УДК 517.927

В. Б. Поселюжна, канд. фіз.-мат. наук

Чортківський інститут підприємництва і бізнесу, Тернопільський національний економічний університет, м. Чортків

ПРО ОДИН МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ІМПУЛЬСНИМ ВПЛИВОМ І ПАРАМЕТРАМИ

Розглядається питання застосування колокаційно-ітеративного методу до розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь з імпульсним впливом та параметрами. Побудовано алгоритм методу, наведена обчислювальна схема.

Ключові слова: *крайова задача, диференціальні рівняння, інтегральне рівняння, колокаційно-ітеративний метод, імпульсний вплив.*

Вступ. Математичними моделями багатьох задач природознавства і техніки є різні класи диференціальних, інтегральних, інтегро-диференціальних рівнянь та їх систем.

Точний розв'язок таких задач, як правило, не можна виразити через елементарні функції, тому великого значення набувають наближені методи відшукання розв'язку.

У роботі [1] запропоновано застосування методу колокації для розв'язування крайової задачі для диференціальних рівнянь з імпульсним впливом. Дослідженню і обґрунтуванню застосування проекційного, ітераційного і проекційно-ітеативного методу стосовно даного класу задач присвячені роботи [2—3].

У цій роботі запропоновано варіант проекційно-ітеративного методу — колокаційно-ітеративний метод для розв'язування крайової задачі для диференціальних рівнянь з імпульсним впливом і параметрами.

Постановка проблеми. Знайдемо кусково-неперервну функцію $x(t)$ з розривами першого роду при $t=\tau_i$, що задовольняє диференціальне рівняння виду

$$p_m(t)x^{(m)}(t)+p_{m-1}(t)x^{(m-1)}(t)+...+p_0(t)x(t)=$$
$$=f(t)+c(t)\lambda,\ t\neq\tau_i,\ t\in(0,T),\ i=\overline{1,n-1} \tag{1}$$

та умови

$$\Phi(x)=\alpha, \alpha\in R^p,\ p=m+l, \tag{2}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}x^{(j)}(\tau_i+0)+d_{ij}x^{(j)}(\tau_i-0))=B_i,\ i=\overline{1,n-1}, \tag{3}$$

де $c(t)\lambda$ — скалярний добуток вектора $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ...\lambda_l)$ і кусково-неперервної вектор-функції $c(t) = (c_1(t), c_2(t), ...c_l(t))$ з можливими розривами першого роду при $t = \tau_i, i = \overline{1, n-1}$;

$f(t), p_k(t), k = \overline{0, m}$ — кусково-неперервні функції з можливими розривами першого роду при $t = \tau_i, i = \overline{1, n-1}$, причому $p_m(t) > 0$;

$\tau_i \in (0, T)$ — фіксовані моменти часу імпульсного впливу;

$\Phi(x) = (\Phi_1(x), \Phi_2(x), ..., \Phi_p(x)),\ p = m + l$ — вектор, компоненти якого — лінійні обмежені функціонали на класі кусково-неперервних функцій з можливими розривами першого роду при $t = \tau_i, i = \overline{1, n-1}$, як частковий випадок $\Phi_\kappa(x) = x(t_k)$, де

$$a \le t_1 < t_2 < ... < t_p \le b, k = \overline{1, p},\ t_k \ne \tau_i .$$

Виклад основного матеріалу. Задача (1)—(3) може бути представлена у вигляді

$$(Ax)(t) + b(t)\lambda = f(t) + d(t)\lambda + (Bx)(t)), \tag{4}$$

$$\Phi(x) = \alpha, \alpha \in R^p, \tag{5}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1} \left(c_{ij} x^{(j)}(\tau_i + 0) + d_{ij} x^{(j)}(\tau_i - 0) \right) = B_i,\ i = \overline{1, n-1}, \tag{6}$$

