УДК 519.6

А.Б. ЛОЗИНСЬКИЙ, І.М. РОМАНИШИН, Б.П. РУСИН

ТОМОГРАФІЧНЕ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ УЗАГАЛЬНЕНИХ ПРОЄКЦІЙ

Анотація. Розглянуто метод томографічної реконструкції неоднорідностей у випадку довільної діаграми напрямленості та сканування за однією координатою. Показано, що у цьому разі реєстровані дані (проєкції) записують у вигляді суми порядкових згорток діаграми напрямленості та відповідної ділянки відновлюваного розподілу. Проаналізовано особливості проєкційних даних, зворотних проєкцій. Пропонується будувати сумарне зображення у вигляді адитивного або кон'юнктивного об'єднання результатів зворотного проєктування для різних діаграм напрямленості. Запропоновано ітераційну процедуру побудови послідовних наближень до шуканого розв'язку.

Ключові слова: томографічне відновлення, просторовий розподіл, діаграма напрямленості, згортка, зворотне проєктування, сумарне зображення.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

З розвитком комп'ютерних засобів та інформаційних технологій почали інтенсивно розвиватися і широко впроваджуватися методи комп'ютерної томографії у багатьох галузях науки і техніки [1–6]. Томографія призначена вирішувати клас задач виявлення внутрішнього розподілу характеристик середовища на підставі даних, отриманих зондуванням.

Класична томографія грунтується на застосуванні перетворення Радона [1, 2]:

$$R(\rho,\varphi)=\iint M(x, y)L_{\rho\varphi}(x, y)dxdy,$$

$$L_{\rho\varphi}(x, y)=\delta(x\cos\varphi+y\sin\varphi-\rho).$$

Одним з найбільш вживаних методів відновлення зображення на основі проєкційних даних $R(\rho,\varphi)$ є метод зворотного проєктування і побудови сумарного зображення [6]

$$M_{\text{Rad}}^{\text{SUM}}(x, y)=\frac{1}{2\pi}\iint R(\rho,\varphi)L_{\rho\varphi}(x, y)d\rho d\varphi.$$

Сумарне зображення відповідає вихідним зображенням через ρ-фільтр [7]

$$M(x, y)=\hat{\rho}\langle M_{\text{Rad}}^{\text{SUM}}(x, y)\rangle .$$

Ефективність застосування томографічних методів і засобів визначається геометрією об'єкту та відповідною схемою збору даних.

У томографії часто використовують таку схему збору даних. Фіксують певний кут φ і збирають проєкційні дані всіх ρ. Внаслідок цього кут змінюється і процес збору даних повторюється. Зазначимо, що при фіксованому φ лінії $L_{\rho\varphi}(x, y)$ для різних ρ паралельні між собою і зсунуті по координаті x (або по y). Позначимо їх $L_{\varphi}(x, y)$ і стосовно кожного φ запишемо

$$R_{\varphi}(x)=\iint M(\xi,\eta)L_{\varphi}(x-\xi,\eta)d\xi d\eta,$$

$$L_{\varphi}(x, y)=\delta(x\cos\varphi+y\sin\varphi),$$

$$R_{\varphi}(x)=R(x\cos\varphi,\varphi). \tag{1}$$

Для зворотного проєктування і побудови сумарного зображення маємо

$$M_{\varphi}^{\text{inv}}(x, y) = \int R_{\varphi}(\xi) L_{\varphi}(x - \xi, y) d\xi,$$

$$M_{\text{Rad}}^{\text{SUM}}(x, y) = \int_{\{\varphi\}} \cos\varphi M_{\varphi}^{\text{inv}}(x, y)\, d\varphi,$$

$$M(x, y) = \hat{\rho}\langle M_{\text{Rad}}^{\text{SUM}}(x, y)\rangle.$$

Однак результат двовимірного зондування (сканування) у деяких практичних задачах можна представити у вигляді згортки просторового розподілу параметра $M(x, y)$ з «дзеркальною» діаграмою напрямленості системи реєстрації $\widetilde{D}(x, y) = D(-x, -y)$ [8]:

$$s = \iint M(\xi, \eta) D(\xi, \eta) d\xi d\eta,$$

$$S(x, y) = \iint M(\xi, \eta) D(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta,$$

$$S(x, y) = \iint M(\xi, \eta) \widetilde{D}(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta,$$

