

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2022.05.030>

УДК 532.542; 611.539; 616.12-008-089.168

А.О. Борисюк, член-кореспондент НАН України, <https://orcid.org/0000-0002-3878-3915>

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

E-mail: aobor@ukr.net

Наближений метод визначення змін у витратних характеристиках течії крові у великій коронарній артерії, зумовлених появою її патологічної звитості. Теорія та експериментальна перевірка

Розроблено наближений метод, який дозволяє кардіологам із прийнятною для них точністю та швидкістю визначати кількісні зміни у витратних характеристиках течії крові у великих коронарних артеріях, що спричиняються появою патологічної звитості останніх, а також встановлювати гемодинамічну значущість цих змін лише за даними відповідної коронарографії. Цей метод ґрунтується на заміні течій крові у початково нормальній і в подальшому патологічно звитій великій коронарній артерії відповідним чином осередненими течіями, і подальшому знаходженні шуканих витратних характеристик досліджуваної течії через характеристики відповідних осереднених течій. Розроблений метод є фактично неінвазивним, дозволяє виключати з розгляду ряд однакових факторів для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки досліджуваної коронарної артерії, і дає можливість визначати шукані витратні характеристики течії крові у будь-який момент після проведення коронарографії. Крім того, він не пов'язаний з вирішенням складних технічних проблем, а також не потребує спеціального обладнання, спеціальної фахової підготовки та значних фінансових і часових затрат. Метод пройшов попередню експериментальну перевірку, результати якої дозволили кардіологам рекомендувати його до відповідного клінічного застосування.

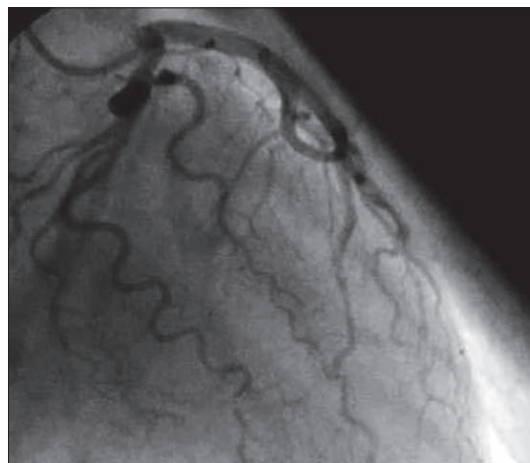
Ключові слова: коронарна артерія, патологічна звитість, гемодинамічна значущість, метод.

Коронарні артерії — це судини, які живлять міокард насиченою киснем кров'ю. Вони є єдиним джерелом його кровопостачання, і характерний розмір їхнього поперечного перерізу зазвичай не перевищує 7–8 мм [1]. Найпоширенішим і найтяжчим захворюванням коронарних артерій є атеросклероз. Він супроводжується відкладанням на внутрішній поверхні їхніх стінок холестерину та деяких фракцій ліпопротеїнів з подальшою їх кальцифікацією. У результаті в артеріях утворюються стенози, котрі, окрім іншого, призводять до зменшення в них кровотоку, а з часом — і до можливого розвитку ішемічної хвороби серця (ІХС) [1].

Ще донедавна вважалося, що саме стенози є єдиною причиною захворювань на ІХС. Проте останні дослідження [1–3] показують, що приблизно у 7–30 % пацієнтів з характер-

Цитування: Борисюк А.О. Наближений метод визначення змін у витратних характеристиках течії крові у великій коронарній артерії, зумовлених появою її патологічної звитості. Теорія та експериментальна перевірка. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2022. № 5. С. 30–41. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2022.05.030>

Рис. 1. Коронарограма лівої гілки коронарного дерева з вираженою патологічною звитістю кількох великих коронарних артерій



ними ознаками ІХС не вдається виявити стенози у коронарних артеріях (такий феномен, тобто наявність характерних ознак ІХС у пацієнтів з нестенозованими коронарними артеріями, одержав назву коронарний синдром Х). Водночас на коронарограмах щонайменше 70 % таких пацієнтів спостерігаються ділянки з вираженою патологічною звитістю великих коронарних артерій¹ (ВЗКА; рис. 1). Така звитість і є основною причиною виникнення зазначеного синдрому [1–3].

Відкриття коронарного синдрому Х і встановлення основної причини його виникнення стимулювали проведення відповідних досліджень. Вивчали різні аспекти руху рідин у каналах з локальною звитістю. Проте, на сьогодні не розроблено методів, які б давали можливість за даними лише коронарографії² (КАГ) визначати як кількісні зміни у витратних характеристиках течії крові, спричинені появою патологічної звитості коронарних артерій, так і гемодинамічну значущість цих змін. Існуючі ж методи діагностики гемодинамічної значущості анатомічних змін ділянок коронарних артерій зазвичай малоефективні у випадку наявності ВЗКА, або ж їхнє застосування тут є технічно неможливим [1, 4].

У даній статті робиться спроба певною мірою ліквідувати цей недолік. Тут пропонується наближений *неінвазивний* метод, який дозволяє знаходити зазначені вище зміни та встановлювати їх гемодинамічну значущість лише за даними відповідної КАГ.

