

УДК 521.95

## Учет влияния инструментальных погрешностей на меридианные микрометрические измерения в зените

В. К. Будзько

Анализируется влияние постоянных установки зенит-телескопа при наблюдении зенитных звезд по способу Талькотта и даются рекомендации по регулировке постоянных инструмента. Получены предельные значения постоянных установки инструмента для различных широт. Для Полтавы ошибка в широте будет меньше  $0.01''$ , если суммарное влияние коллимации средней нити, бокового гнутя и неперпендикулярности вертикальной и горизонтальной осей меньше  $5''$ , точность поворота инструмента вокруг вертикальной оси в первом вертикале около  $5''$  и азимут инструмента не превышает двух минут. Рекомендуется регистрировать момент прохождения звезды через боковую нить на  $E$  и на  $W$  с точностью  $0,5^s$ , тогда допустимые пределы для коллимации, бокового гнутя и неперпендикулярности вертикальной и горизонтальной осей расширятся до  $60''$ .

*THE ALLOWANCE FOR INSTRUMENTAL ERRORS ON THE MERIDIAN MICROMETRIC MEASUREMENTS IN ZENITH, by Budz'ko V. K.*—The effect of instrumental errors on observations of zenith stars by the Talcott method is analysed. It is recommended to register the time of stars' transit through the lateral thread in the two positions of the instrument.

В 1917 г. Б. В. Нумеровым была опубликована формула, учитывающая влияние инструментальных погрешностей на меридианные измерения с микрометром, точная до второго порядка этих величин [3]

$$\Delta z = \pm \left[ c\psi + \frac{1}{2} c^2 \frac{\sin \delta}{\cos \delta} + \frac{1}{2} b^2 \cos z \frac{\sin \varphi}{\cos \delta} - \frac{1}{2} a^2 \sin z \frac{\cos \varphi}{\cos \delta} + bc \frac{\sin \varphi}{\cos \delta} - ac \frac{\cos \varphi}{\cos \delta} - ab \cos z \frac{\cos \varphi}{\cos \delta} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $c$  — коллимация,  $\psi$  — наклон нитей окулярного микрометра,  $a$  — азимут инструмента,  $b$  — наклон горизонтальной оси,  $\varphi$  — широта,  $\delta$  — склонение звезды,  $z$  — зенитное расстояние звезды. Эта формула приводится и в более поздней работе Б. В. Нумерова, касающейся теории универсального инструмента [4]. Во второй из цитируемых работ Б. В. Нумеров формулу (1) (без учета члена  $c\psi$ ) преобразует к несколько иному виду: объединяет вместе все члены, выражающие величину часового угла звезды  $t$  в момент наблюдения (используя формулу Майера, известную из теории пассажного инструмента)

$$t = - [c + b \cos z + a \sin z] \sec \delta. \quad (2)$$

В результате Б. В. Нумеров получает вторую формулу, учитывающую влияние инструментальных погрешностей на меридианные измерения с микрометром:

$$\Delta z = \pm \left\{ \left( \frac{t}{2} \right)^2 \sin 2\delta + \left[ \frac{1}{2} b^2 \sin z \cos z - \frac{1}{2} a^2 \sin z \cos z + bc \sin z - ac \cos z - ab \cos^2 z \right] \right\}. \quad (3)$$

Как и первая эта формула дает поправку  $\Delta z$  к широте, полученной в одном положении инструмента. Знак поправки зависит от того, в какую сторону от зенита, к югу или к северу, движется нить микро-

метра при увеличении отсчетов на барабане микрометра и он меняется на противоположный при повороте инструмента на  $180^\circ$ .

По поводу этих формул Б. В. Нумеров пишет: «Главный член в формуле (3), а именно  $\left(\frac{t}{2}\right)^2 \sin 2\delta$  или член  $\frac{1}{2} c^2 \operatorname{tg} \delta$  в формуле (1), носит название поправки за кривизну параллели и, вообще говоря, обычно достигает несколько секунд дуги. Влияние прочих членов (формулы 3), заключенных в квадратных скобках, весьма мало. Из них наибольшими членами являются члены с произведением коллимации  $c = c_0 + f$ , особенно при наблюдениях на отдаленных нитях. На практике обычно все инструментальные погрешности поддерживаются настолько малыми, чтобы квадратными скобками можно было пренебречь» [4].

