

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ БАРЬЕРНЫХ ЦЕЛИКОВ

инж. Семенов А.П., к.т.н. Ермаков В.Н. (Г.К. «Укруглерструктуризация»), инж. Хотлубей А.Ю. (ДонГТУ)

Для изучения напряженно-деформированного состояния целиков в зависимости от размеров оконтуривающих его очистных выработок было выполнено численное моделирование методом конечных элементов (МКЭ).

Расчетная схема показана на рис. 1. Она состоит из 1000 элементов и включает 1066 узлов.

Решалась задача плоской деформации. В связи с тем, что в настоящее время наиболее актуальным является определения барьерных целиков между 2-мя соседними шахтами по простиранию, то в расчетной схеме пласты представлены горизонтально залегающими, т.е. расчетная схема представляет разрез по простиранию пластов.

Граничные условия в рассматриваемой схеме заданы следующим образом. Для узлов, расположенных на правой и левой боковых границах, разрешены только вертикальные смещения, а горизонтальные заданы равными нулю. Для узлов, расположенных на нижней границе, задано полное закрепление, т.е. запрещены как вертикальные, так и горизонтальные перемещения. Задание нагрузок осуществлялось только гравитационными силами, т.е. весом пород налегающей толщи. Имитация очистной выработки произво-

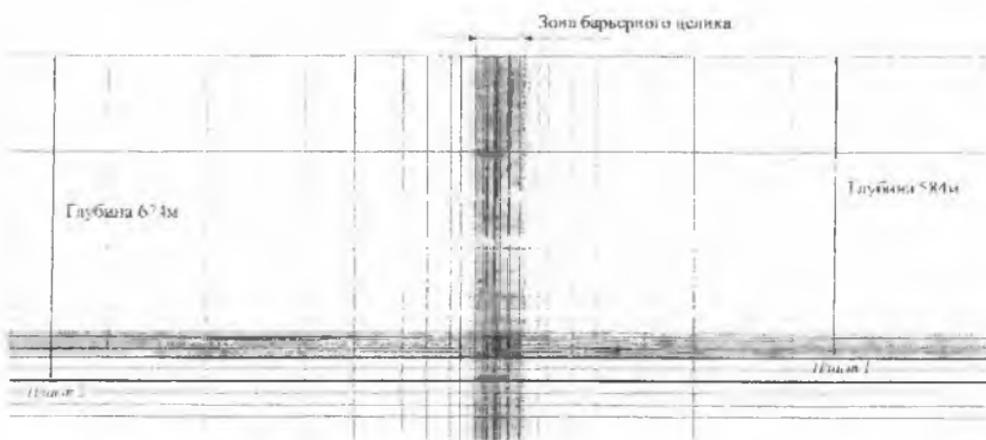


Рис. 1. Расчетная схема при моделировании МКЭ

дилось путем придания элементам, которые соответствуют очистной выработке, пониженных упругих характеристик, которые с одной стороны позволяли свободно смещаться породам кровли, а с другой препятствовали взаимопроникновению узлов кровли и почвы пласта.

Расчеты выполнялись с помощью программы, разработанной д.т.н. Ю.Н. Гавриленко [1,2].

Толща вмещающих пород и пласты были представлены упругой анизотропной (трансверсально изотропной) средой. Как показали исследования отечественных [2] и зарубежных исследователей [3,4], при использовании такой среды с низким значением модуля сдвига, который должен составлять около 10 % от модуля сдвига изотропной среды, оседания земной поверхности, полученные в результате моделирования, совпадают с оседаниями, наблюдаемыми в натуральных условиях Донбасса и Германии, в пределах 10-15%.

Такой подход основан на учете эффектов, порождаемых слоистостью [5]. Предполагается, что исследуемая среда имеет систему параллельных трещин или слабых прослоек, расположенных на одинаковом расстоянии m_0 , которое можно рассматривать как среднюю мощность слоев. Трещины наклонены к горизонту под углом β и имеют нормальные и касательные жесткости K_n и K_s . Порода между трещинами считается изотропной и линейно-упругой. Такая среда моделируется двумя модулями упругости E_x и E_y , модулем сдвига G_{xy} и коэффициентами Пуассона ν_{xy} и ν_{yx} , которые вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} E_x &= E; & E_y &= \frac{E}{1 + E(m_0 K_n)}, \\ G_{xy} &= \frac{G}{1 + G/(m_0 K_s)}, \\ \nu_{xy} &= \nu, & \nu_{yx} &= \frac{E_y}{E_x} \nu_{xy}, \end{aligned} \quad (1)$$

где E , ν , G - изотропные характеристики породы.