Постановка задачі та відповідна модель. Розглядається велика коронарна артерія, котра спочатку перебуває у нормальному стані. З часом на її скінченній (зазвичай прямій) ділянці утворюється виражена патологічна звитість (див. рис. 1). Необхідно лише за даними відповідної КАГ знайти кількісні зміни у витратних характеристиках течії крові, які при цьому виникають в артерії, і встановити гемодинамічну значущість цих змін.

На рис. 2, *a* зображено відповідну модель артерії у нормальному стані та модель цієї ж артерії з уже утвореною на її ділянці завдовжки L_0 патологічною звитістю³. У першому випадку артерія представлена нескінченною прямою трубкою кругового поперечного перерізу діаметром D_0 , в якій тече рідина. Рух цієї рідини характеризується об'ємною витратою Q_0 , яка поки є невідомою. У другому випадку артерія моделюється нескінченною прямою трубкою кругової форми поперечного перерізу діаметром D_w ($D_w = D_0 - \varepsilon$, $0 < \varepsilon / D_0 < 1$)⁴

¹ Великими вважаються коронарні артерії, характерний розмір поперечного перерізу яких перевищує 0,5 мм.

² Коронарографія — це відеозапис рентгенівського дослідження коронарних артерій шляхом їх селективного контрастування рентгеноконтрасною рідиною. Кожен кадр такого відеозапису зветься коронарограмою.

³ Зазвичай довжина такої ділянки коливається у межах 3–10 мм.

⁴ Поява патологічної звитості на якійсь ділянці артерії супроводжується загальним видовженням артерії, а відтак (при незмінній кількості матеріалу її стінок) — її звуженням (зазвичай незначним) та відповідним зменшенням характерного геометричного розміру її поперечного перерізу [1].

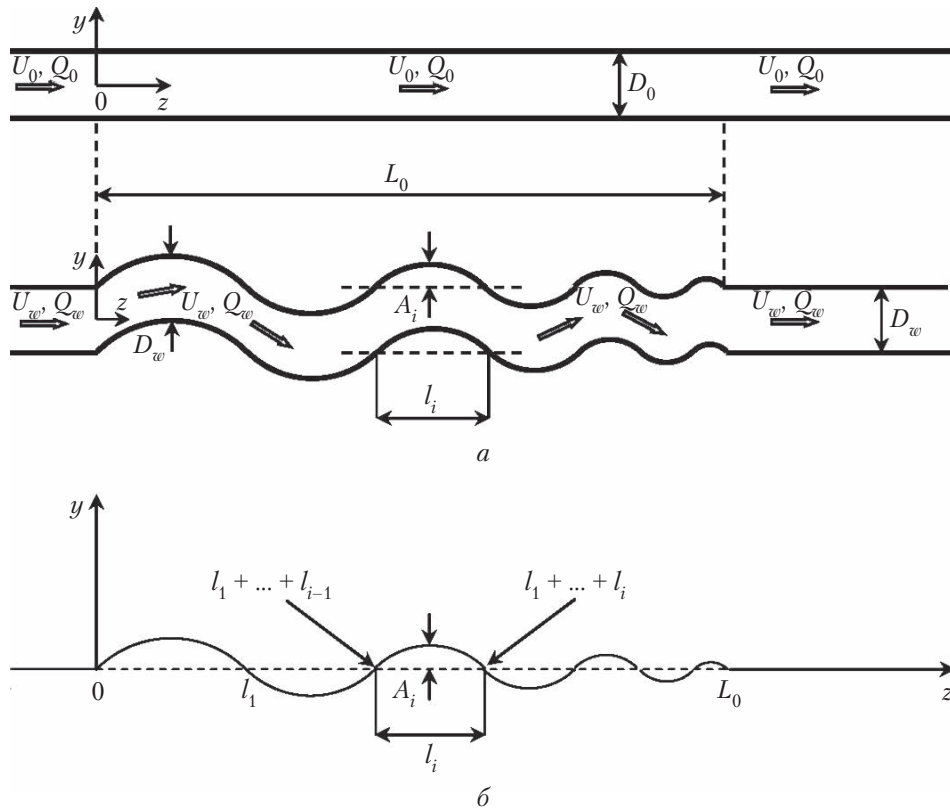


Рис. 2. Початково нормальна (верхній рис.) і в подальшому патологічно звита (нижній рис.) ділянка великої коронарної артерії та схеми руху осередненої (по її поперечному перерізу) течії крові на них (а), вісь патологічно звитої ділянки великої коронарної артерії, яка апроксимується неправильною синусоїдою (б)

зі скінченною звитою ділянкою. Ця ділянка має N завивок, кожна з яких характеризується висотою A_i та шириною l_i ($i = 1, \dots, N$)⁵. Рух рідини у трубці зі звитістю характеризується об'ємною витратою Q_w , яка також поки невідома.

При побудові цієї моделі були прийняті такі ж припущення, що і в роботах [1, 5].

Співвідношення для витратних характеристик течії. Оскільки серед витратних характеристик руху крові найважливішими для нормального функціонування міокарда є її об'ємна витрата та середня у поперечному перерізі артерії осьова швидкість [1–4], то саме цим характеристикам приділяється подальша увага. Якщо першу з них позначити Q , а другу – U , то вони визначатимуться наступними виразами [1]:

$$Q = \iint_A u dA, \quad U = \frac{1}{|A|} \iint_A u dA. \quad (1)$$

⁵ Під завивкою мається на увазі сегмент звитої ділянки трубки між двома сусідніми точками перетину її стінки зі штриховою лінією (рис. 2, а; ця лінія відповідає положенню стінки модельованої артерії до появи в ній звитості). Тоді висотою завивки є максимальна відстань від її стінки до штрихової лінії, а шириною – відстань між її кінцями.