де

$$(Ax)(t) = a_m(t) x^{(m)}(t) + a_{m-1}(t) x^{(m-1)}(t) + ... + a_0(t) x(t),$$

$$(Bx)(t) = g_{m-1}(t) x^{(m-1)}(t) + ... + g_0(t) x(t),$$

$$d(t) = b(t) + c(t),$$

$$a_m(t) = p_m(t),\ g_i(t) = a_i(t) - p_i(t), i = \overline{0, m-1}.$$

Припустимо, що крайова задача

$$(Av)(t) + b(t)\mu = 0,$$

$$\Phi(v) = 0,$$

$$\sum_{j=0}^{m-1} \left(c_{ij} v^{(j)}(\tau_i + 0) + d_{ij} v^{(j)}(\tau_i - 0) \right) = 0_i,\ i = \overline{1, n-1},$$

має тільки тривіальний розв'язок $v(t) = 0, \mu = 0$.

Задачу (4)—(6) можна легко звести до рівносильної їй крайової задачі для системи диференціальних рівнянь з параметрами без імпульсів.

Для цього розглянемо рівняння (4) на кожному інтервалі, тобто

$$\sum_{k=0}^{m} a_k(t) x^{(k)}(t) + b(t)\lambda =$$

$$= f(t) + d(t)\lambda + \sum_{k=0}^{m-1} g_k(t) x^{(k)}(t), t \in (\tau_{i-1}, \tau_i), i = \overline{1,n}, \qquad (7)$$

і введемо запропоновану в джерелі [2] заміну незалежної змінної

$$t = \tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a), \ \chi_i = \frac{\tau_i - \tau_{i-1}}{b-a}, \ i = \overline{1,n}, \ \xi \in (a,b). \qquad (8)$$

Підставимо співвідношення (8) у (7) і введемо такі позначення:

$$\begin{aligned}
&y_i(\xi) = x(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)), i = \overline{1,n},\\
&a_{ik}(\xi) = \chi_i^{m-k} a_k(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)), i = \overline{1,n}, k = \overline{0,m},\\
&g_{ik}(\xi) = \chi_i^{m-k} g_k(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)), i = \overline{1,n}, k = \overline{0,m-1},\\
&b_i(\xi) = \chi_i^m b(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)), i = \overline{1,n},\\
&d_i(\xi) = \chi_i^m d(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)), i = \overline{1,n},\\
&f_i(\xi) = \chi_i^m f(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)), i = \overline{1,n}.
\end{aligned} \qquad (9)$$

Отримаємо:

$$\sum_{k=0}^{m} a_{ik}(\xi) y_i^{(k)}(\xi) + b_i(\xi)\lambda =$$

$$= f_i(\xi) + d_i(\xi)\lambda + \sum_{k=0}^{m-1} g_{ik}(\xi) y_i^{(k)}(\xi), i = \overline{1,n}. \qquad (10)$$

Оскільки, враховуючи наведені вище позначення,

$$y_{i+1}^{(k)}(a) = \lim_{\xi \to a+0} y_{i+1}^{(k)}(\xi) = x^{(k)}(\tau_i + 0), \ i = \overline{0,n-1}, \ k = \overline{0,m-1},$$

$$y_i^{(k)}(b) = \lim_{\xi \to b-0} y_{i+1}^{(k)}(\xi) = x^{(k)}(\tau_i - 0), \ i = \overline{1,n}, \ k = \overline{0,m-1},$$

то умови (5)—(6) наберуть вигляду

$$\Psi(y_1, y_2, ..., y_n) = \alpha, \ \alpha \in R^p, \ p = m + l, \qquad (11)$$

$$\sum_{j=0}^{m-1} (c_{ij} y_{i+1}^{(j)}(a) + d_{ij} y_i^{(j)}(b)) = B_i, i = \overline{1,n}. \qquad (12)$$

Таким чином, задача (4)—(6) з імпульсним впливом і параметрами рівносильна крайовій задачі для системи лінійних диференціальних рівнянь з параметрами (10)—(12).