$$S(x, y) = \widetilde{D}(x, y) * M(x, y).$$

У деяких випадках збір даних здійснюється для всіх зміщень по координаті x у разі фіксованого y подібно до визначеної вище схеми. Узагальнимо вигляд діаграми $D(x, y)$ і внесемо у її вигляд зсув по координаті y (дві діаграми, які відрізняються тільки зсувом по y, вважатимемо різними):

$$S_D(x) = \int M(\xi, \eta) \widetilde{D}(x - \xi, \eta) d\xi d\eta,$$

$$S_D(x) = \hat{D}\langle M(x, y)\rangle. \tag{2}$$

Отже, отримуємо вираз, аналогічний (1); це зумовлює представити і зворотне перетворення через сумарне зображення, наприклад

$$M_D^{\text{inv}}(x, y) = \hat{D}^{-1}\left\langle S_D(x)\right\rangle,$$

$$M^{\text{AVR}}(x, y) = \hat{A}\langle M_{D1}^{\text{inv}}(x, y), M_{D2}^{\text{inv}}(x, y), \ldots\rangle,$$

$$M(x, y) = \hat{B}\langle M^{\text{AVR}}(x, y)\rangle, \tag{3}$$

тобто за допомогою певного оператора зворотного проєктування $\hat{D}^{-1}$, об'єднання зворотних проєкцій з усього набору діаграм оператором $\hat{A}$ і застосування коректуючого оператора $\hat{B}$. Вираз (3) є справедливим принаймні у двох випадках:

1) для перетворення Радона, коли за набір діаграм визначається набір прямих $L_{\varphi}(x, y)$, тоді застосування $\hat{D}^{-1}$означатиме згортку $S_D * L_{\varphi}$ по координаті x, $\hat{A}(\cdot) := \sum_{\{D\}} (\cdot)$ і $\hat{B} = \hat{\rho}$;

2) для набору діаграм у вигляді дельта-функцій при кожному y, тобто коли кожна діаграма є двовимірною дельта-функцією

$$D_{\delta}(x, y) = \delta^2(x - \widetilde{x}_y, y - \widetilde{y}), \tag{4}$$

тоді $\hat{D}^{-1} = D_{\delta}$, $\hat{A}(\cdot) := \sum_{\{D\}} (\cdot)$ як і для прямих, а оператор $\hat{B}$ відсутній, тобто

$M(x, y) \equiv M^{\text{AVR}}(x, y)$. У загальному випадку вираз (3) необхідно дослідити більш детально.

ПРЯМЕ ПРОЄКТУВАННЯ

Вираз $S_D(\Delta x)$ у рівняннях (2), (3) є узагальненою проєкцією об'єкта щодо діаграми D. Розглянемо детальніше вираз (2). Через те, що згортка відбувається тільки за координатою x, подамо його у вигляді

$$S_D(x) = \sum_{\{y\}} M_y(-x) * D_y(x), \tag{5}$$

тобто проєкція розкладається на суму одновимірних згорток окремих рядків зображення із відповідними рядками діаграми. З виразу (5) випливають такі важливі наслідки.

Наслідок 1. Якщо для деякого y рядок діаграми порожній — містить тільки нулі, то відповідний рядок вихідного зображення не використовується у формуванні проєкції.

Наслідок 2. Якщо у рядках діаграми можна виокремити незалежну від y спільну частину, то її можна «винести за дужки» і об'єднати із зображенням. У цьому разі проєкція несе інформацію не про самі елементи вихідного зображення, а тільки про елементи його модифікованих рядків.

Наприклад, діаграма являє собою смугу з профілем $f(x)$ вздовж прямої лінії $x = g(y) = ky + y_0$, тобто $D_y(x) = f[x - g(y)] = f(x) * \delta[x - g(y)]$. Така діаграма формує проєкцію [9]

$$S_D(x) = \sum_{\{y\}} M_y(-x) * \{f(x) * \delta[x - g(y)]\} = \sum_{\{y\}} \{M_y(-x) * f(x)\} * \delta[x - g(y)]. \tag{6}$$

Вираз (6) відповідає радонівській проєкції (1) вздовж прямої $x = g(y)$ вихідного зображення, кожний рядок якого згорнутий з функцією профілю смуги діаграми.

