

УДК 519.6

А. П. Громик, викладач

Подільський державний аграрно-технічний університет, м. Кам'янець-Подільський

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАЦІОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСУ В ПРОЦЕСАХ ВИПІКАННЯ ТОНКИХ ПЛОСКИХ ТІСТОВИХ ЗАГОТОВОК

Розглянуто математичну модель стаціонарного теплопереносу в процесах випікання тонких плоских тістових заготовок. Проведено числове моделювання і аналіз стаціонарних температурних полів для нагрівальної плити і заготовки з точки зору забезпечення більшої рівномірності нагріву за різними напрямками із врахуванням частотних характеристик нагрівання.

Ключові слова: теплоперенос, перетворення Фур'є, температурні поля.

1. Вступ. Процеси переносу тепла є одним з основних розділів сучасної науки, і крім атомної енергетики та космічної техніки, мають велике значення в станційній і промисловій енергетиці, радіотехніці, електроніці, зварювальному виробництві, при розрахунку конструктивних елементів машин, нагрівальних пристроїв, інженерних споруд, в технологічних процесах будівельної, легкої та інших галузей промисловості

Дослідженню загальних питань теорії теплопровідності присвячено багато наукових праць [2, 4—8]. У меншій мірі можна вважати закінченими і систематизованими результати досліджень термопружного стану тонких пластин [4, 5], які широко застосовуються в сучасній техніці. Але в усіх цих працях вивчається вплив на термопружний стан тонкої пластини одного з факторів (дія зосередженого чи рухомого теплового джерела, теплообмін через бічну поверхню, тепловий режим на межі і т. д.), а в роботі [5] на перший план поставлено виведення термомеханічних рівнянь та крайових умов для ізотропних та анізотропних пластин з урахуванням залежності фізико-механічних характеристик матеріалу від температури.

2. Постановка задачі. Розглядається процес теплопереносу при випіканні тонкої плоскої тістової заготовки товщиною δ_1 в електричній печі, схематизація якого подана на рис. 1.

Тістова заготовка знаходиться на електричній плиті товщиною δ_2 , яка рівномірно нагріває заготовку до встановленої температури T_0 через систему неперервно розподілених температурних джерел всередині листа електроплити.

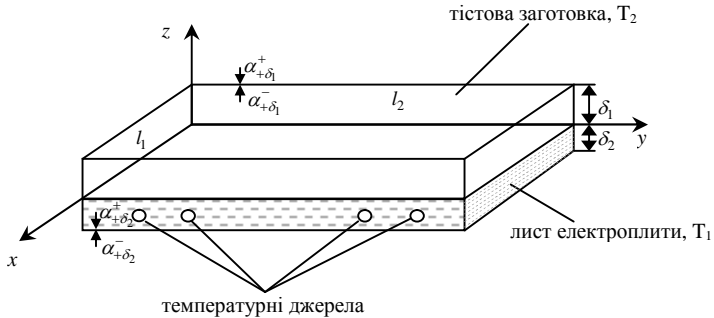


Рис. 1. Схематизація робочої області теплопереносу при випіканні тонкої плоскої тістової заготовки в електропечі

Припускається, що робоча область є добре ізольована, тобто відсутній теплообмін через бічні поверхні.

Математичний опис проблеми. На підставі системи диференціальних рівнянь еліптичного типу [5], температурний баланс розгляданого процесу теплопереносу може бути описаний за допомогою крайової задачі: побудувати в області $D = \{(x, y), 0 < x < l_1, 0 < y < l_2\}$ обмежений розв'язок системи диференціальних рівнянь з частинними похідними [1]

$$\begin{cases} \Lambda_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T_1(x, y) = \alpha_- \cdot T_2(x, y), \\ \Lambda_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) T_2(x, y) - \frac{12}{r_z} T_2(x, y) + f_2(x, y) = 3\alpha_- \cdot T_1(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

з крайовими умовами теплонепроникності на ділянках межі області

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_i}{\partial x} \right|_{x=l_1} = 0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_i}{\partial y} \right|_{y=l_2} = 0; \quad i = \overline{1, 2}, \quad (3)$$

де $T_1(x, y)$ — температурний розподіл в плоскій тістовій заготовці; $T_2(x, y)$ — температурний розподіл в листі електроплити печі. Опис усіх використаних констант кінетики теплопереносу поданий в [5].