Анализируя первую из формул Б. В. Нумерова для случая определения широты по методу Талькотта, А. А. Немиро [2] отмечает, что допустимые пределы значений азимута, наклонности горизонтальной оси и коллимации существенно зависят от широты обсерватории, а также изменяются в зависимости от зенитного расстояния. Для того, чтобы погрешность определения широты не превышала  $0.01''$  на станциях с широтами более  $50^\circ$ , А. А. Немиро рекомендует удерживать азимут, наклон и коллимацию в пределах  $\pm 15''$ .

В. В. Подобед и В. В. Нестеров [5] рекомендуют такие пределы: для азимута  $\pm 30''$ , а для наклона и коллимации  $\pm 10''$ . Такие же предельные значения для азимута, наклонности горизонтальной оси и коллимации считаются допустимыми и при определении широты из наблюдений зенитных звезд по способу Талькотта.

Для регулярного определения коллимации лабораторным путем (не прибегая к наблюдениям звезд) А. А. Немиро [2] рекомендует установить коллиматор в павильоне зенит-телескопа, а наклонность горизонтальной оси регулярно определять накладным уровнем и удерживать значения коллимации и наклона в пределах не превышающих  $5''$ . Это позволило бы допустимые пределы для азимута, определение которого по необходимости должно производиться по наблюдениям звезд, расширить до  $60''$  для всех широт и даже до более широких пределов при определении широты по зенитной программе.

А. В. Гожий [1] приходит к выводу, что при определении широты из наблюдений зенитных звезд по способу Талькотта влияние азимута и наклонности горизонтальной оси на разность отсчетов микрометра будет больше  $0.01''$ , если разность азимутов и наклонность превосходят  $2''$ . Следовательно, требования к точности установки зенит-телескопа при наблюдении зенитных звезд должны быть увеличены в несколько раз.

Рассмотрим более детально влияние инструментальных погрешностей при наблюдении зенитных звезд.

При наблюдении пар Талькотта каждая звезда пары наблюдается при одной установке инструмента на средней нити и на боковых нитях, симметричных средней нити.

Особенность наблюдений зенитной звезды для определения широты, в отличие от наблюдений пары звезд Талькотта, как раз и состоит в том, что звезда наблюдается только на боковых нитях. Зенитная звезда наблюдается при двух положениях инструмента, а это обстоятельство требует начинать и заканчивать наблюдения зенитной звезды на боковых нитях, расположенных не симметрично, а по одну сторону от средней нити на значительном удалении от нее, чтобы при прохождении звезды через меридиан успеть повернуть инструмент на  $180^\circ$  из положения «окуляр  $E$ » в положение «окуляр  $W$ » (либо  $W \rightarrow E$ ).

Для зенитной звезды  $\delta = \varphi$  и  $z = 0$  и формула (1) принимает вид:

$$\Delta z = \pm \left[ c\varphi + \frac{1}{2} (b + c)^2 \operatorname{tg} \delta - a(b + c) \right]. \quad (4)$$

В общем случае  $c = c_0 + f + g \cos z$ , где  $c_0$  — коллимация средней нити,  $f$  — расстояние от средней нити до боковой, на которой выполнялось наведение подвижной нити окулярного микрометра на звезду,  $g \cos z$  — боковое гнутие горизонтальной оси под действием силы тяжести.