Тут u — локальна осьова швидкість течії у поперечному перерізі судини A , а $|A|$ — його площа.

З іншого боку, величину Q можна записати у простішому вигляді, якщо перше співвідношення в (1) помножити і розділити на $|A|$, і врахувати друге співвідношення в (1):

$$Q = U |A|. \quad (2)$$

Для зображених на рис. 2, a трубок вирази (1) і (2) для Q матимуть такий вигляд:

$$Q_0 = \begin{cases} \iint_{A_0} u_0 dA_0, \\ U_0 \pi D_0^2 / 4, \end{cases} \quad Q_w = \begin{cases} \iint_{A_w} u_w dA_w, \\ U_w \pi D_w^2 / 4. \end{cases} \quad (3)$$

Тут, згідно з другим співвідношенням в (1),

$$U_0 = \frac{4}{\pi D_0^2} \iint_{A_0} u_0 dA_0, \quad U_w = \frac{4}{\pi D_w^2} \iint_{A_w} u_w dA_w, \quad (4)$$

а індекси “0” та “w” (тут і надалі) вказують на належність відповідних величин відповідно до нормальної та локально звитої трубок (коронарних артерій).

Теоретично за співвідношеннями (3) і (4) можна визначати об’ємну витрату крові та середню осьову швидкість її руху на початково нормальній і в подальшому патологічно звитій ділянці досліджуваної артерії, а з їх допомогою, за формулами

$$\Delta Q = Q_0 - Q_w, \quad \delta_Q = \frac{\Delta Q}{Q_0} \cdot 100\%, \quad \Delta U = U_0 - U_w, \quad \delta_U = \frac{\Delta U}{U_0} \cdot 100\%, \quad (5)$$

і шукані абсолютні та відносні зміни у цих характеристиках, які спричиняються появою зазначеної звитості. Проте, як видно з аналізу виразів (3)–(5), такі розрахунки можливі лише за наявності достовірної інформації про відповідні локальні (u_0, u_w) та/або середні (U_0, U_w) осьові швидкості руху крові.

Таку інформацію можна одержати двома способами. Перший з них ґрунтується на прямому чисельному моделюванні течії на досліджуваній ділянці артерії з урахуванням всіх особливостей реології крові, фізичних властивостей артеріальної стінки, умов її закріплення та її взаємодії з кров’ю тощо. Він дозволяє досить точно визначати швидкості u_0, u_w , а відтак і величини U_0, U_w та Q_0, Q_w . Проте, цей спосіб пов’язаний зі значними часовими та фінансовими затратами. А тому, з огляду на необхідність швидкого реагування кардіологами на стан пацієнта, бажаного здешевлення відповідних медичних послуг тощо він поки є неприйнятним.

Другий спосіб полягає у наближеному визначенні (за даними відповідних КАГ) швидкостей U_0 та U_w , з подальшим знаходженням (на основі нижніх виразів у (3)) об’ємних витрат Q_0 та Q_w . При цьому реологія крові, фізичні властивості артеріальної стінки, умови її закріплення та її взаємодія з кров’ю тощо враховуються автоматично (через відповідні КАГ). Цей спосіб є фактично неінвазивним, практично не потребує часових (приблизно година-дві для

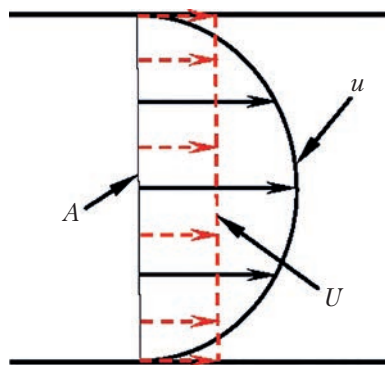


Рис. 3. Схематичне зображення профілів швидкостей u та U у поперечному перерізі судини A

прийняття рішення) та фінансових затрат, а його точність є задовільною для кардіологів. А тому поки для них він більш прийнятний у порівнянні з першим способом.

З огляду на сказане, для знаходження швидкостей U_0 та U_w (а отже і об'ємних витрат Q_0 та Q_w , а також абсолютних та відносних змін у цих характеристиках) у даній роботі вибираємо другий спосіб.

Наближене визначення U_0 та U_w . Перш ніж переходити до опису цього способу, звернемо увагу на одну фізичну особливість математично еквівалентних виразів (1) і (2) для Q , а також на наслідки, які з неї випливають. Справа в тому, що формальний перехід від першого виразу до другого на основі другого співвідношення в (1) означає не лише перехід від розгляду локальної u до розгляду середньої швидкості U ,