Тут справедливі співвідношення:

$$\begin{aligned} \Lambda_i &= \lambda_i (\delta_1 + \delta_2), \quad r_z = r_{-\delta_2} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\lambda_2}; \\ \alpha_+ &= \alpha_{+\delta_1} + \alpha_{+\delta_2}; \quad \alpha_- = \alpha_{-\delta_2} + \alpha_{-\delta_1}; \end{aligned} \quad (4)$$

Виходячи з прийнятої схематизації робочої області процесу, справедливі також такі співвідношення:

$$\alpha_+ = 0; \quad \alpha_- = \alpha_{-\delta_2}^+; \quad (\alpha_{+\delta_1}^+ = \alpha_{+\delta_1}^- = \alpha_{-\delta_2}^- \equiv 0);$$

$f_2(x, y)$ описує просторово розподілені теплові (температурні) джерела неперервного типу в плиті.

Моделюючи процес теплопереносу, можна розглядати такі практично важливі конструктивні схеми неперервно розподілених теплових джерел в електропластині:

1) синусоїдальний (косинусоїдальний) розподіл за геометричною координатою x :

$$f(x, y) = T_0 \cdot \cos v_1 x, \quad (5)$$

2) двовимірний косинусоїдальний розподіл за координатами x і y :

$$f(x, y) = T_0 \cdot \cos v_1 x \cdot \cos v_2 y. \quad (6)$$

Тут v_1, v_2 — частотні (густинні) характеристики просторового розподілу температурних джерел відповідно вздовж координати x та y .

В подальшому при моделюванні з метою узагальнення та поширення отриманих результатів на інші важливі області переносу та підвищення якості моделювання будемо розглядати температурні розподіли T_1, T_2 як безрозмірні величини.

Температурні профілі. З урахуванням співвідношень (5) та ввівши нові узагальнюючі кінетичні параметри і позначення

$$\Gamma_1 = \alpha_- \cdot \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \cdot \lambda_1}; \quad \Gamma_2 = \alpha_- \cdot \frac{12}{(\delta_1 + \delta_2)^2}; \quad \Gamma_3 = 3 \cdot \alpha_- \cdot \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \cdot \lambda_2}; \quad (7)$$

$$\mathcal{F}_2(x, y) = \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \cdot \lambda_2} f_2(x, y); \quad \theta_0 = T_0 \cdot \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \lambda_2},$$

систему рівнянь (1) зведемо до вигляду:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \cdot T_1(x, y) - \Gamma_1 \cdot T_2(x, y) = 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \cdot T_2(x, y) - \Gamma_2 \cdot T_2(x, y) - \Gamma_3 \cdot T_1(x, y) = -\mathcal{F}_2(x, y). \end{cases} \quad (8)$$

Застосуємо до задачі (8), (2), (3) скінченне інтегральне косинус-перетворення Фур'є [4]:

$$F_c [T_i(x_j)] = \int_0^l T_i(x_j) \cos \frac{n\pi}{l} x_j dx_j = T_{in}, \quad (9)$$

$$F_c^{-1}\left[T_i(x_j)\right] = \frac{1}{l_i} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{j_n} T_{i_n} \cos \frac{n\pi}{l_j} x_j \equiv T_i(x_j), \quad (10)$$

$$F_c \left[\frac{d^2}{dx_j^2} T_i(x_j) \right] = -\beta_{j_n}^2 \cdot T_{i_n}; \quad i, j = \overline{1, 2}, \quad (11)$$