При наблюдении зенитных звезд

$$c_E = -c_W = c_0 + f + g,$$

так как коллимация меняет знак при повороте инструмента, а звезда наблюдается на одной и той же боковой нити  $f$  в обоих положениях инструмента. Азимуты инструмента  $a_E$  и  $a_W$ , вообще говоря, различны. Разность азимутов

$$\Delta a = a_E - a_W$$

есть ошибка поворота инструмента на  $180^\circ$  и зависит не от точности определения азимутов  $a_E$  и  $a_W$  по наблюдениям звезд, а от конструктивных особенностей инструмента. Обозначая азимут инструмента через

$$a_0 = \frac{1}{2} (a_E + a_W),$$

запишем

$$a_E = a_0 + \frac{1}{2} \Delta a; \quad a_W = a_0 - \frac{1}{2} \Delta a.$$

Так как наклонность горизонтальной оси инструмента зависит от наклонности вертикальной оси в первом вертикале  $b_0$  и неперпендикулярности горизонтальной и вертикальной осей  $\rho$ , то можно записать

$$b_E = b_0 + \rho; \quad b_W = b_0 - \rho.$$

Учитывая сделанные замечания и используя первую формулу Б. В. Нумерова для поправки в широту по наблюдениям зенитной звезды, получим:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{1}{2} (\Delta z_E - \Delta z_W) = \frac{1}{2} f^2 \operatorname{tg} \delta + f \cdot (\rho + c_0 + g) \operatorname{tg} \delta - \\ &- \frac{1}{2} f \Delta a - \frac{1}{2} \Delta a (\rho + c_0 + g) + \frac{1}{2} (\rho + c_0 + g)^2 \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{2} b_0^2 \operatorname{tg} \delta - a_0 b_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Первый член формулы

$$\delta\varphi_1 = \frac{1}{2} f^2 \operatorname{tg} \delta$$

дает поправку за кривизну параллели при наблюдении звезды на расстоянии  $f$  от средней нити.

Последний член формулы

$$\delta\varphi_7 = a_0 b_0$$

обусловлен влиянием азимута инструмента. Так как нивелировку вертикальной оси можно элементарно выполнить с точностью не хуже  $5''$  ( $b_0 < 5''$ ) с помощью Талькоттовского уровня, то при  $a_0 < 120''$  получим:

$$\delta\varphi_7 = \frac{s'' \cdot 120''}{\rho''} < 0.003''.$$

Второй член формулы (5)

$$\delta\varphi_2 = f \cdot (\rho + c_0 + g) \operatorname{tg} \delta$$

учитывает совместное влияние неперпендикулярности вертикальной и

горизонтальной осей, коллимации средней нити и бокового гнутия горизонтальной оси, а третий член

$$\delta\varphi_3 = \frac{1}{2} f \cdot \Delta\alpha$$

учитывает неточность поворота инструмента на  $180^\circ$ .

Влияние остальных членов формулы пренебрежимо мало.

При регулировке коллимации и перпендикулярности осей необходимо стремиться к тому, чтобы суммарное значение этих величин было близко к величине бокового гнутия, а по знаку — противоположно ему. Тогда второй член формулы будет минимальным.

#### Предельные значения $(p+c_0+g)$ и $\Delta\alpha$ для разных широт

$\varphi$	$p+c_0+g$	$\Delta\alpha$	Примечания (место наблюдения зенита)	$\varphi$	$p+c_0+g$	$\Delta\alpha$	Примечания (место наблюдения зенита)
0	—	7.9"	Кения	50	5.1	12.2	Полтава
10	22.6"	8.0	Батавия	60	4.5	15.7	Пулково
20	11.5	8.4	Гонолулу	70	4.2	23.0	Шпицберген
30	7.9	9.1	МСШ (S)	80	4.0	45.2	
40	6.1	10.3	МСШ (N)				

Если принять, что для поворота инструмента на  $180^\circ$  необходимо около 30 с времени, для выполнения пяти наведений на звезду достаточно 25 с времени (в каждом положении), а скорость движения звезды пропорциональна  $\cos \delta$ , то минимальное и максимальное расстояния боковых нитей от средней, на которых можно и нужно выполнять наблюдения зенитной звезды равны

$$f_{\min} = \frac{1}{2} \cdot 30^s \cos \varphi = 225'' \cos \varphi,$$

$$f_{\max} = f_{\min} + 20^s \cos \varphi = 525'' \cos \varphi. \quad (6)$$

При  $f=f_{\max}$  второй и третий члены формулы (5) будут меньше  $0.01''$ , если  $(p+c_0+g)$  и  $\Delta\alpha$  меньше предельных значений приведенных в таблице, на основании которой можно сделать следующие выводы об условиях, которым должны удовлетворять постоянные установки инструмента, чтобы при наблюдениях зенитной звезды влияние инструментальных погрешностей было меньше  $0.01''$ .