але й (що значно важливіше) перехід від розгляду реальної до розгляду відповідним чином осередненої течії (бо середня швидкість течії – це швидкість відповідним чином осередненої течії). В осередненій же (по поперечному перерізу судини) квазістаціонарній ламінарній течії (а саме таку течію фактично спостерігають кардіологи при вивченні КАГ) швидкості всіх частинок рідини векторно рівні між собою (рис. 3), а їхні траєкторії є однаковими і мають однакову довжину [1]. А це, окрім іншого, означає, що в такій течії в судині 1) траєкторії всіх частинок є такими ж, як її вісь; 2) шлях L , пройдений ними за проміжок часу Δt , дорівнює довжині відповідної ділянки цієї осі; 3) швидкість частинок (тобто середня осьова швидкість течії U) визначається відношенням шляху L до часу Δt :

$$U = L / \Delta t . \quad (6)$$

Наведені міркування дозволяють лише за даними відповідної КАГ та формулою (6) наближено визначати швидкості U_0 та U_w . При цьому процедура знаходження цих характеристик течії зводиться до трьох основних кроків: 1) визначення на основі даних відповідної КАГ відстані L , яку долає фронт рентгеноконтрасної рідини при проходженні досліджуваної ділянки артерії; 2) встановлення проміжку часу Δt , за який зазначений фронт проходить цю відстань; 3) знаходження за формулою (6) шуканої швидкості руху крові.

Для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки великої коронарної артерії реалізація цих пунктів виглядає наступним чином.

Початково нормальна ділянка. Довжина L_0 цієї ділянки артерії (див. рис. 2, *a*) і проміжок часу T_0 , упродовж якого фронт рентгеноконтрасної рідини долає її, визначаються з досліджуваної КАГ відповідно шляхом безпосереднього вимірювання та підрахунку⁶. Тоді швидкість U_0 знаходимо на основі (6):

$$U_0 = L_0 / T_0 . \quad (7)$$

⁶ Цей час визначається шляхом множення відповідної кількості кадрів досліджуваної КАГ на часову довжину одного з них. Часова ж довжина кадрів встановлюється при задаванні розрізняльної здатності відповідної записуючої апаратури і є однаковою для всіх кадрів.

Патологічно звита ділянка. Відстань L_w , яку долає фронт рентгеноконтрасної рідини при проходженні патологічно звитої ділянки артерії дорівнює довжині осі цієї ділянки (відповідні аргументи наведені перед (6)). Оскільки ця вісь має форму неправильної синусоїди, то її логічно апроксимувати такою синусоїдою (див. рис. 2, б):

$$y(z) = \pm \begin{cases} y_1(z), & 0 \leq z \leq l_1; \\ y_i(z), & l_1 + \dots + l_{i-1} \leq z \leq l_1 + \dots + l_i; \\ y_N(z), & l_1 + \dots + l_{N-1} \leq z \leq l_1 + \dots + l_N. \end{cases} \quad (8)$$

Тут $y_i(z)$ — звичайні синус-функції, які апроксимують i -ту завивку осі ($i = 1, \dots, N$):

$$\begin{aligned} y_1(z) &= A_1 \sin(\pi z / l_1), \\ y_i(z) &= (-1)^{i-1} A_i \sin(\pi(z - l_1 - \dots - l_{i-1}) / l_i), \\ y_N(z) &= (-1)^{N-1} A_N \sin(\pi(z - l_1 - \dots - l_{N-1}) / l_N), \end{aligned} \quad (9)$$

A_i та l_i — амплітуда та ширина цієї завивки (вони визначаються з відповідної КАГ шляхом вимірювання), а знаки плюс—мінус вказують на випадки розташування першої завивки відповідно над чи під віссю z .

У такій ситуації відстань L_w фактично дорівнюватиме довжині кривої (8), (9):

$$L_w = \sum_{i=1}^N L_i, \quad (10)$$

де

$$L_i = \int_{l_1 + \dots + l_{i-1}}^{l_1 + \dots + l_i} \sqrt{1 + (dy_i / dz)^2} dz = 2 \int_0^{l_i/2} \sqrt{1 + (A_i \pi / l_i)^2 \cos^2(\pi z / l_i)} dz$$

— довжина синусоїди $y_i(z)$. Ця довжина після заміні

$$x_i = \pi z / l_i, \quad a_i = A_i \pi / l_i, \quad k_i = a_i / \sqrt{1 + a_i^2}, \quad k_i < 1,$$

може бути виражена через повний еліптичний інтеграл другого роду $E(k_i)$ [1, 6]:

$$L_i = 2 \frac{l_i}{\pi} \sqrt{1 + a_i^2} E(k_i), \quad E(k_i) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k_i^2 \sin^2 x_i} dx_i. \quad (11)$$

Наявність шляху (10) і часу T_w , за який цей шлях долається фронтом рентгеноконтрасної рідини⁶ дає можливість знайти швидкість U_w на основі співвідношення (6):

$$U_w = L_w / T_w. \quad (12)$$

Метод. Наведені вище міркування дозволяють запропонувати наступний наближений метод визначення гемодинамічної значущості патологічної звитості великих коронарних артерій.

1. За наявності у пацієнта характерних ознак ішемічної хвороби серця (ІХС) проводимо його КАГ².

2. У випадку відсутності на одержаній КАГ стенозів у великих коронарних артеріях та наявності хоча б в одній з них ділянки з вираженою патологічною звитістю визначаємо (з КАГ шляхом вимірювання) діаметр D_w поперечного перерізу цієї ділянки, а також висоту A_i та ширину l_i кожної її завивки⁵ ($i = 1, \dots, N$; див. рис. 1 і 2, а).