Нехай

$$(A_i y_i)(\xi) := \sum_{k=0}^{m} a_{ik}(\xi) y_i^{(k)}(\xi), i = \overline{1,n}, \qquad (13)$$

$$(B_i y_i)(\xi) := \sum_{k=0}^{m-1} g_{ik}(\xi) y_i^{(k)}(\xi), i = \overline{1,n}. \qquad (14)$$

Тоді співвідношення (10) можна представити у вигляді

$$(A_i y_i)(\xi)+b_i(\xi)\lambda = f_i(\xi)+d_i(\xi)\lambda+(B_i y_i)(\xi), i=\overline{1,n}, \qquad (15)$$

Задача (15), (11), (12) рівносильна, в свою чергу, системі інтегральних рівнянь.

Справді, покладемо

$$(A_i y_i)(\xi)+b_i(\xi)\lambda = u_i(\xi),\ i=\overline{1,n}, \qquad (16)$$

$$\Psi(y_1, y_2, ..., y_n)=\alpha,$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}y_{i+1}^{(j)}(a)+d_{ij}y_i^{(j)}(b)) = B_i, i=\overline{1,n}, \qquad (17)$$

і скористаємося таким твердженням.

Лема. Нехай однорідна крайова задача для системи звичайних диференціальних рівнянь

$$(A_i y_i)(\xi)+b_i(\xi)\lambda = 0,$$

$$\Psi(y_1, y_2, ..., y_n)=0,$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}y_{i+1}^{(j)}(a)+d_{ij}y_i^{(j)}(b)) = 0, i=\overline{1,n}$$

має тільки тривіальний розв'язок. Тоді існує така матриця Гріна $G_{ij}(\xi,s)$, і така вектор-функція $\Gamma_j(s)=(\Gamma_{j1}(s),\Gamma_{2j}(s)....\Gamma_{jl}(s))$, що єдиний розв'язок неоднорідної задачі (16), (17) визначається формулами

$$y_i(\xi)=h_i(\xi)+\sum_{j=1}^{n}\int_a^b G_{ij}(\xi,s)u_j(s)ds, \qquad (18)$$

$$\lambda=\sigma+\sum_{j=1}^{n}\int_a^b \Gamma_j(s)u_j(s)ds, \qquad (19)$$

де $h_i(\xi)$, $i=\overline{1,n}$, $\sigma=(\sigma_1,\sigma_2...\sigma_l)$ — функція і вектор, які задовольняють рівняння

$$(A_i h_i)(\xi)+b_i(\xi)\sigma = 0,\ i=\overline{1,n},$$

і неоднорідні умови (11), (12).

Таким чином, підставивши співвідношення (18), (19) в (15) і врахувавши заміну (16), отримаємо

$$u_i(\xi)=l_i(\xi)+\sum_{j=1}^{n}\int_a^b K_{ij}(\xi,s)u_j(s)ds,\ i=\overline{1,n}, \qquad (20)$$

де

$$l_i(\xi)=f_i(\xi)+d_i(\xi)\sigma+(B_i h_i)(\xi),\ i=\overline{1,n}, \qquad (21)$$

$$K_{ij}(\xi,s)=d_i(\xi)\Gamma_j(s)+B_i\left[G_{ij}(\xi,s)\right],\ i,j=\overline{1,n}, \qquad (22)$$

Отже, крайова задача з імпульсним впливом в фіксовані моменти часу і параметрами рівносильна системі інтегральних рівнянь (20), а, отже, задача (4)—(6) має розв'язки тоді і тільки тоді, коли система рівнянь (20) має розв'язки.

Побудова алгоритму. Застосуємо до задачі (4)—(6) колокаційно-ітеративний метод.

Нехай на відрізку $\left[0,T\right]$ задано систему вузлів колокації $\left\{t_j\right\}_{j=1}^{N}$, причому $t_j \neq \tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$, $j=\overline{1,N}$.