1. Вертикальная ось инструмента устанавливается в первом вертикале с точностью  $b_0 < 5''$ .

2. Азимут инструмента  $a_0$  меньше  $120''$ .

3. Поворот инструмента на  $180^\circ$  необходимо обеспечивать в соответствии с табл. 1 ( $\Delta\alpha < 8''$ ).

4. Наиболее жесткие требования предъявляются к суммарному влиянию коллимации средней нити, боковому гнутию горизонтальной оси и к перпендикулярности вертикальной и горизонтальной осей (см. таблицу), и поэтому необходимы регулярные определения коллимации и бокового гнутия по наблюдениям звезд.

Проанализируем вторую формулу Б. В. Нумерова (3), которая в случае наблюдения зенитной звезды может быть записана в виде:

$$\Delta z = \pm \left[ \left( \frac{t}{2} \right)^2 \sin 2\delta - a(b+c) \right]. \quad (7)$$

Учитывая сделанные ранее замечания относительно  $a$ ,  $c$  и  $b$  для поправки в широту, получим

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2} (\Delta z_E - \Delta z_W) = \frac{1}{2} (t_E^2 + t_W^2) \sin 2\delta - \frac{1}{2} f\Delta a - \frac{1}{2} \Delta a (p + c_0 + g) - a_0 b_0. \quad (8)$$

Первый член формулы (8)

$$d\varphi_1 = \frac{1}{8} (t_E^2 + t_W^2) \sin 2\delta. \quad (9)$$

Это поправка за кривизну параллели.

Последний член формулы (8)

$$d\varphi_4 = a_0 b_0,$$

как и в случае первой формулы Б. В. Нумерова, обусловлен влиянием азимута инструмента, и требования к точности установки вертикальной оси ( $b_0 < 5''$ ) и к точности установки по азимуту ( $a_0 < 120''$ ) остаются без изменений.

Второй член формулы (8)

$$d\varphi_2 = \frac{1}{2} f\Delta a$$

учитывает неточность поворота инструмента на  $180^\circ$ , и требования к этой погрешности также остаются без изменений (см. таблицу).

Что же касается влияния коллимации средней нити, бокового гнутия горизонтальной оси и перпендикулярности вертикальной и горизонтальной осей, то в явном виде эти величины входят только в третий член формулы (8)

$$d\varphi_3 = \frac{1}{2} \Delta a (p + c_0 + g),$$

и если принять, что точность поворота инструмента по азимуту удерживается в пределах рекомендуемых таблицей ( $\Delta a < 8''$ ), то даже при  $(p + c_0 + g) = 100''$  влияние их будет пренебрежимо мало:

$$d\varphi_3 = \frac{8'' \cdot 100''}{2 \cdot \rho''} < 0.002''$$

и, следовательно, требования к наиболее трудно определяемым постоянным установки инструмента (коллимации средней нити, боковому гнутию, перпендикулярности вертикальной и горизонтальной осей) уменьшаются более, чем на порядок.

Ценность формулы (3) Б. В. Нумерова состоит в первую очередь в том, что она содержит в себе идею учета влияния инструментальных погрешностей через часовой угол звезды. На первый взгляд может показаться, что это ничего существенного не дает, так как часовой угол в соответствии с формулой Майера (2) сам зависит от постоянных установки инструмента и для вычисления часового угла нужно знать постоянные установки. Однако если одновременно с наблюдением зенитной звезды по методу Талькотта зарегистрировать момент прохождения этой звезды через какую-либо боковую нить, то мы получаем возможность учесть, и этим исключить влияние таких инструментальных погрешностей, как неперпендикулярность вертикальной и горизонтальной осей, коллимации средней нити, бокового гнутия горизонтальной оси.

Пусть наблюдается зенитная звезда по методу Талькотта и регистрируется момент прохождения звезды через одну боковую нить в следующем порядке.