3. На основі знайдених значень A_i та l_i ($i = 1, \dots, N$) вісь досліджуваної патологічно звитої ділянки артерії апроксимуємо неправильною синусоїдою (8), (9) (див. рис. 2, б).

4. За формулами (10), (11) і таблицями значень повного еліптичного інтеграла другого роду [6] знаходимо довжину L_w цієї осі (тобто відстань L_w , яку долає фронт рентгеноконтрастної рідини при проходженні зазначеної ділянки).

5. За кількістю відповідних кадрів досліджуваної КАГ та часовою довжиною одного з них визначаємо час T_w ⁶, за який фронт рентгеноконтрастної рідини проходить шлях L_w .

6. Зі співвідношення (12) визначаємо середню осьову швидкість руху крові U_w на досліджуваній патологічно звитій ділянці артерії.

7. В якості початково нормальної коронарної артерії (тобто такої, якою була досліджувана артерія до появи в ній звитості) вибираємо на *тій же* КАГ артерію без патологічної звитості⁷. Діаметр її поперечного перерізу D_0 має бути трохи більшим від діаметра D_w ($D_0 = D_w + \varepsilon$, $0 < \varepsilon / D_w \ll 1$)⁴. У цій артерії береться пряма (або, за відсутності такої, максимально близька до прямої) ділянка, довжина якої $L_0^{(s)}$ близька до осьового розміру L_0 досліджуваної звитої ділянки⁸ ($L_0^{(s)} \approx L_0$; див. рис. 2, а).

8. За кількістю відповідних кадрів досліджуваної КАГ та часовою довжиною одного з них встановлюємо час T_0 ⁶, упродовж якого фронт рентгеноконтрастної рідини долає вибрану ділянку початково нормальної коронарної артерії (тобто відстань $L_0^{(s)}$).

9. На основі співвідношення (7) (в якому L_0 замінюється на $L_0^{(s)}$) визначаємо середню осьову швидкість руху крові U_0 на цій ділянці.

10. За нижніми формулами у (3) і одержаними вище відповідними даними вираховуються об'ємні витрати крові Q_0 і Q_w відповідно на початково нормальній (прямій) і в подальшому патологічно звитій ділянці досліджуваної коронарної артерії.

⁷ Такий вибір початково нормальної коронарної артерії зумовлений, головним чином, двома обставинами. По-перше, це майже стовідсоткова відсутність коронарографії пацієнта для випадку, коли досліджуваної патологічної звитості у нього ще не було (адже зазвичай людина звертається до кардіолога лише у разі вже існування якихось проблем із серцем). А по-друге, вибір артерії на *тій же* КАГ забезпечує проведення порівняльного аналізу відповідних даних для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої артерії за *інших однакових* умов.

⁸ Це лише бажана умова. Її невиконання не призведе до суттєвих похибок при визначенні шуканих витратних характеристик течії (а відтак, і суттєвих похибок у результатах даного дослідження та подальших відповідних висновках кардіологів). Пояснюється це тим, що швидкість U_0 осередненої по поперечному перерізу артерії ламінарної квазістаціонарної течії є фактично сталою [1]. А тому відношення шляху $L_0^{(s)}$ (або L_0), пройденого цією течією, до проміжку часу $T_0^{(s)}$ (або T_0), за який вона його долає, дорівнюватиме $U_0 \cdot L_0^{(s)} / T_0^{(s)} = U_0$, $L_0 / T_0 = U_0$.

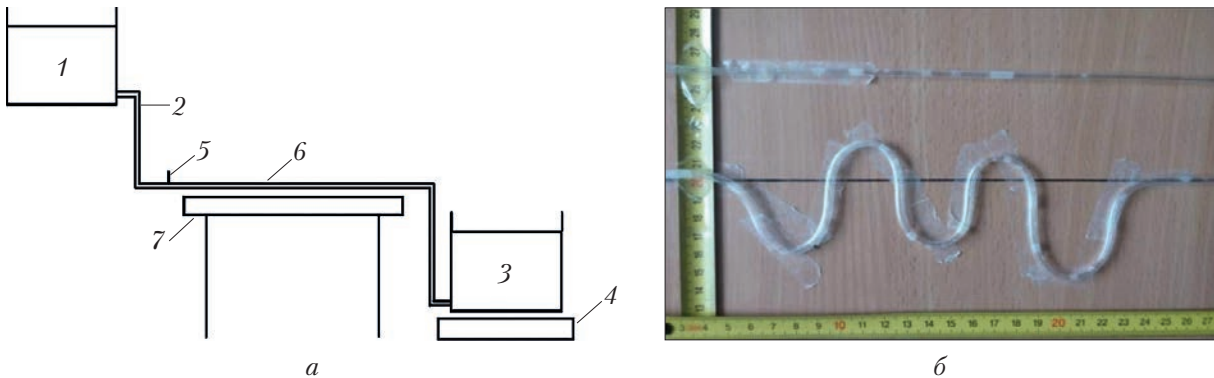


Рис. 4. Схема експериментальної установки (а): 1 – зливний резервуар; 2 – силіконова трубка; 3 – приймальний резервуар; 4 – електронні ваги; 5 – голка для введення фарби; 6 – робоча ділянка; 7 – стіл. Робоча ділянка експериментальної установки (б)

11. На основі співвідношень (5) знаходяться абсолютні та відносні зміни у відповідних витратних характеристиках течії крові у досліджуваній коронарній артерії, які виникають внаслідок появи в ній патологічної звитості.