При выполнении расчетов, вмещающая толща была представлена следующими характеристиками:

$$\begin{aligned} E_x &= E_y = 1 \cdot 10^7 \text{ кПа}; \\ G_{xy} &= 0,41 \cdot 10^6 \text{ кПа}; \\ \nu_{xy} &= \nu_{yx} = 0,20; \end{aligned}$$

Объемный вес $\gamma = 2500 \text{ кг/м}^3$.

В модели представлено 3 пласта, залегающих на глубинах 284, 584 и 874 м. Мощность всех пластов принята равной 1 м.

При использовании описанного подхода к построению расчетной схемы и заданию характеристик предполагается, что проскальзывание между пластом и вмещающими породами отсутствует, а также отсутствуют слабые пропластки непосредственно в пласте.

Основная задача моделирования состояла в выявлении степени влияния размеров очистной выработки, прилегающей к барьерному целику, на его напряженное состояние.

Ширина элементов в пределах целика принята равной 5 м. Во всех случаях элемент, прилегающий к выработке, испытывал разрушение. Поэтому такие элементы не принимались к анализу. Для остальных элементов вычислялись коэффициенты концентрации вертикальных напряжений

$$k = \frac{\sigma_{np}}{\sigma_n}, \quad (2)$$

где σ_{np} – вертикальное напряжение в элементе после проведения выработки;

σ_n – исходное вертикальное напряжение в элементе до проведения выработки, которое может быть определено по формуле

$$\sigma_n = H\gamma, \quad (3)$$

где H – глубина залегания;

γ – средневзвешенное значение объемного веса покрывающих пород.

Учитывая, что барьерный целик оконтуривается с двух сторон, как правило, не одновременно, то вначале было выполнено исследование распределения напряжений в краевой части угольного пласта в зависимости от глубины разработки и от размеров очистных выработок.

Моделирование производилось для трех глубин (284, 584 и 874 м) при длинах очистных выработок 125, 175, 275, 375 и 1940 м. Таким образом, на данном этапе исследований было выполнено 15 расчетов (табл. 1).

Распределение коэффициентов концентрации напряжений у краевой части угольного пласта показаны на рис. 2.

Анализируя полученные результаты, можно сделать следующие основные выводы:

1. Коэффициенты концентрации напряжений существенным образом зависят от размеров очистной выработки. С увеличением размера лавы коэффициенты концентрации увеличиваются.

Таблица 1 – Характеристика вариантов расчета при одностороннем оконтуривании целиков

№ варианта	Глубина расположения целика, м	Размер лапы, м
1	284	125
2		175
3		275
4		375
5		1940
6	584	125
7		175
8		275
9		375
10		1940
11	874	125
12		175
13		275
14		375
15		1940

Причем существенное изменение наблюдается в диапазоне размеров лав от 100 до 400-500м. Дальнейшее увеличение размеров выработки не имеет существенного значения.

- Характер распределения анализируемой величины является подобным для всех глубин разработки.
- Величины максимальных коэффициентов концентрации с увеличением глубины уменьшаются, а длина зоны опорного давления – увеличивается. Это подтверждает результаты шахтных экспериментов и физического моделирования [6], и доказывает правильность принятого подхода, параметров и методики моделирования.

В целом, зависимость коэффициентов концентрации от длины лавы при различных глубинах разработки характеризуется кривыми, представленными на рис. 3.

Каждая из этих кривых могут быть описана уравнением

$$k = K_0 \left(1 - a \cdot e^{-bD} \right), \quad (4)$$

где K_0 – максимальная величина коэффициента концентрации;
 a, b – эмпирические коэффициенты;
 D – длина выработки.

