожной части ошибки УБ необходимо получить снимки исследуемой области при положениях трубы телескопа по обе стороны от колонны.

3. Совпадение оценок, полученных по внешней и внутренней сходности для случайных ошибок вычисленных координат звезд, свидетельствует о хорошей компенсации систематических ошибок в зоне перекрытия. Случайные ошибки положений звезд предполагаемого астрометрического стандарта составят для объектов ярче  $11^m$  примерно  $\pm 0.13''$ .

В заключение автор благодарит Л. К. Пакуляк за помощь при составлении и отладке программы вычислений.

1. *Артюхина Н. М.* Определение и исследование собственных движений звезд в области северного полюса Галактики.— Тр. Гос. астрон. ин-та им. П. К. Штернберга, 1955, 25, с. 3—73.
2. *Иванов Г. А., Онегина А. Б., Яценко А. И.* Учет уравнения блеска с использованием экспозиций разной длительности. I. Математическая модель учета уравнения блеска.— Астрометрия и астрофизика, 1984, вып. 53, с. 53—56.
3. *Иванов Г. А., Онегина А. Б., Яценко А. И.* Учет уравнения блеска с использованием экспозиций разной длительности. II. Исследование уравнения блеска астрографа (40/550) ГАО АН УССР.— Кинематика и физика небесных тел, 1985, 1, № 1, с. 11—18.
4. *Колчинский И. Г., Онегина А. Б.* О программе фотографирования неба широкоугольными астрографами.— Астрометрия и астрофизика, 1979, вып. 39, с. 57—62.
5. *Рыбка С. П., Яценко А. И.* Сравнение точности измерений изображений звезд и галактик на негативах широкоугольного и длиннофокусного астрографов ГАО АН УССР.— Астрометрия и астрофизика, 1980, вып. 41, с. 64—67.
6. *Шокин Ю. А.* Точные положения звезд в SA-18.— Тр. Гос. астрон. ин-та им. П. К. Штернберга, 1980, 50, с. 79—94.
7. *Шокин Ю. А., Евстигнеева Н. М.* Широугольный стандарт в московской зенитной зоне.— Тр. Гос. астрон. ин-та им. П. К. Штернберга, 1983, 55, с. 3—20.
8. *Binnendijk L.* Mean parallaxes of faint stars derived from a combination of the Pulkovo and Radcliffe catalogue of proper motions.— Bull. Astron. Inst. Netherl., 1943, 10, p. 9—18.
9. *Dieckvoss W., de Vegt C.* Iterative Verbesserung der Positionen und Eigenbewegungen von Anhaltsternen in einen mehrfach Überdeckten Sterfeld.— Astron. Nachr., 1967, 290, S. 125—128.
10. *Eichhorn H., Cooge W. P., Lukac C. F., Murphy J. K.* Accurate positions of 502 stars in the region of the Pleiades.— Mem. Roy. Astron. Soc., 1970, 83, p. 125—151.
11. *Vyssotsky A. N.* On the accuracy attainable by statistical reduction to absolute proper motion.— Astron. J., 1954, 59, p. 52—54.