12. Встановлюємо гемодинамічну значущість цих змін. При цьому вони вважаються гемодинамічно значущими у разі, якщо відносна об'ємна втрата крові δ_Q не менша від критичного значення $\delta_Q^{cr} = 40\%$ ($\delta_Q \geq \delta_Q^{cr}$)⁹. У протилежному разі (тобто коли $\delta_Q < \delta_Q^{cr}$) ці зміни є гемодинамічно незначущими.

Експериментальна перевірка методу. Експериментальна установка. Перед клінічним застосуванням описаного методу проводилася його експериментальна перевірка. Для цього було розроблено установку, схему та робочу ділянку якої зображено на рис. 4. Основні елементи цієї установки такі: а) два верхніх зливних і два нижніх приймальних резервуари (всі резервуари однакові); б) дві однакові силіконові трубки внутрішнього діаметра $D = 3$ мм, які моделювали початково нормальну і в подальшому патологічно звиту велику коронарну артерію; в) вимірювальні рулетки (для визначення відповідних геометричних характеристик звитості); г) голки (для введення барвника), які вставлялися у стінки трубок у рівень перед робочою ділянкою установки; д) відеокамера (для відеореєстрації руху барвника по трубках); е) двоє електронних ваг (для визначення об'ємів рідини, які надходили до приймальних резервуарів протягом періоду вимірювання τ , за формулою¹⁰

$$\Delta V = \Delta m / \rho \tag{13}$$

⁹ Значення $\delta_Q^{cr} = 40\%$ відповідає спричиненому стенозом 25 %-му зменшенню перепаду тиску в судині, яке є гемодинамічно значущим за даними методу FFR [1, 4].

¹⁰ Величину ΔV також можна було визначати візуально шляхом безпосереднього вимірювання об'єму рідини, який потрапляв до відповідного приймального резервуара, прокаліброваного по літрах, за проміжок часу τ . Проте, через порівняно велику площу поперечного перерізу резервуара і малу кількість рідини, яка надходила до нього, відповідні зміни її рівня в ньому були настільки малими, що точність таких вимірювань ΔV була нижчою від точності відповідних даних, одержаних на основі співвідношення (13).

Тут ΔV і Δm — відповідно об'єм і маса рідини, яка потрапляла до резервуара за час τ ; ρ — її масова густина. Робочою рідиною була вода кімнатної температури (міркування та припущення, які використовували при створенні робочої ділянки експерименту, були такими ж, як у роботах [1, 5]).

Функціонування експериментальної установки. Експериментальна установка функціонувала наступним чином. Зливні та приймальні резервуари поєднані трубками (трубка на пару верхній-нижній резервуар). Одна трубка була прямою і моделювала початково нормальну велику коронарну артерію. Інша ж мала звиту ділянку, форму якої фіксували за допомогою скотча (див. рис. 4, б). Вона представляла ту ж артерію після утворення в ній патологічної звитості¹¹.

Внаслідок повільно змінюваної різниці між рівнями води у відповідних верхніх та нижніх резервуарах протягом часу вимірювання τ , у трубках створювалися контрольовані квазістаціонарні течії¹² з однаковими (перед кожним вимірюванням) градієнтами тиску (це досягалося шляхом вибору однакових рівнів води у відповідних резервуарах). При цьому витримували подібність за числом Рейнольдса¹³ між цими течіями і течіями крові, які спостерігаються у великих коронарних артеріях відповідних пацієнтів. Оскільки для таких пацієнтів число Re зазвичай не перевищує значення 1800 [1], то це вказувало на те, що створювані у даній роботі течії (як і зазначені течії крові) були (зазвичай є) ламінарними.

Повільне введення фарби у трубки через голки, розташовані перед робочою ділянкою експерименту, дозволяло візуалізувати течії на ній та проводити їх відеозапис.

Для створюваних течій у рамках описаного вище методу визначали швидкості U_0 і U_w , а з їх допомогою — відповідні об'ємні витрати Q_0 і Q_w . Далі проводили порівняльний аналіз цих даних з відповідними еталонними даними. Після цього, виходячи з результатів такого порівняння та їх обговорення з кардіологами, робили висновок щодо можливості застосування зазначеного методу до відповідних пацієнтів.

Необхідні еталонні дані визначали з відповідних вимірювань. Для цього за допомогою електронних ваг вимірювали маси води Δm_0 і Δm_w , які одночасно надходили до приймальних резервуарів протягом часу вимірювань¹⁴ τ через пряму та звиту трубки відповідно. Це дозволяло за допомогою співвідношення (13) вираховувати об'єми води ΔV_0 і ΔV_w , а відтак і її об'ємні витрати в трубках Q_0 і Q_w : $Q_0 = \Delta V_0 / \tau = \Delta m_0 / (\rho\tau)$, $Q_w = \Delta V_w / \tau = \Delta m_w / (\rho\tau)$. Потім значення Q_0 і Q_w та нижні вирази у (3) використовували для ви-

¹¹ Через сплюскування звитої ділянки трубки у місцях згину, яке мало місце при деяких значеннях параметрів звитості A_i та l_i , такі значення в експерименті не розглядали.