де $\beta_{j_n} = \frac{n\pi}{l_j}$, $V_{j_n}(x) = \cos \beta_{j_n} x$, $\|V_{j_n}\|^2 = \frac{l_i}{2}$ — власні числа і власні

функції та квадрат норми інтегрального перетворення; $\varepsilon_{j_n} = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n = \overline{1, \infty}. \end{cases}$

У результаті застосування інтегрального перетворення, одержимо алгебраїчну систему рівнянь

$$\begin{cases} (\beta_{1_n}^2 + \beta_{2_m}^2) \cdot T_{1_{n,m}} + \Gamma_1 \cdot T_{2_{n,m}} = 0, \\ \Gamma_3 \cdot T_{1_{n,m}} + (\Gamma_2 + (\beta_{1_n}^2 + \beta_{2_m}^2)) \cdot T_{2_{n,m}} = \mathcal{F}_{2_{n,m}}. \end{cases} \quad (12)$$

Припустивши, що визначник системи (12)

$$\Delta_{n,m} = (\beta_{1_n}^2 + \beta_{2_m}^2) \cdot (\Gamma_2 + (\beta_{1_n}^2 + \beta_{2_m}^2)) - \Gamma_1 \cdot \Gamma_3 \neq 0 \quad (13)$$

отримаємо єдиний розв'язок [3]

$$T_{1_{n,m}} = \theta_0 \frac{-\Gamma_1}{\Delta_{n,m}} \mathcal{F}_{2_{n,m}}, \quad T_{2_{n,m}} = \theta_0 \frac{\beta_{1_n}^2 + \beta_{2_m}^2}{\Delta_{n,m}} \mathcal{F}_{2_{n,m}}. \quad (14)$$

Здійснюючи перехід у формулах (14) до оригіналів, і поклавши в якості неперервного температурного розподілу для $f_2(x, y)$ функцію, визначену формулою (6), та виконавши необхідні перетворення, одержимо єдиний обмежений розв'язок задачі (1)—(3):

$$T_1(x, y) = \theta_0 \cdot \frac{\Gamma_1}{l_1 \cdot l_2} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{1_n} \cdot \varepsilon_{2_m}}{\Delta_{n,m}} \cdot \left[\frac{\sin(\beta_{1_n} - \nu_1) l_1}{\nu_1 - \beta_{1_n}} - \frac{\sin(\beta_{1_n} + \nu_1) l_1}{\beta_{1_n} + \nu_1} \right] \times \\ \times \left[\frac{\sin(\beta_{2_m} + \nu_2) l_2}{\beta_{2_m} + \nu_2} + \frac{\sin(\beta_{2_m} - \nu_2) l_2}{\beta_{2_m} - \nu_2} \right] \cdot \cos \frac{n\pi}{l_1} x \cdot \cos \frac{m\pi}{l_2} y; \quad (17)$$

$$T_2(x, y) = \theta_0 \cdot \frac{1}{l_1 \cdot l_2} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\beta_{1_n}^2 + \beta_{2_m}^2}{\Delta_{n,m}} \cdot \left[\frac{\sin(\beta_{1_n} + \nu_1) l_1}{\nu_1 + \beta_{1_n}} + \frac{\sin(\beta_{1_n} - \nu_1) l_1}{\beta_{1_n} - \nu_1} \right] \times$$

$$\times \left[\frac{\sin(\beta_{2_m} + \nu_2) l_2}{\beta_{2_m} + \nu_2} + \frac{\sin(\beta_{2_m} - \nu_2) l_2}{\beta_{2_m} - \nu_2} \right] \cdot \cos \frac{n\pi}{l_1} x \cdot \cos \frac{m\pi}{l_2} y. \quad (18)$$

Числове моделювання і аналіз

В процесі числового моделювання з використанням спеціально розроблених **MAPLE**-програмних засобів на основі описаної моделі були розв'язані важливі практичні технологічні задачі:

1) побудови та аналізу просторово розподілених температурних полів $T_2(x, y)$ у нагріваючому середовищі (плита печі) з неперервно розподіленими тепловими джерелами та температурних полів $T_1(x, y)$ у середовищі нагріву (плоскі тістові заготовки різних розмірів);

2) вибору характеристик інтенсивності теплових джерел $f_2(x, y)$ нагріваючого середовища для забезпечення заданих температурних розподілів на поверхнях технологічних середовищ, що забезпечують необхідний ступінь однорідності їх нагріву. Початкові дані, використані в моделюванні розглядуваних процесів подано нижче.