I. Инструмент в положении «окуляр  $E$ ». При появлении звезды в поле зрения подготавливается окулярный микрометр.

II. С помощью печатающего хронографа по методу «глаз — клавиша» регистрируем момент  $T_E$  прохождения звезды через боковую нить, расположенную на расстоянии  $f_t = 40^s \cos \varphi$  от средней нити.

III. Проводим наведения на звезду подвижной нитью окулярного микрометра при прохождении ею боковых нитей от  $f_{\max}$  до  $f_{\min}$ , определяемых в соответствии с формулой (6).

IV. Поворачиваем инструмент на  $180^\circ$  из положения  $E$  в положение  $W$ .

V. Выполняем наблюдения звезды по методу Талькотта на тех же нитях, но в обратном порядке.

VI. Регистрируем момент  $T_W$  прохождения звезды через боковую нить  $f_t$ .

Обозначим через  $\Delta f = f_t - f$  расстояние между боковой нитью, где регистрировался момент прохождения звезды и нитью, на которой выполнялось наведение на звезду. Используя основную формулу теории пассажного инструмента

$$T + u = \alpha + t, \quad (10)$$

где  $T$  — момент прохождения звезды,  $u$  — поправка часов,  $\alpha$  — прямое восхождение звезды,  $t$  — часовой угол звезды получим:

$$t_E = T_E + u + \Delta f \sec \delta - \alpha, \quad t_W = T_W + u - \Delta f \sec \delta - \alpha. \quad (11)$$

Подставляя найденные значения  $t_E$  и  $t_W$  в формулу (9) вычисляем значение поправки за кривизну параллели.

Узнаем с какой точностью необходимо фиксировать моменты прохождения звезды, чтобы поправка в широту определялась с ошибкой  $< 0.01''$

$$m_\varphi = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot t \cdot m_t \cdot \sin 2\delta < 0.01''$$

при  $t = 40^s$  и  $\sin 2\delta = 1$  ( $\varphi = 45^\circ$ ):

$$m_t \leq \frac{4 \cdot 0.01 \cdot \rho''}{\sqrt{2} \cdot 40 \cdot 15 \cdot 15} = 0.65^s.$$

Регистрация моментов  $T_E$  и  $T_W$  прохождения звезды через боковую нить полностью исключает необходимость в астрономических определениях постоянных установки инструмента и позволяет учитывать постоянные установки инструмента фактически существовавшие на момент наблюдения зенитной звезды.

Вместе с тем регистрация моментов  $T_E$  и  $T_W$  прохождения звезды позволяет регулярно контролировать состояние инструмента. Если использовать формулу Майера (2) для зенитной звезды

$$t = -(b + c) \sec \delta$$

и формулу (10), то для моментов  $T_E$  и  $T_W$  можно записать:

$$\begin{aligned} T_E + u &= \alpha - (b_0 + \rho + c_0 + f_t + g) \sec \delta, \\ T_W + u &= \alpha - (b_0 - \rho - c_0 - f_t - g) \sec \delta. \end{aligned} \quad (12)$$

Полусумма и полуразность этих выражений дает:

$$b_0 = \left[ \alpha - \frac{T_E + T_W}{2} + u \right] \cos \delta, \quad (13)$$

$$(p + c_0 + g) = \frac{1}{2} (T_W - T_E) \cos \delta - f_t. \quad (14)$$

Сравнивая наклонность вертикальной оси, измеренную с помощью талькоттовского уровня, с наклонностью, вычисленной по формуле (13), можно судить о точности регистрации моментов  $T_E$  и  $T_W$  и в случае больших расхождений, вызванных грубым просчетом, либо в случае регистрации только одного момента можно вычислить поправку за кривизну параллели. Если вычисленная и измеренная наклонности вертикальной оси совпадают (в пределах ошибок измерений), то по формуле (14) можно вычислить  $(p + c_0 + g)$  — величину, постоянство которой во времени характеризует устойчивость юстировки инструмента, так как она не зависит от устойчивости столба, на котором установлен инструмент.

Выполненный анализ влияния инструментальных погрешностей с учетом особенностей наблюдений зенитной звезды позволяет сформулировать следующие требования к постоянным установки зенит-телескопа и учету их влияния:

1. Точность регистрации момента прохождения звезды через боковую нить  $f_t$  на  $E$  и на  $W$  должна быть не ниже  $0.5^\circ$ .