¹² Щоб мати візуально помітну різницю між об'ємами води, які надійшли до нижніх резервуарів через пряму та звиту трубки та залежно від мети, проміжок часу вибирали від 1 до 10 с із кроками 1 с. Протягом цього проміжку зміни відносної різниці між рівнями води у відповідних верхніх та нижніх резервуарах становили менше 1 %. У такій ситуації створювані в обох трубках течії можна було вважати квазістаціонарними.

¹³ Число Re визначали через осьову швидкість середньої у поперечному перерізі судини течії та її внутрішній діаметр.

¹⁴ Оскільки ці вимірювання проводили одночасно для обох трубок, то період τ був однаковим для них. При визначанні ж величин U_0 , Q_0 та U_w , Q_w розробленим методом час T_0 був завжди трохи меншим за час T_w (бо $L_0 < L_w$, а $U_0 > U_w$). Проте ця обставина не впливала істотно на результати порівняння та зроблені на їх основі висновки.

значення швидкостей¹⁵ U_0 та U_w : $U_0 = 4Q_0 / (\pi D^2)$,
 $U_w = 4Q_w / (\pi D^2)$.

Експериментальні результати. Наведемо типові результати порівняльного аналізу, які були одержані для зображеної на рис. 4, б конфігурації трубок. Тут осьовий розмір L_0 звитої ділянки трубки та кількість її завивок N становили відповідно 200 мм і 5, а значення параметрів звитості A_i та l_i ($i = 1, \dots, N$) наведені у таблиці.

Значення параметрів звитості, зображеної на рис. 4, б

i	1	2	3	4	$N=5$
A_i , мм	37	19	34	10	49
l_i , мм	48	31	33	27	61
L_i , мм	92	51	77	35	120

Наявність цих даних дозволила (в рамках описаного вище методу) апроксимувати вісь звитого сегмента трубки нерегулярною синусоїдою (8), (9) і визначати (за допомогою (11) і таблиць значень інтеграла $E(k_i)$ [6]) довжини всіх його завивок L_i (див. таблицю). Величини L_i давали можливість знаходити довжину L_w самої осі (тобто відстань, яку долав барвник під час проходження крізь звитість) за формулою (10): $L_w = 375$ мм. Тоді відстані L_0 і L_w , а також відповідні часові інтервали $T_0 = 0,44$ с і $T_w = 1,04$ с (знайдені з аналізу відеозапису руху барвника в трубках) дозволяли вираховувати (на основі (7) і (12)) швидкості U_0 і U_w :

$$U_0 = 455 \text{ мм/с}, \quad U_w = 361 \text{ мм/с}. \quad (14)$$

Після цього швидкості (14) давали можливість за допомогою нижніх виразів у (3) визначати відповідні об'ємні витрати рідини у трубках Q_0 і Q_w :

$$Q_0 = 3215 \text{ мм}^3/\text{с}, \quad Q_w = 2550 \text{ мм}^3/\text{с}, \quad (15)$$

а також відповідні абсолютні та відносні зміни у цих характеристиках течії, що спричинилися появою звитості трубки:

$$\Delta U = 94 \text{ мм/с}, \quad \Delta Q = 665 \text{ мм}^3/\text{с}, \quad \delta_U = 20,66 \%, \quad \delta_Q = 20,68 \%. \quad (16)$$

Порівняльний аналіз величин (14)–(16) з відповідними еталонними даними (одержаними за описаною вище процедурою):

$$U_0 = 472,89 \text{ мм/с}, \quad U_w = 370,98 \text{ мм/с}, \quad Q_0 = 3341 \text{ мм}^3/\text{с}, \quad Q_w = 2621 \text{ мм}^3/\text{с},$$

$$\Delta U = 101,91 \text{ мм/с}, \quad \Delta Q = 720 \text{ мм}^3/\text{с}, \quad \delta_U = 21,55 \%, \quad \delta_Q = 21,55 \%$$

засвідчували добру узгодженість між ними. Ця відповідність була також прийнятною для кардіологів.

Подібні результати порівняння (тобто у межах 10% відповідних відносних різниць) були одержані також для всіх інших конфігурацій звитості, використаних у даному експерименті (ці конфігурації добре узгоджувалися з формами патологічної звитості у відповідних па-

¹⁵ Через технічні причини в експерименті було неможливо зменшити площу поперечного перерізу локально звитої трубки так, щоб одержати умову⁴ $D_w = D_0 - \varepsilon$ ($0 < \varepsilon / D_0 \ll 1$). А тому діаметри обох трубок були однаковими. Однак цей факт не мав помітного впливу на результати порівняльного аналізу та зроблені на їх основі висновки.

цієнтів). Ця обставина та відповідні дискусії з кардіологами дозволили зробити висновок про те, що описаний метод дає прийнятні результати, а відтак його можна застосовувати до відповідних пацієнтів.

Висновки.

1. Розроблено наближений метод, який дозволяє кардіологам із прийнятною для них точністю та швидкістю визначати кількісні зміни у витратних характеристиках течії крові у великих коронарних артеріях, що спричиняються появою патологічної звитості останніх, а також встановлювати гемодинамічну значущість цих змін лише за даними відповідної КАГ.

2. Цей метод ґрунтується на заміні течій крові у початково нормальній і в подальшому патологічно звитій великій коронарній артерії відповідним чином осередненими течіями, і подальшому знаходженні шуканих витратних характеристик досліджуваних течій через характеристики відповідних осереднених течій.