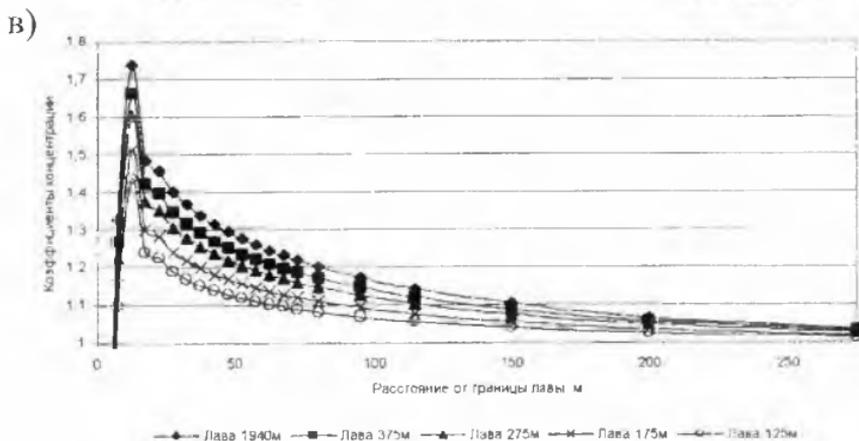
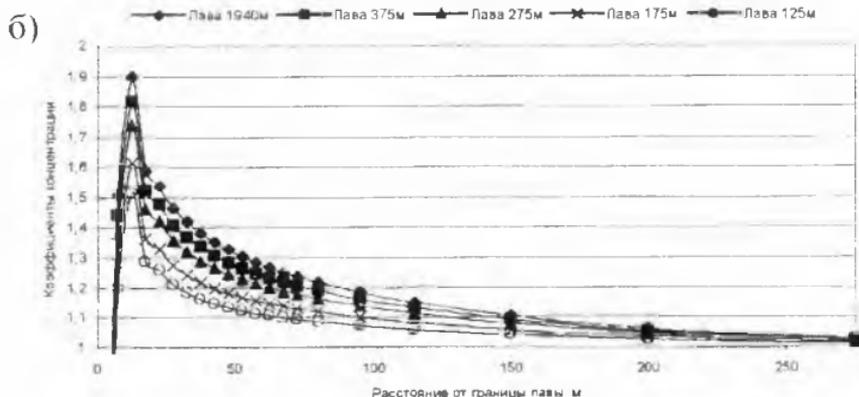
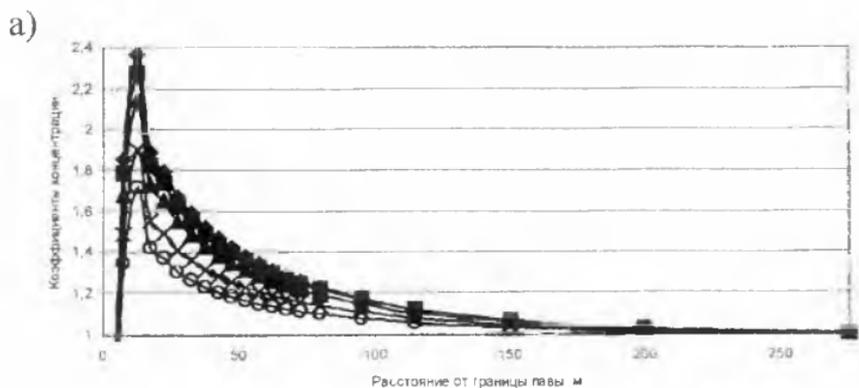


Рис. 2. Коэффициенты концентрации напряжений над целиком при оконтуривании его с одного стороны: а) – глубина 284м; б) – глубина 584м; в) - глубина 874м

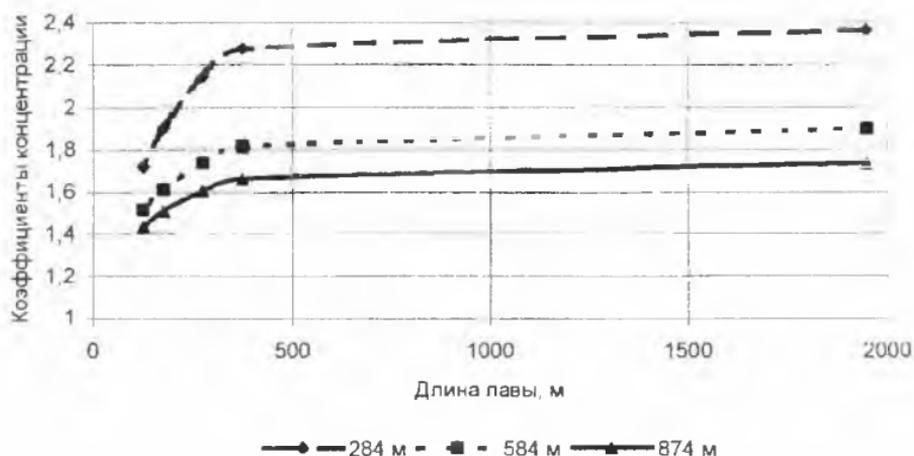


Рис. 3. Зависимость коэффициентов концентрации от длины лавы при различных глубинах

Вычисленные значения коэффициентов, входящих в уравнение (4) приведены в таблице 2. Они характеризуются графиками, показанными на рис.4.