Наближені розв'язки будемо визначати із допоміжної задачі

$$(Ax_k)(t)+b(t)\lambda_k = f(t)+d(t)\mu_k+(Bz_k)(t) \tag{23}$$

причому $t \neq \tau_i$ $i=\overline{1,n-1}$, $j=\overline{1,N}$

$$\Phi(x_k)=\alpha, \alpha \in R^p, \tag{24}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}x_k^{(j)}(\tau_i+0)+d_{ij}x_k^{(j)}(\tau_i-0))=B_i, t=\tau_i, i=\overline{1,n-1} \tag{25}$$

де

$$z_k(t)=x_{k-1}(t)+\alpha_k(t),\ \mu_k(t)=\lambda_{k-1}(t)+\theta_k, \tag{26}$$

$$\alpha_k(t)=\sum_{j=1}^{N}a_j^k\eta_j(t),\ \theta_k=\sum_{j=1}^{N}a_j^k\nu_j, \tag{27}$$

Невідомі параметри a_j^k визначаємо із умови

$$(Lz_k)(t_j)-c(t_j)\mu_k-f(t_j)=0,\ j=\overline{1,N}, \tag{28}$$

де

$$\begin{aligned}(Lx)(t) &:= p_m(t)x^{(m)}(t)+p_{m-1}(t)x^{(m-1)}(t)+\ldots+p_0(t)x(t)= \\ &= f(t)+c(t)\lambda, t\neq\tau_i, t\in(0,T), i=\overline{1,n-1},\end{aligned} \tag{29}$$

$\left\{t_j\right\}_{j=1}^{N}$ — вузли колокації.

Нульове наближення визначаємо із задачі

$$(Ax_0)(t)+b(t)\lambda_0=u_0(t),\ t\neq\tau_i,\ i=\overline{1,n-1} \tag{30}$$

$$\Phi(x_0)=\alpha, \alpha\in R^p, \tag{31}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij}x_0^{(j)}(\tau_i+0)+d_{ij}x_0^{(j)}(\tau_i-0))=B_i, t=\tau_i, i=\overline{1,n-1}, \tag{32}$$

в якій $u_0(t)$ — задана функція.

Координатна система функцій $\{\eta_j(t)\}_{j=1}^{N}$ і система векторів $\{\nu_j\}_{j=1}^{N}$ задовольняють рівняння

$$(A\eta_j)(t) + b(t)\nu_j(t) = \varphi_j(t) \tag{33}$$

та однорідні умови

$$\Phi(\eta_j) = 0, \tag{34}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1} (c_{il}\eta_j^{(l)}(\tau_i + 0) + d_{il}\eta_j^{(l)}(\tau_i - 0)) = 0,\ i = \overline{1, n-1}\,. \tag{35}$$

У рівнянні (33) $\{\varphi_j(t)\}_{j=1}^{N}$ — задана система лінійно-незалежних кусково-неперервних функцій з можливими розривами першого роду при $t \neq \tau_i$, $i = \overline{1, n-1}$.

На основі співвідношень (26)—(28) звичайним способом для визначення невідомих параметрів a_j^k отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$\sum_{j=1}^{N} \beta_{ij} a_j^k = b_i^k\,,\ i = \overline{1, N}\,, \tag{36}$$

в якій

$$\beta_{ij} = (L\eta_j)(t_i) - c(t_i)\nu_j\,,\ i, j = \overline{1, N}$$

$$b_i^k = c(t_i)\lambda_{k-1} + f(t_i) - (Lx_{k-1})(t_i),\ \ i = \overline{1, N}\,.$$

Система (36) може бути представлена у вигляді

$$\Lambda a_k = b_k\,,$$

де

$$a_k = \left\{a_1^k, a_2^k, ..., a_N^k.\right\},\ b_k = \left\{b_1^k, b_2^k, ..., b_N^k.\right\},\ \Lambda = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & ... & \beta_{1N} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & ... & \beta_{2N} \\ ... & ... & ... & ... \\ \beta_{N1} & \beta_{N2} & ... & \beta_{NN} \end{pmatrix}.$$

Запропонований вище алгоритм (23)—(32) зводиться до колокаційно-ітеративного методу розв'язування системи інтегральних рівнянь.