Табл. 1

Товщина шару тістової заготовки δ_1 , м	0,05	0,01	0,02
Товщина листа нагріваючої плити δ_2 , м	0,01	0,02	0,02

Коефіцієнт теплопровідності тістової заготовки $\lambda_1 = 1,5$ Вт/(м.К)

Коефіцієнт теплопровідності металевої плити (сталь) $\lambda_2 = 50$ Вт/(м.К)

Коефіцієнт теплообміну зі сторони нижньої поверхні плити $\alpha_- = 2,5$ Вт/(м².К)

Табл. 2

Розміри тістових заготовок $l_1 \times l_2$ l_1 – довжини, l_2 – ширини	1x1	0,5x0,5	1x0,5	0,5x0,2
--	-----	---------	-------	---------

Частотні характеристики теплових джерел плити $\nu_1 \times \nu_2$, м⁻¹:

Табл. 3

ν_1	10	20	40
ν_2	10	20	40

Мета числового моделювання: Дослідження впливу конструктивних і частотних (густинних) характеристик теплових джерел плити нагріву для забезпечення рівномірного нагріву тістових заготовок різних розмірів і отримання просторово-розподілених температурних розподілів заготовок з рівномірною інтенсивністю розподілу температур на поверхні заготовок.

Результати моделювання

1. Для різних товщин шару тістових заготовок та листа плити (частотні характеристики плити для цих розглядуваних конструктивних схем моделювання: $\nu_1=10$, $\nu_2=10$).

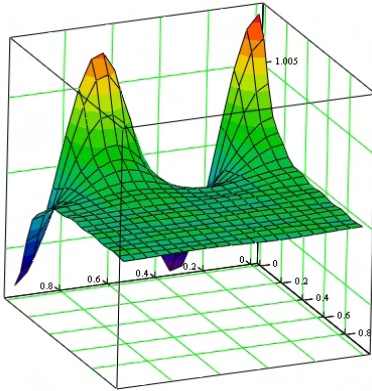


Рис. 2. Просторовий розподіл температури $T_1(x,y)$ [для $\delta_1=0,05$, $\delta_2=0,01$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$]

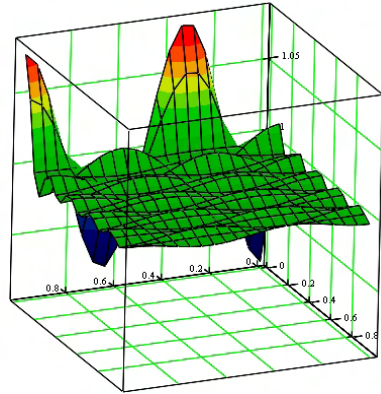


Рис. 3. Просторовий розподіл температури $T_2(x,y)$ [для $\delta_1=0,05$, $\delta_2=0,01$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$]

На рис. 2 і 3 подані температурні розподіли для плити товщиною $\delta_2 = 0,01$ м $T_2(t, x)$ та для плоскої тістової заготовки $T_1(t, x)$ розміру 1×1 та товщини $\delta_2 = 0,05$ м. З рис. 3 видно, що максимальне відхилення безрозмірних температур T_1 і T_2 спостерігається в зоні межі $y = 0$. При цьому, максимальні значення коливання амплітуди температури нагріву T_2 в плиті досягають 10—15 % (абсолютне значення безрозмірної температури в цій зоні сягає 1,1—1,15). Відповідні максимальні значення коливання амплітуди температури T_1 в тістовій заготовці в околі межі $y = 0$ досягає 1—1,5%.