Таблица 2. Значения параметров в выражении (4) в краевой части пласта

Глубина, м	K_0	a	b
284	2,37	0,68	0,0072
584	1,90	0,42	0,0059
874	1,74	0,35	0,0056

Кривые, показанные на рис. 4, характеризуют изменение коэффициентов K_0 , a , b в диапазоне глубин от 200 до 1000м и достаточно надежно описываются следующими степенными функциями:

$$\begin{aligned}
 K_0 &= 11,5 \cdot H^{-0,28}, \\
 a &= 19,9 \cdot H^{-0,60}, \\
 b &= 0,0258 \cdot H^{-0,23}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Таким образом, в результате выполненных исследований получены количественные параметры, позволяющие оценить максимальные значения вертикальных напряжений в зоне опорного давления при одностороннем оконтуривании барьерного целика.

Для этого вначале по формуле (3) в зависимости от глубины расположения целика определяется геостатическое напряжение,

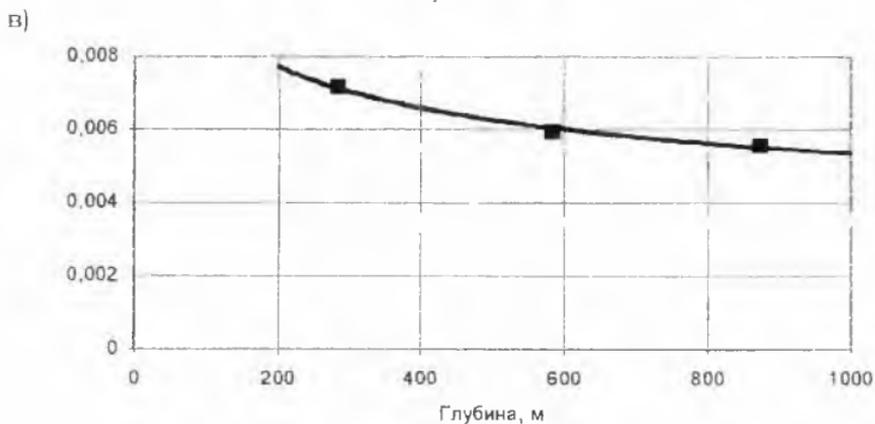
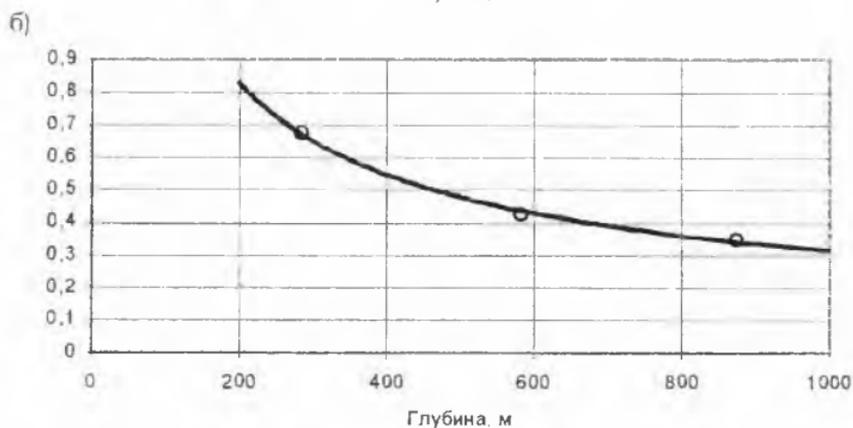
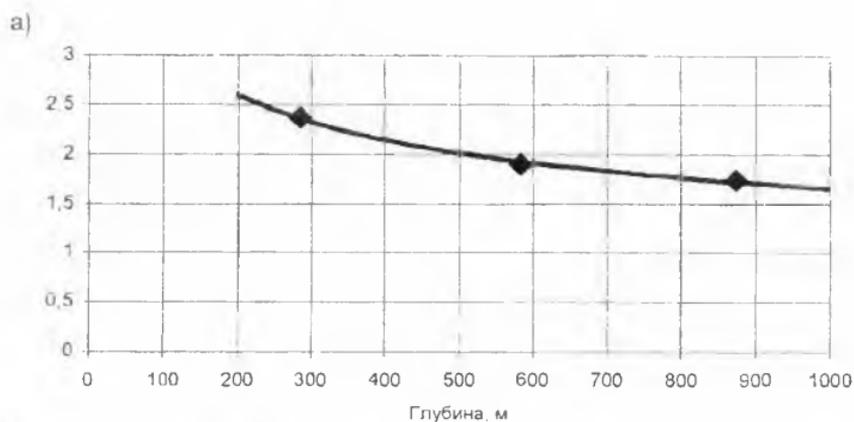


Рис. 4. Графики зависимости коэффициентов в формуле (3.4) от глубины целика: а) - K_0 ; б) - коэффициент а; в) - коэффициент в



Рис. 5. Схема симметричного оконтуривания барьерного целика

соответствующее напряжением до проведения выработки. Затем вычисляют коэффициент концентрации напряжений с использованием выражения (4), предварительно определив значения коэффициентов по формулам (5), и переходят к максимальным напряжениям в зоне опорного давления.