ЗВОРОТНЕ ПРОЄКТУВАННЯ

Рівняння (2) визначає проєкцією S_D об'єкта M для діаграми D. За зворотну проєкцію використовуємо таке M_D^{inv}, яке також задовольняє це рівняння:

$$\iint M_D^{\text{inv}}(\chi, \eta) \widetilde{D}(x - \chi, \eta) d\chi d\eta = S_D(x) = \iint M(x, \eta) \widetilde{D}(x - \chi, \eta) d\chi d\eta. \tag{7}$$

Вочевидь, що рівняння (7) залежно від виглядку діаграм матиме багато розв'язків. Тому у разі звуження області його розв'язків зворотну проєкцію M_D^{inv} (на основі відомих D та S_D) формуємо за певними правилами, залучаємо доступну апріорну інформацію та накладаємо аргументовані задачею обмеження, що може зумовити відсутність розв'язку. У цьому разі потрібно мінімізувати функціонал

$$\left| \int M_D^{\text{inv}}(\chi, \eta) D(x - \chi, \eta) d\chi d\eta - S_D(x) \right| = \min_{M^{\text{inv}}}.$$

Зміст рівняння (7) зручно подати в операторній формі:

$$S_D(x) = \hat{D} \langle M(x, y) \rangle,$$

$$M_D^{\text{inv}}(x, y) = \hat{D}^{-1} \langle S_D(x) \rangle = \hat{D}^{-1} \hat{D} \langle M(x, y) \rangle,$$

де через оператор $\hat{D}$ позначена операція згортки з діаграмою $D(x, y)$, а через оператор $\hat{D}^{-1}$ — зворотне перетворення. Якщо шукати його у вигляді згортки за координатою x з певною зворотною діаграмою $D^{-1}(x, y)$, то на підставі (7) маємо

$$S_D(x) = D_y(x) * M_y(x) = D_y(x) * M_{yD}^{\text{inv}}(x) = D_y(x) * D_y^{-1}(x) * S_D(x),$$

звідки (для непорожніх D_y)

$$D_y(x) * D_y^{-1}(x) = \delta(x) \cdot \tag{8}$$

Це означає, що D_y^{-1} для кожного y може розраховуватися як оператор деконволюції для відповідного одновимірного оператора згортки D_y. Геометричним місцем точок дельта-функцій (8) на об'єктній площині (x, y) є пряма $x = 0$. З виразу (8) випливає, що якщо D_y можна представити у вигляді $D_y = aD_{0y}$, то

$$D_y^{-1} = \frac{1}{a} D_{0y}^{-1}.$$

У загальному випадку знаходження зворотної діаграми D^{-1} для відомої D є нетривіальною задачею, тому варто розглянути детальніше окремі її варіанти. Зазначимо, що коли діаграма D складається з дельта-функцій у вигляді (4), тобто $D = D_\delta$, то

$$D^{-1} \equiv D.$$

Стосовно діаграм у вигляді прямих L_φ (радонівське проєкування, див. (1)) це співвідношення також виконується. Цим можна скористатися і у випадках, коли діаграму D з певним наближенням можна вважати близькою до D_δ. Ступінь відповідності у цьому разі зручно оцінювати за мірою виконання співвідношення (8).

Запишемо рівняння (5) у вигляді

$$S_D(x) = \sum_{\{y\}} S_{yD}(x), \tag{9}$$

$$S_{yD}(x) = D_y(x) * M_y(x),$$

де $S_{yD}(x)$ позначимо вклад рядка $M_y(x)$ у сумарний відгук томографічної системи $S_D(x)$. Вочевидь, що за умови (8) виконується і рівність

$$D_y^{-1}(x) * S_{yD}(x) = M_y(x),$$

тобто зворотна проєкція M_D^{inv} при кожному y містить неспотворене зображення у відповідності до рядка M_y. Але для томографічної системи парціальні спостереження $S_{yD}(x)$ недоступні, а доступним є тільки сумарний відгук $S_D(x)$. Отже, кожен рядок зворотної проєкції M_{yD}^{inv} є сумою як M_y, так і артефактів M_{yD}^{art}:

$$M_{yD}^{\text{inv}}(x) = M_y(x) + M_{yD}^{\text{art}}(x),$$

$$M_{yD}^{\text{art}}(x) = D_y^{-1}(x) * [S_D(x) - S_{yD}(x)]$$

або з урахуванням (9)

$$M_{yD}^{\text{inv}}(x) = D_y^{-1}(x) * \sum_{\{\eta\}} D_\eta(x) * M_\eta(x) = \sum_{\{\eta\}} D_y^{-1}(x) * D_\eta(x) * M_\eta(x),$$

$$M_{yD}^{\text{art}}(x) = \sum_{\{\eta\}} [1 - \delta(\eta - y)] D_y^{-1}(x) * D_\eta(x) * M_\eta(x), \tag{10}$$

де неспотворена частина зображення формується при $\eta = y$ за допомогою узгоджених по y рядків операторів D і D^{-1}, а спотворення M_{yD}^{art} виникають при $\eta \neq y$. Отже, характер спотворень суворо визначений структурою діаграми системи реєстрації і його можна компенсувати у деяких спеціальних випадках.