При зростанні координати y , спостерігаємо зменшення амплітуди коливання температур T_1 і T_2 . При наближенні значень координати y до 1, значення безрозмірних температур як T_1 так і T_2 прямують до 1. При цьому, швидкість спадання градієнту температури T_1 вздовж координати y є набагато меншою від швидкості спадання градієнту температури T_2 . Практично, при положенні координати $y=0,1$, ми спостерігаємо майже стабільний розподіл температури T_1 в тістовій заготовці з рівномірною інтенсивністю по поверхні заготовки. Цей факт є дуже важливим для забезпечення технологічного процесу нагріву при випіканні, оскільки дає можливість отримати однакову ступінь однорідності випічки практично по всій поверхні заготовки. Для зменшення відхилення одно-

рідності в першій розглядуваній зоні, потрібно зменшити подачу тепла шляхом керування амплітудними і частотними параметрами джерела та враховуючи товщину заготовки забезпечити відповідне зменшення амплітудної інтенсивності для розподілу температури T_2 в плиті.

На рис. 4 і 5 подані температурні розподіли $T_2(t, x)$ для плити товщиною $\delta_2 = 0.02$ м та для плоскої тістової заготовки $T_1(t, x)$ розміру 1×1 м і товщини $\delta_1 = 0.01$ м. У порівнянні з рисунками 2 і 3, ми бачимо, що зміна товщини тістової заготовки, суттєвих змін в температурному розподілі T_1 не спостерігається на відміну від температурного розподілу T_2 , де при збільшенні товщини плити до $\delta_2 = 0.02$ м значення максимального відхилення зменшилося і не перевищує 5 %.

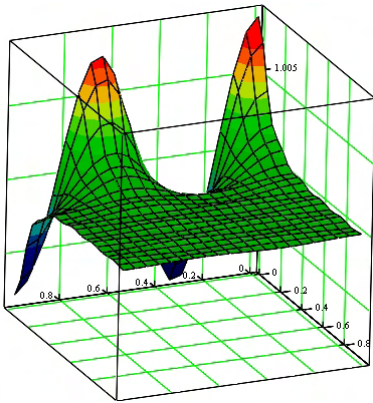


Рис. 4. Просторовий розподіл температури $T_1(x,y)$ [для $\delta_1=0,01$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$]

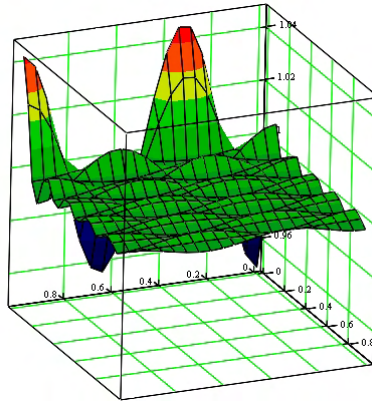


Рис. 5. Просторовий розподіл температури $T_2(x,y)$ [для $\delta_1=0,01$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$]

2. Для різних розмірів тістової заготовки

На рис. 6 і 7 подані температурні розподіли $T_2(t, x)$ для плити товщиною $\delta_2 = 0,02$ м і для плоскої тістової заготовки $T_1(t, x)$ товщиною $\delta_1 = 0,02$ м при розмірах $0,5$ м \times $0,5$ м. З рис. 6 видно, що максимальне відхилення безрозмірних температур T_1 і T_2 спостерігається в зоні межі $x = 0, y = 0$. При цьому, максимальні значення коливання амплітуди температури нагріву T_2 в плиті досягають 5%. Відповідні максимальні значення коливання амплітуди температури T_1 в тістовій заготовці в околі межі $x = 0, y = 0$ досягає 0,5%. При зростанні координати y , спостерігаємо зменшення амплітуди коливання температур T_1 і T_2 , і при наближенні y до 1, T_1 і T_2 прямують до одиниці. При цьому, шви-

дкість спадання градієнта температури T_1 вздовж координати y є значно меншою від швидкості спадання T_2 .