При выполнении данных исследований предполагалось симметричное оконтуривание барьерных целиков, т.е. с обеих сторон целика очистные выработки имеют одинаковую длину (рис. 5).

В процессе моделирования осуществлялось варьирование размером очистной выработки и шириной целика для 3-х глубин их расположения. Расчеты выполнялись для трех фиксированных значений ширины барьерного целика: 30, 50 и 100м. Для каждой глубины выполнено 15 расчетов, а всего на данном этапе выполнены исследования 45 моделей.

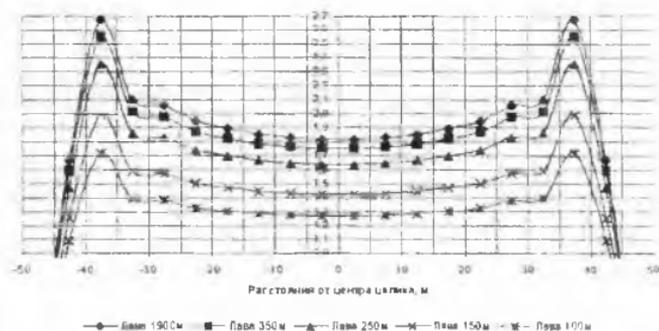
Графики распределения коэффициентов концентрации напряжений для целиков различной ширины при различных глубинах расположения приведены на рис. 6-8.

На рис. 9-11 приведены графики зависимости коэффициентов концентрации напряжений на разных глубинах при различной ширине барьерного целика. Для сравнения здесь показаны графики концентрации на граничной части лавы при одностороннем оконтуривании целика. Анализ этих графиков показывает, что распределение напряжений на целике очень напоминает графики, описываемые уравнением (4). Перепишем его в следующем виде:

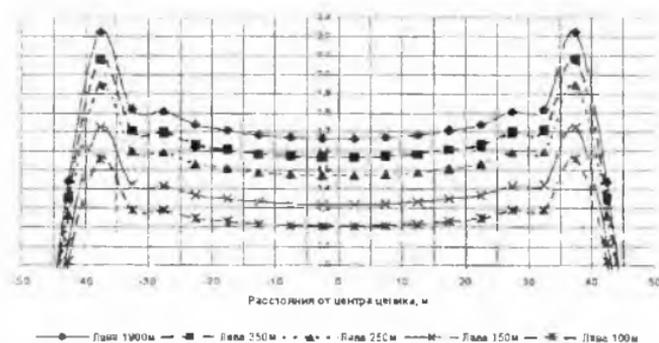
$$K = K_1 \left(1 - a_1 \cdot e^{-b_1 D} \right), \quad (6)$$

где K_1 - максимальная величина коэффициента концентрации;
 a_1, b_1 - эмпирические коэффициенты.