ОБ'ЄДНАННЯ ЗВОРОТНИХ ПРОЄКЦІЙ. СУМАРНЕ І КОН'ЮНКТИВНЕ ЗОБРАЖЕННЯ

Вираз (8) визначає об'єднання зворотних проєкцій M^{AVR} за набором діаграм D за допомогою оператора $\hat{A}$. У томографії зазвичай використовують у такому разі арифметичне середнє. Це виправдано через те, що за умови (8) кожна зворотна проєкція M_D^{inv} для кожного y є сумою неспотвореного зображення рядка M_y і артефактів M_{yD}^{art} (10). При арифметичному усередненні зображення рядків M_y накопичуються когерентно на відміну від M_{yD}^{art}, що збільшує їхнє відношення.

Розглянемо суму зворотних проєкцій у разі одного значення y (сумарне зображення одного рядка M_y^{SUM}) для N довільних діаграм D_i:

$$M_y^{\text{SUM}}(x) = \frac{1}{N}[M_{yD1}^{\text{inv}}(x) + M_{yD2}^{\text{inv}}(x) + \ldots + M_{yDN}^{\text{inv}}(x)] =$$

$$= \frac{1}{N}[D_{1y}^{-1}(x) * S_{D1}(x) + D_{2y}^{-1}(x) * S_{D2}(x) + \ldots + D_{Ny}^{-1}(x) * S_{DN}(x)] =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_i^N \sum_{\{\eta\}} D_{iy}^{-1}(x) * D_{i\eta}(x) * M_\eta(x) =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{\{\eta\}} M_\eta(x) * \sum_i^N D_{iy}^{-1}(x) * D_{i\eta}(x). \tag{11}$$

У загальному випадку вираз (11) за конкретним набором діаграм уможливлює визначити зв'язок M^{SUM} з вихідним зображенням M і по можливості усунути спотворення, які привносяться у сумарне зображення згорткою з ядром $\sum_i^N D_{iy}^{-1}(x) * \widetilde{D}_{i\eta}(x)$. Зазначимо, якщо діаграма має вигляд прямих ліній L_φ — радонівського проєкування, згортка з елементом ядра

$$D_y^{-1}(x) * \hat{D}_\eta(x) = \delta[x\cos(\varphi) - (\eta - y)\sin(\varphi)] \tag{12}$$

еквівалентна зсуву по x, пропорційному $(\eta - y)\text{tg}(\varphi)$. Тоді

$$M_y^{\text{SUM}}(x) = \frac{1}{N}\sum_i^N \sum_{\{\eta\}} \delta[-x\cos(\varphi_i) - (\eta - y)\sin(\varphi_i)] * M_\eta(x) =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_i^N \sum_{\{\eta\}} M_\eta[x\cos(\varphi_i) - (\eta - y)\sin(\varphi_i)] =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{\{\eta\}} M_\eta(x) * \sum_i^N \delta[-x\cos(\varphi_i) - (\eta - y)\sin(\varphi_i)].$$

Крім арифметичного середнього у якості оператора $\hat{A}$ приймають також і геометричне середнє. Отриманий результат назвемо кон'юнктивним зображенням M^{CONJ}. Аналогічно до виразу (11) запишемо

$$M_y^{\mathrm{CONJ}}(x) = \sqrt[N]{[M_{yD1}^{\mathrm{inv}}(x) \cdot M_{yD2}^{\mathrm{inv}}(x) \cdot \ldots \cdot M_{yDN}^{\mathrm{inv}}(x)]} =$$

$$= \sqrt[N]{D_{1y}^{-1}(x) * S_{D1}(x) \cdot D_{2y}^{-1}(x) * S_{D2}(x) \cdot \ldots \cdot D_{Ny}^{-1}(x) * S_{DN}(x)} =$$

$$= \sqrt[N]{\prod_i^N \sum_{\{\eta\}} D_{iy}^{-1}(x) * \widetilde{D}_{i\eta}(x) * M_\eta(x)}. \qquad (13)$$

Вираз (13) набуває суттєво простішого вигляду для радонівського проєктування вздовж ліній L_φ. З урахуванням (12) отримуємо

$$M_y^{\mathrm{CONJ}}(x) = \sqrt[N]{\prod_i^N \sum_{\{\eta\}} M_\eta[x\cos(\varphi_i) - (\eta - y)\sin(\varphi_i)]}.$$

Аналогічно до виразів (11) і (13) можна отримати і результат для інших варіантів реалізації оператора об'єднання зворотних проєкцій $\widetilde{A}$, наприклад коли попарно здійснюється спочатку геометричне усереднення, а далі — арифметичне.