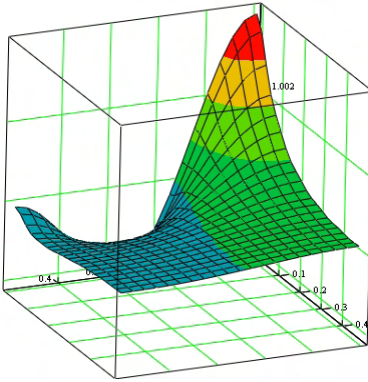


Рис. 6. Просторовий розподіл температури $T_1(x,y)$ [для $\delta_1=0,02$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=0,5 \times 0,5$]

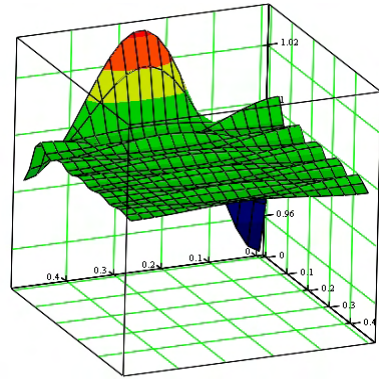


Рис. 7. Просторовий розподіл температури $T_2(x,y)$ [для $\delta_1=0,02$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=0,5 \times 0,5$]

На рис. 8 і 9 подані температурні розподіли $T_2(t,x)$ для плити товщиною $\delta_2 = 0,02$ м і для плоскої тістової заготовки $T_1(t,x)$ товщиною $\delta_1 = 0,02$ м при зміні її розміру до $0,5$ м \times $0,5$ м. У цьому випадку максимальне відхилення безрозмірної температури T_1 припадає на зону $x=0,25$, $y=0$, але дане відхилення не перевищує $0,1\%$. Для температурного розподілу T_2 , максимальне відхилення припадає на межу $y=0$ і не перевищує 1% .

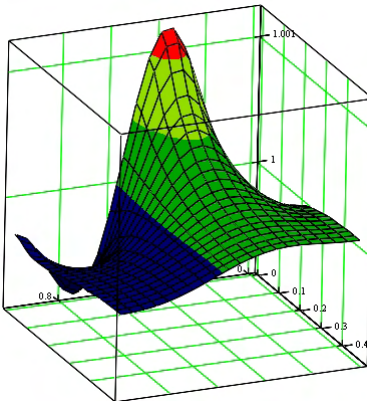


Рис. 8. Просторовий розподіл температури $T_1(x,y)$ [для $\delta_1=0,02$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 0,5$]

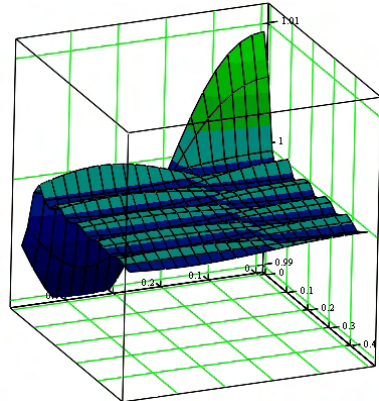


Рис. 9. Просторовий розподіл температури $T_2(x,y)$ [для $\delta_1=0,02$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 0,5$]

На рис. 10 і 11 подані температурні розподіли $T_2(t, x)$ для плити товщиною $\delta_2 = 0,02$ м і для плоскої тістової заготовки $T_1(t, x)$ товщиною $\delta_2 = 0,02$ м при розмірі 0,5 м x 0,2 м. На цих рисунках чітко видно періодичність коливання температур T_1 і T_2 вздовж межі $y=0$. При цьому максимальна амплітуда коливання температури для T_2 не перевищує 1%, а для T_1 — 0.03%.

При зростанні координати y , відбувається різкий спад амплітуди коливання температур T_1 і T_2 , і її наближення до 1.