а) глубина 284м



б) глубина 584м



в) глубина 874м

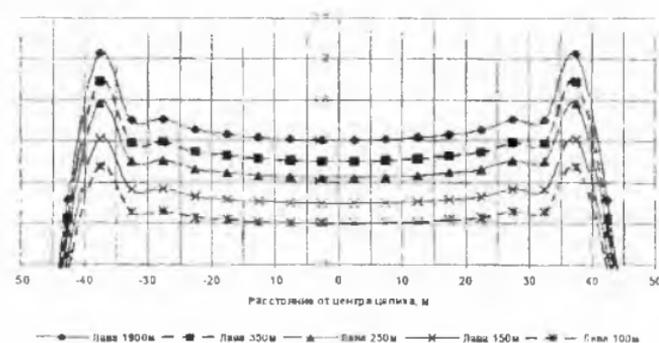
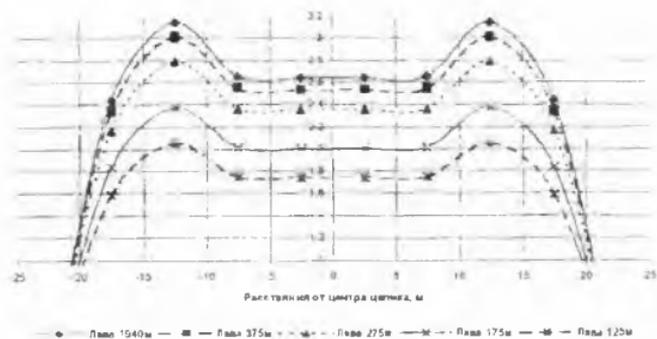
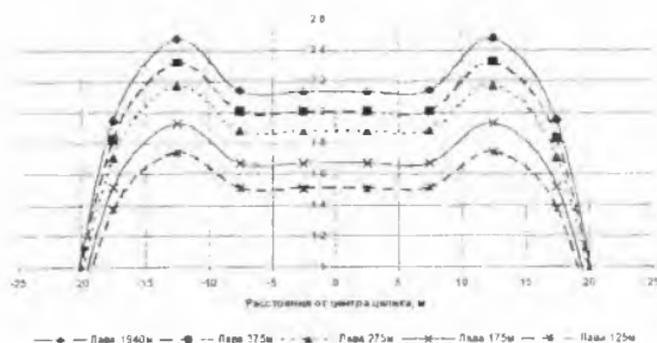


Рис. 6. Коэффициенты концентрации на щели шириной 100м

а) глубина 284м



б) глубина 584м



в) глубина 874м

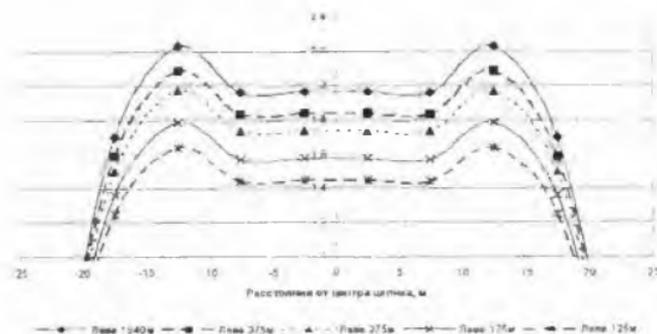
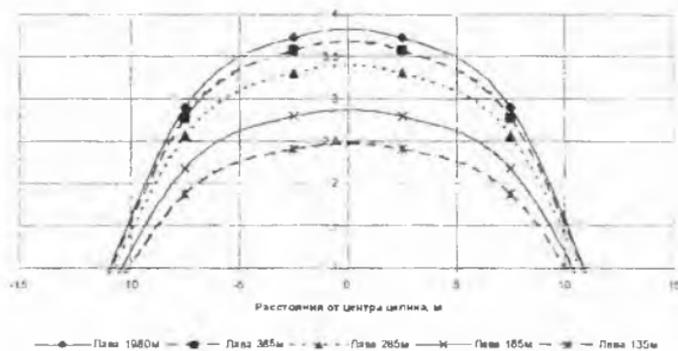
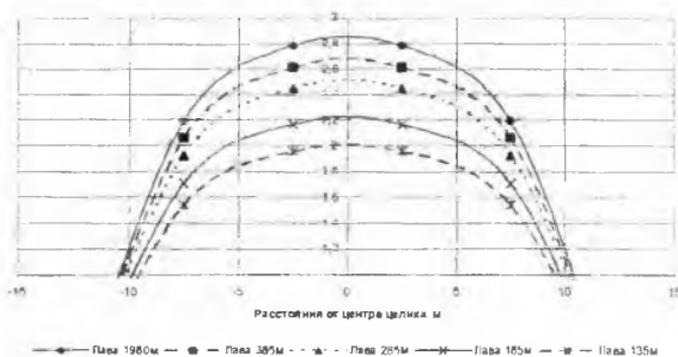