Вирази (11) і (12) отримано на основі припущення, що сканування здійснюється за координатою x. Якщо умови експерименту дозволяють виконати також сканування за координатою y, то повністю аналогічно можна отримати зворотні проєкції також для стовпців шуканого зображення, а результат одержати за допомогою усереднення усіх зворотних проєкцій.

Через те, що отримані загальні співвідношення як для зворотних проєкцій (10), так і за результатом їхніх усереднень (11), (13) не дають змоги безпосередньо одержати вихідне зображення, необхідне застосування коректуючого оператора $\hat{B}$ (3), залежного від набору діаграм, які застосовано для отримання проєкцій.

ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД ОТРИМАННЯ ПОСЛІДОВНИХ НАБЛИЖЕНЬ ДО ШУКАНОГО РОЗВ'ЯЗКУ

Запропонована томографічна технологія (2), (3) полягає в отриманні проєкційних даних

$$S_D(x) = \hat{D}\langle M(x, y)\rangle,$$

зворотному проєктуванні та побудові сумарного зображення:

$$M_D^{\mathrm{inv}}(x, y) = \hat{D}^{-1}\langle S_D(x)\rangle,$$

$$M^{\mathrm{AVR}}(x, y) = \hat{A}\langle M_{D1}^{\mathrm{inv}}(x, y), M_{D2}^{\mathrm{inv}}(x, y), \ldots\rangle.$$

Сумарне зображення може будуватися адитивним (11) або кон'юнктивним (13) об'єднанням результатів зворотного проєктування.

Відомо [5], що сумарне зображення є тільки низькочастотною копією шуканого розподілу. Запропонуємо ітераційну процедуру побудови послідовних наближень до шуканого розподілу. Запишемо нев'язку між сумарним зображенням і шуканим розподілом:

$$\Delta M(x, y) = M(x, y) - M^{\mathrm{AVR}}(x, y).$$

Визначимо проєкцію у разі нев'язки:

$$S_D^{\Delta}(x) = \hat{D}\langle \Delta M(x, y)\rangle = \hat{D}\langle M(x, y) - M^{\mathrm{AVR}}(x, y)\rangle =$$

$$= \hat{D}\langle M(x, y)\rangle - \hat{D}\langle M^{\mathrm{AVR}}(x, y)\rangle = S_D(x) - \hat{D}\langle M^{\mathrm{AVR}}(x, y)\rangle,$$

проведемо зворотне проєктування для нев'язки

$$\Delta M_D^{\text{inv}}(x, y) = \hat{D}^{-1}\langle S_D^{\Delta}(x)\rangle$$

та побудуємо сумарне її зображення:

$$\Delta M^{\text{AVR}}(x, y) = \hat{A}\langle \Delta M_{D1}^{\text{inv}}(x, y), \Delta M_{D2}^{\text{inv}}(x, y)\rangle,$$

де $\Delta M_{D1}^{\text{inv}}(x, y), \Delta M_{D2}^{\text{inv}}(x, y), \ldots$ — зворотні проєкції нев'язки для різних діаграм напрямленості.

Зображення

$$M_1^{\text{AVR}}(x, y) = M^{\text{AVR}}(x, y) + \Delta M^{\text{AVR}}(x, y)$$

буде першим наближенням до шуканого розв'язку.

Аналогічно будуються вищі наближення.

Чисельне моделювання для окремих типових модельних зображень підтвердило збіжність ітераційної процедури.