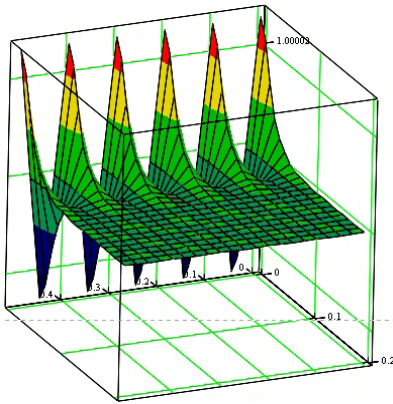


Рис. 10. Просторовий розподіл температури $T_1(x, y)$ [для $\delta_1=0,02$, $\delta_2=0,02$, $l_1 \times l_2=0,5 \times 0,2$]

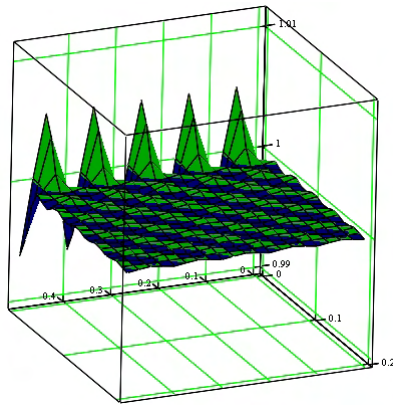


Рис. 11. Просторовий розподіл температури $T_2(x, y)$ [для $\delta_1=0,02$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=0,5 \times 0,2$]

3) Для різних частотних характеристик теплових джерел плити.

На рис. 12 і 13 та 14 і 15 подані температурні розподіли $T_2(t, x)$ для плити товщиною $\delta_2 = 0,02$ м і для плоскої тістової заготовки $T_1(t, x)$ товщиною $\delta_2 = 0,02$ м при розмірі 1 м x 1 м для різних значень частотної характеристики плити. У порівнянні з попередніми температурними розподілами, де значення частот дорівнювали $\nu_1 = 10$ і $\nu_2 = 10$, для цих розподілів значення частот дорівнюють $\nu_1 = 20$ і $\nu_2 = 20$ та $\nu_1 = 40$ і $\nu_2 = 40$ відповідно.

З наведених розподілів видно, що при збільшенні частоти зменшується період коливань значення температури вздовж осі x і суттєво зменшується відхилення температури T_1 . При частоті 10 відхилення складає 1—1,5%, при частоті 20—0,3 %, при частоті 40—0,005%.

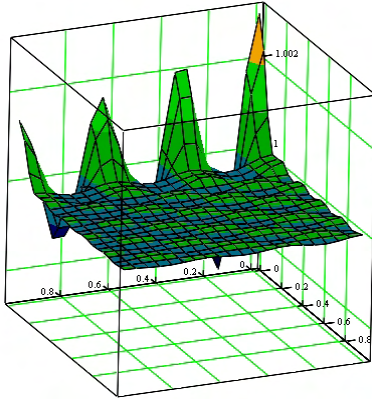


Рис. 12. Просторовий розподіл температури $T_1(x,y)$ [для $\delta_1=0,05$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$; $v_1=20$, $v_2=20$]

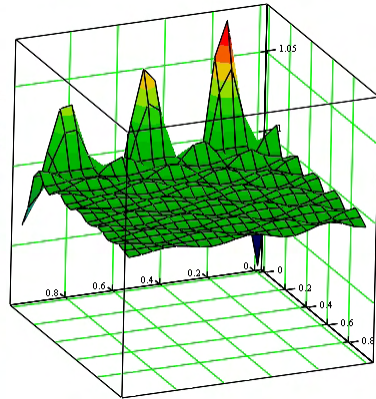


Рис. 13. Просторовий розподіл температури $T_2(x,y)$ [для $\delta_1=0,05$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$; $v_1=20$, $v_2=20$]