Рис. 7. Коэффициенты концентрации на щели шириной 50м

а) глубина 284м



б) глубина 584м



в) глубина 874м

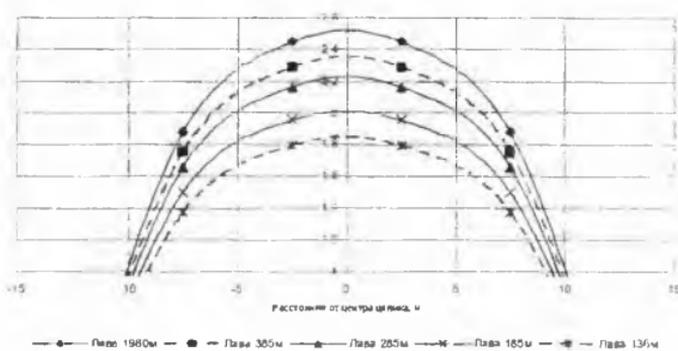


Рис. 8. Коэффициенты концентрации на целике шириной 30м

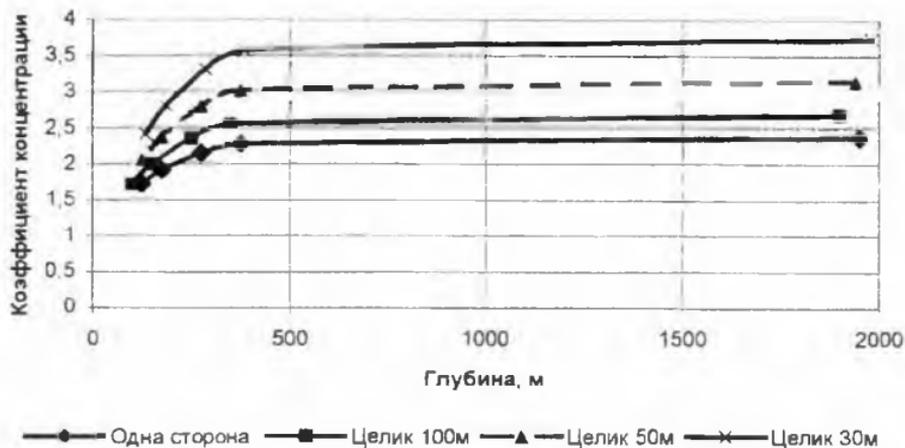


Рис. 9. Коэффициенты концентрации на целике при глубине его расположения 284м

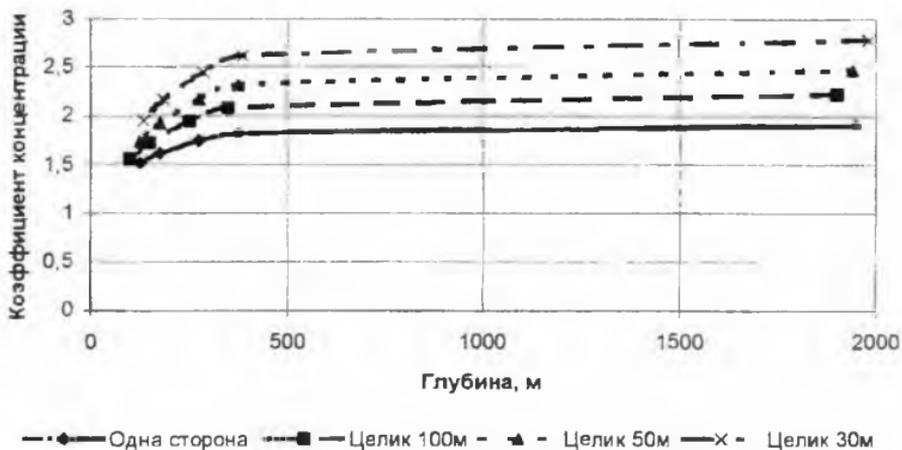


Рис. 10. Коэффициенты концентрации на целике при глубине его расположения 584м

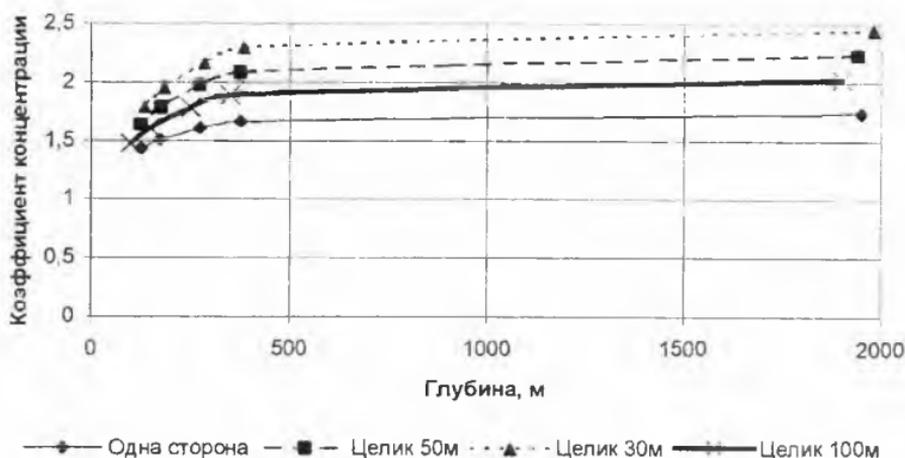


Рис. 11. Коэффициенты концентрации на целике при глубине его расположения 874м

Значения параметров, входящих в выражение (6) и полученные по результатам моделирования, приведены в табл. 3