2. Вертикальную ось инструмента необходимо устанавливать в первом вертикале с ошибкой  $\pm 5''$ .

3. Азимут инструмента должен быть не более  $120''$ .

4. Поворот инструмента на  $180^\circ$  необходимо выполнять с ошибкой около  $10''$  для Полтавы, а для других широт в соответствии с таблицей.

Следует отметить, что контроль этих постоянных установки инструмента не требует проведения специальных астрометрических наблюдений либо исследований.

Контроль за точностью поворота инструмента на  $180^\circ$  осуществляется без привлечения наблюдений звезд, а только лишь по отсчетам горизонтального круга. Так как система закрепления инструмента в обоих положениях проста и надежна, то эта постоянная инструмента устойчива. Регулировка ее осуществляется просто, не требует много времени и может быть осуществлена в любое время суток.

Установка вертикальной оси выполняется по талькоттовскому уровню, без привлечения накладного уровня, и в плоскости меридиана точность нивелировки  $2-3''$  достигается элементарно. Если же повернуть инструмент на  $90^\circ$ , то можно установить вертикальную ось и в первом вертикале с той же точностью. Установка вертикальной оси осуществляется непосредственно перед наблюдениями (так как на положение ее оказывают влияние деформации грунта) с помощью установочных винтов, вращение которых может привести к изменению азимута инструмента по двум причинам: 1) если имеется эксцентриситет острия винта относительно оси винта; 2) если винты не лежат в плоскости первого вертикала [6]. Величина изменения азимута по второй причине не столь существенна как по первой, но в обоих случаях точность поворота инструмента по азимуту остается без изменений.

Расширение допустимых пределов для азимута до  $2'$ , определение которого по необходимости должно производиться по наблюдениям звезд, весьма существенно. Как справедливо отмечает А. А. Немиро [2], расширение допустимых значений азимута до  $1'$  позволило бы в течение весьма продолжительных промежутков времени (измеряемых

годами) контролировать азимут зенит-телескопа только по отсчетам миры, а астрономические определения азимута миры достаточно было бы производить лишь изредка (раз в год или даже реже). Можно, по нашему мнению, ограничиться определением азимута по Полярной звезде и не только в момент кульминации, но и в произвольных часовых углах, а также и в дневное время.

Таким образом, коллимация средней нити, боковое гнутие горизонтальной оси, неперпендикулярность вертикальной и горизонтальной осей могут не определяться из специальных астрономических наблюдений, так как их влияние учитывается в поправке за кривизну параллели по формуле (9) и суммарная величина этих постоянных установки инструмента ( $p+c_0+g$ ) может быть вычислена по формуле (14) для каждого определения широты.

1. *Гожий А. В.* Влияние инструментальных погрешностей на меридианные микрометрические измерения в зените.—Астрон. циркуляр, 1982, № 1215, с. 4—6.
2. *Немиро А. А.* О влиянии азимута, наклона оси и коллимации на результаты определения широты по методу Горребоу—Талькотта.—Изв. Гл. астрон. обсерватории в Пулкове, 1961, XXII, с. 45—49.
3. *Нумеров Б. В.* Влияние инструментальных ошибок на меридианальные измерения с микрометром.—Тр. астрон. обсерватории Импер. Петроград. ун-та, 1917, 2, с. 57—64.
4. *Нумеров Б. В.* Теория универсального инструмента. Приложение 3 к Астрономическому ежегоднику за 1923 г.—М—Пг., 1923, с. 239—269.
5. *Подобед В. В., Нестеров В. В.* Общая астрометрия.—М.: Наука, 1975.—551 с.
6. *Попов Н. А.* Анализ результатов шестилетнего ряда круглосуточных наблюдений зенитных звезд в Полтаве.—Тр. Полтавской гравиметрической обсерватории, 1959, 8, с. 3—89.

Полтавская гравиметрическая обсерватория  
Института геофизики им. С. И. Субботина АН УССР,  
Полтава

Поступила в редакцию  
16.07.1984