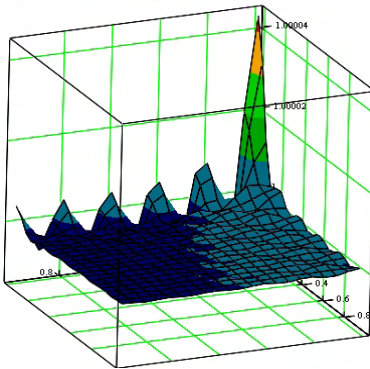


Рис. 14. Просторовий розподіл температури $T_1(x,y)$ [для $\delta_1=0,05$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$; $v_1=40$, $v_2=40$]

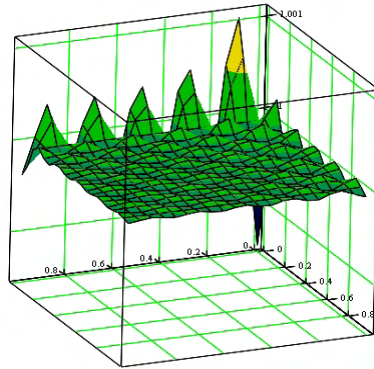


Рис. 15. Просторовий розподіл температури $T_2(x,y)$ [для $\delta_1=0,05$, $\delta_2=0,02$; $l_1 \times l_2=1 \times 1$; $v_1=40$, $v_2=40$]

Висновки. Пропонована методологія математичного моделювання стаціонарних процесів теплопереносу у двозв'язних термічних середовищах з різними теплофізичними характеристиками та наявністю просторово розподілених температурних джерел (стоків) і різними крайовими та інтерфейсними умовами теплопереносу (теплообміну, градієнтні умови теплопроникності, теплонепроникності тощо) з використанням сучасних ефективних методів математичної фізики і теорії крайових задач (інтегральні перетворення Фур'є, фундаментальних функцій Коші та ін.) дозволяють здійснювати інтенсифікацію внутрішньої кінетики теплопереносу з врахуванням впливу конструктивних і режимних параметрів та механізмів впливу теплових джерел, а саме:

— здійснювати числовий аналіз та просторове графічне моделювання, аналізуючи двовимірні температурні розподіли та градієнти температурних розподілів взаємодіючих середовищ (нагрівального і теплоспоживального зокрема) через систему складних інтерфейсних взаємодій на теплообмінних межах;

— шляхом оптимального проектування конструктивних схем просторово розподілених температурних джерел (джерел теплопостачання, каналів або стоків тепловідведення), вибору характеристик їх інтенсивності (амплітудних і частотних /густинних/) забезпечувати задані технологічні температурні розподіли на необхідних поверхнях технологічних середовищ різної конструкції.

Список використаних джерел

1. Громик А.П. Стационарна задача теплопроводности в изотропной прямоугольной пластинке / А.П. Громик // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: сб. науч. тр. / НАН Украины. Ин-т математики. — К., 1998. — С. 78—80.
2. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю.М. Коляно. — К. : Наук. думка, 1992. — 280 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. — М. : Наука, 1971. — 432 с.
4. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях / М.П. Ленюк. — К. : Ін-т математики НАН України, 1997. — 188 с.
5. Подстригач Я.С. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках / Я.С. Подстригач, Ю.М. Коляно. — К. : Наук. думка, 1972. — 308 с.
6. Подстригач Я.С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я.С. Подстригач, В.А. Ломакин, Ю.М. Коляно. — М. : Наука, 1984. — 368 с.
7. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека. — К. : Наук. думка, 1991. — 432 с.
8. Шилин Г.Ф. Инженерные алгоритмы решения стационарных задач теплопроводности в составных телах / Г.Ф. Шилин. — Иркутск : Изд-во ИГУ, 1983. — 115 с.

Mathematical model of stationary heat transfer for baking processes of thin flat pastry blanks are considered. Numerical modeling and analyze of stationary temperature fields for hot plane and blank are conducted with taking into account condition of regular heating for different directions and heating frequencies characteristics.

Key words: *heat transfer, Fourier transformations, temperature fields.*

Отримано: 23.06.2009