Таблица 3. Значения параметров в выражении (6) при симметричном оконтуривании целиков

Глубина, Н, м	Ширина целика, м	Значение		
		K_1	a_1	b_1
284м	30	3,75	1,01	0,0076
	50	3,16	0,91	0,0075
	100	2,68	0,75	0,0073
584 м	30	2,79	0,68	0,0061
	50	2,48	0,63	0,0060
	100	2,23	0,54	0,0059
874 м	30	2,45	0,57	0,0056
	50	2,23	0,53	0,0055
	100	2,03	0,47	0,0055

Как следует из данной таблицы и из рис. 9-11, параметры, входящие в выражение (6) зависят от ширины целика и глубины его расположения. Учитывая, что параметры в выражении (4) определяются только глубиной разработки, то целесообразно найти их соотношения. Эти данные приведены в табл. 4.

Анализ данных в данной таблице показывает, что для нахождения коэффициентов, входящих в выражение (6) можно использовать линейные зависимости, описанные в табл. 5.

Обобщая зависимости, приведенные в табл. 5, можно записать следующие формулы:

$$K_1 = \{1,59 - 0,0058d + [0,0002 \ln(d) - 0,0004]H\} K_0, \quad (7)$$

$$a_1 = [3,11 - 0,436 \ln(d)] a, \quad (8)$$

$$b_1 = (1,12 - 0,0009d) \cdot b, \quad (9)$$

где d – ширина целика в метрах.

Таблица 4. Значения параметров при симметричном и одностороннем оконтуривании целиков.

Ширина целика, м	Глубина, Н, м	$\frac{K_1}{K_0}$	$\frac{a_1}{a}$	$\frac{b_1}{b}$
30	284	1,58	1,48	1,06
	584	1,47	1,60	1,02
	874	1,41	1,62	1,00
50	284	1,33	1,34	1,05
	584	1,30	1,49	1,01
	874	1,28	1,52	0,99
100	284	1,13	1,11	1,02
	584	1,17	1,28	1,00
	874	1,16	1,35	0,99

Таблица 5. Зависимости коэффициентов K_1 , a_1 и b_1 от глубины разработки при различной ширине барьерного целика

Ширина целика, м	Зависимость
30	$K_1 = (1,43 + 0,0002H) K_0$
	$a_1 = (1,65 - 0,0003H) a$
	$b_1 = (1,09 - 0,0001H) b$
50	$K_1 = (1,27 + 0,0003H) K_0$
	$a_1 = (1,35 - 0,0002H) a$
	$b_1 = (1,08 - 0,0001H) b$
100	$K_1 = (1,01 + 0,0004H) K_0$
	$a_1 = (1,12 - 0,0001H) a$
	$b_1 = (1,03 + 0,0001H) b$

Таким образом, на основании выполненного математического моделирования получены зависимость (6) с коэффициентами, вычисляемыми по формулам (7)-(9), что позволяет вычислить коэффи-

циенты концентрации максимальные значения вертикальных напряжений на барьерном целике при симметричном его оконтуривании в зависимости от ширины целика и глубины расположения.

Полученные формулы справедливы для следующего диапазона условий:

- - ширина целика не менее 10 м;
- - глубина расположения от 200 до 1000 м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гаврилenco Ю.Н. Комплекс программ метода конечных элементов (МКЭ) для моделирования и анализа процессов деформирования массива горных пород и земной поверхности в условиях пластовых месторождений // Доклады III научно-технической конференции вузов Украины "Маркшейдерское обеспечение горных работ" - Донецк, 1995. С.31-35.
2. Гаврилenco Ю.Н. Математическое моделирование сдвижения горных пород и земной поверхности в слоистом массиве методом конечных элементов // Известия Донецкого горного института. - 1997. - №1. - С.87-93.
3. Fan Z. Grundlage und Modelirung der Boundary-Elemente Methode fuer die Anwendung in der Bergschadenkunde // Das Markscheidewesen 105 (1998), Nr.2, S.179-185.
4. Kratzsch H. Bergschadenkunde // Deutscher Markscheider-Verein e. V., Bochum. - 1997. - 844 s.
5. Крауч С., Старфильд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. - М.: Мир, 1987. - 328с.
6. Фисенко Г.А. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. - М., Недра, 1976, - 272 с.