Отже, розглянуто метод збору даних і томографічної реконструкції неоднорідностей на основі узагальнених проєкцій. При цьому збір даних здійснюється скануванням за однією координатою для довільної діаграми напрямленості. Показано, що у цьому випадку реєстровані дані (узагальнені проєкції) записують у вигляді суми порядкових згорток діаграми напрямленості та відповідної ділянки відновлюваного розподілу. Реконструкція здійснюється зворотним проєктуванням, побудовою сумарного зображення та його фільтрації. Зворотне проєктування зводиться до знаходження оператора деконволюції на основі узагальненої проєкції. Сумарне зображення побудоване у вигляді адитивного або кон'юнктивного об'єднання результатів зворотного проєктування для різних діаграм напрямленості. Фільтрація сумарного зображення забезпечена побудовою оператора деконволюції для зворотного проєктування та адитивним або кон'юнктивним об'єднанням результатів зворотного проєктування. Запропоновано ітераційну процедуру побудови послідовних наближень до шуканого розв'язку. Показано, що в окремих випадках для діаграми напрямленості у вигляді δ-функції та радонівської проєкції наведені результати узгоджуються із загальновідомими.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Radon J. Uber die Bestimmung von Functionen durch ihre Integralverte langs gewisser Manningfaltigkeiten. Berichte Sachsische Academie der Wissenschaften. Leipzig, Mathem. Phys. 69, 1917. P. 262–267.
2. Helgason S. The Radon Transform. 2nd Ed., 1999. 192 p. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1463-0.
3. Сергієнко І.В., Литвин О.М., Першина Ю.І. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням інтерфлетації функцій. Харків: ХНУРЕ, 2008. 160 с.
4. Lytvyn O.M., Lytvyn O.O., Dragun V.V. Estimating the structure of a discontinuous layer by tomographic methods. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2019, Vol. 55, N 3. P. 413–421.
5. Kobasyar M., Rusyn B. The Radon transform application for accurate and efficient curve. *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science.* Proceedings of the International Conference TCSET'2004. Lviv–Slavsko, Ukraine. 26–28 February, 2004. P. 223–224.
6. Kobasyar M., Rusyn B. The estimation of rotation and shift between images with the logarithmic-energy form of Radon transform. *Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science.* Proceedings of the International Conference TCSET'2008. Lviv–Slavsko, Ukraine. 19–23 February, 2008. P. 350–352.

7. Терещенко С.А. Методы вычислительной томографии. Москва: Физматлит, 2004. 320 с.
8. Bracewell R.N., Roberts J.A. Aerial smoothing in radio astronomy. *Australian J. of Physics*. 1954. Vol. **7**. P. 615–640.
9. Bracewell R.N. Strip integration in radio astronomy. *Australian J. of Physics.* 1956. Vol. 9. P. 198–217.

Надійшла до редакції 04.03.2020

А.Б. Лозинский, И.М. Романишин, Б.П. Русын

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННЫХ ПРОЕКЦИЙ

Аннотация. Изложен метод томографической реконструкции неоднородностей в случае произвольной диаграммы направленности и сканирования по одной координате. Показано, что в этом случае зарегистрированные данные (проекции) записываются в виде суммы построчечных сверток строк диаграммы направленности и соответствующего участка восстанавливаемого распределения. Проанализированы особенности проекционных данных, обратных проекций. Предложено строить «суммарное» изображение в виде аддитивного або конъюнктивного объединения результатов обратного проецирования для разных диаграмм направленности. Предложена итерационная процедура построения последовательных приближений к искомому решению.

Ключевые слова: томографическое восстановление, пространственное распределение, диаграмма направленности, свертка, обратное проецирование, суммарное изображение.

A.B. Lozynsky, I.M. Romanyshyn, B.P. Rusyn

TOMOGRAPHIC RESTORATION OF IMAGES BASED ON GENERALIZED PROJECTIONS

Abstract. The method of tomographic reconstruction of inhomogeneities in the case of an arbitrary directional diagram and scanning along one coordinate is described. It is shown that in this case registered data (projections) are represented as the sum of the line-by-line convolutions of the lines of the directional diagram and the corresponding line of the reconstructed distribution. The features of projection data, backprojections are analyzed. It is proposed to construct a cumulative image as an additive or conjunctive combination of the back projection results for different orientation diagrams. An iterative procedure for constructing sequential approximations to the desired solution is proposed.

Keywords: tomographic restoration, spatial distribution, directional diagram, convolution, backprojection, total image.

Лозинський Андрій Богданович,
молодший науковий співробітник Фізико-механічного інституту
ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, e-mail: lozynskyy.a@gmail.com.

Романишин Ігор Михайлович,
кандидат техн. наук, старший науковий співробітник Фізико-механічного інституту
ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, e-mail: romanyshyn@ipm.lviv.ua.

Русин Богдан Павлович,
доктор техн. наук, професор, завідувач відділу Фізико-механічного інституту
ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів, e-mail: rusyn@ipm.lviv.ua.