3. Розроблений метод є фактично неінвазивним, дозволяє виключати з розгляду ряд однакових факторів для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки досліджуваної коронарної артерії, і дає можливість визначати шукані витратні характеристики течії крові у будь-який момент після проведення КАГ. Крім того, він не пов'язаний з вирішенням складних технічних проблем, а також не потребує спеціального обладнання, спеціальної фахової підготовки та значних фінансових і часових затрат.

4. Зазначений метод пройшов попередню експериментальну перевірку, результати якої дозволили кардіологам рекомендувати його до відповідного клінічного застосування.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Borysyuk A.O. An approximate method to find changes in the blood flow rate due to planar pathological tortuosity of a larger coronary artery. *Cardiology and Cardiovascular Research*. 2017. **1**, №1. P. 7-17. <https://doi.org/10.11648/j.ccr.20170101.12>
2. Groves S.S., Jain A.C., Warden B.E., Gharib W., Beto R.J. 2nd. Severe coronary tortuosity and the relationship to significant coronary artery disease. *West Virginia Med. J.* 2009. **105**, №4. P. 7–14.
3. Han H.-C. Twisted blood vessels: symptoms, etiology and biomechanical mechanisms. *J. Vasc. Res.* 2012. **49**, №3. P. 185–197. <https://doi.org/10.1159/000335123>
4. Pijls N. H. J., de Bruyne B., Peels K., van der Voort P. H., Bonnier H. J. R. M., Bartunek J., Koolen J. J. Measurement of fractional flow reserve to assess the functional severity of coronary-artery stenoses. *N. Engl. J. Med.* 1996. **334**, №26. P. 1703–1708. <https://doi.org/10.1056/NEJM199606273342604>
5. Borysyuk A.O. Experimental study of wall pressure fluctuations in a pipe behind a cylindrical insertion with eccentricity. *Int. J. Fluid Mech. Res.* 2004. **31**, №2. P. 160-175. <https://doi.org/10.1615/InterJFluidMechRes.v31.i2.50>
6. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Москва: Наука, 1979. 832 с.

Надійшло до редакції 19.05.2022

REFERENCES

1. Borysyuk, A. O. (2017). An approximate method to find changes in the blood flow rate due to planar pathological tortuosity of a larger coronary artery. *Cardiology and Cardiovascular Research*, 1, No. 1, pp. 7-17. <https://doi.org/10.11648/j.ccr.20170101.12>
2. Groves, S. S., Jain, A. C., Warden, B. E., Gharib, W. & Beto, R. J. 2nd. (2009). Severe coronary tortuosity and the relationship to significant coronary artery disease. *West Virginia Med. J.*, 105, No. 4, pp. 7-14.

3. Han, H.-C. (2012). Twisted blood vessels: symptoms, etiology and biomechanical mechanisms. *J. Vasc. Res.*, 49, No. 3, pp. 185-197. <https://doi.org/10.1159/000335123>
4. Pijls, N. H. J., de Bruyne, B., Peels, K., van der Voort, P. H., Bonnier, H. J. R. M., Bartunek, J. & Koolen, J. J. (1996). Measurement of fractional flow reserve to assess the functional severity of coronary-artery stenoses. *N. Engl. J. Med.*, 334, No. 26, pp. 1703-1708. <https://doi.org/10.1056/NEJM199606273342604>
5. Borisyuk A. O. (2004). Experimental study of wall pressure fluctuations in a pipe behind a cylindrical insertion with eccentricity. *Int. J. Fluid Mech. Res.*, 31, No. 2, pp. 160-175. <https://doi.org/10.1615/InterJFluidMechRes.v31.i2.50>
6. Abramowitz, M., Stegun, I. A. (1979). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Moscow: Nauka (in Russian).

Received 19.05.2022

A. O. Borisyuk, <https://orcid.org/0000-0002-3878-3915>
Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv
E-mail: aobor@ukr.net

AN APPROXIMATE METHOD TO FIND CHANGES
IN THE BLOOD FLOW CHARACTERISTICS IN A LARGER CORONARY ARTERY
DUE TO THE APPEARANCE OF ITS PATHOLOGICAL TORTUOSITY. A THEORY
AND EXPERIMENTAL VERIFICATION

An approximate method was developed to allow cardiologists to find (with acceptable precision and speed) both quantitative changes in the blood flow characteristics of interest in larger coronary arteries, caused by the appearance of their pathological tortuosity, and a hemodynamic significance of those changes based on the data taken from the appropriate coronary angiographies only. It is based on replacement of blood flows in the originally healthy and subsequently pathologically tortuous larger coronary artery with the appropriately averaged ones, and subsequent computation of the flows' characteristics of interest in terms of the corresponding averaged flows' characteristics. The method actually is non-invasive, allows one not to take account of a number of identical factors for the originally healthy and subsequently pathologically tortuous segment of the investigated artery, and gives one the possibility to determine the blood flow characteristics of concern at any time after carrying out a coronarography. In addition, it is not associated with solving complicated technical problems, and does not require special facility to be used, special professional training and significant financial and temporal expenses. The method was successfully tested in a laboratory experiment, after that recommended by cardiologists for the corresponding clinical application.

Keywords: *coronary artery, pathological tortuosity, hemodynamic significance, method.*