Для цього розглянемо рівняння (23) на кожному інтервалі

$$\sum_{j=0}^{m} a_j(t) x_k^{(j)}(t) + b(t)\lambda_k = f(t) + d(t)\mu_k + \sum_{j=0}^{m-1} g_j(t) z_k^{(j)}(t)\,,$$

$$t \in (\tau_{i-1}, \tau_i)\,,\ i = \overline{1, n}$$

і скористаємося заміною (8).

У результаті нескладних перетворень з використанням позначень (9), (13), (14), отримаємо

$$(A_i y_i^k)(\xi) + b_i(\xi)\lambda_k = f_i(\xi) + d_i(\xi)\mu_k + (B_i z_i^k)(\xi), \tag{37}$$

$$\Psi(y_1^k, y_2^k, ..., y_n^k) = \alpha , \tag{38}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij} y_{i+1,k}^{(j)}(a) + d_{ij} y_{i,k}^{(j)}(b)) = B_i , i = \overline{1,n} , \tag{39}$$

де

$$z_i^k(\xi) = y_i^{k-1}(\xi) + \alpha_i^k(\xi) , \; i = \overline{1,n} , \; \mu_k(t) = \lambda_{k-1}(t) + \theta_k \tag{40}$$

$$\alpha_i^k(\xi) = \sum_{j=1}^{N} a_j^k \eta_{ji}(\xi) , \; \theta_k = \sum_{j=1}^{N} a_j^k \nu_j \tag{41}$$

$$\eta_{ji}(\xi) = \chi_i^m \eta_j(\tau_{i-1} + \chi_i(\xi - a)) , \; i = \overline{1,n} , \; j = \overline{1,N} . \tag{42}$$

Нехай на кожному інтервалі (τ_{i-1}, τ_i) міститься N_i точок колокації $\{t_j^i\}_{j=1}^{N_i}$, причому $\sum_{i=1}^{n} N_i = N$. Тоді за допомогою заміни змінних (8) точки $\{t_j^i\}_{j=1}^{N_i}$, $i = \overline{1,n}$, перейдуть відповідно в точки $\{\xi_j^i\}_{j=1}^{N_i}$, $i = \overline{1,n}$, $\xi_j^i \in [a,b]$, тобто точки $\{t_j^i\}_{j=1}^{N_i}$, і $\{\xi_j^i\}_{j=1}^{N_i}$, $i = \overline{1,n}$ зв'язані співвідношенням

$$t_j^i = \tau_{i-1} + \chi_i(\xi_j^i - a) , \; j = \overline{1, N_i} , \; i = \overline{1,n} .$$

Тоді умова (28) набере вигляду

$$(L_i z_i^k)(\xi_j^i) - c_i(\xi_j^i)\mu_k - f_i(\xi_j^i) = 0, \; i = \overline{1,n} , \; j = \overline{1,N_i} , \; \sum_{i=1}^{n} N_i = N. \tag{43}$$

Система вектор-функцій $\eta_j(\xi) = \{\eta_{j1}(\xi), \eta_{j2}(\xi), ..., \eta_{jn}(\xi)\}$, $j = \overline{1,N}$ і система векторів $\{\nu_j^i\}_{j=1}^{N}$ задовольняють рівняння

$$(A_i \eta_{ji})(\xi) + b_i(\xi)\nu_j(t) = \varphi_{ji}(\xi) , \tag{44}$$

та однорідні умови

$$\Phi(\eta_{j1,} \eta_{j2}, ..., \eta_{jn}) = 0, \tag{45}$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{il}\eta_{j,i+1}^{(l)}(a) + d_{il}\eta_{j,i}^{(l)}(b)) = 0, i = \overline{1,n} , \tag{46}$$

де

$$\varphi_j(\xi) = \left\{\varphi_{j1}(\xi), \varphi_{j2}(\xi), ..., \varphi_{jn}(\xi)\right\}, \ j = \overline{1, N} \quad (47)$$

задана система лінійно-незалежних, неперервних на відрізку $\left[a, b\right]$ вектор-функцій.

Отже, алгоритм (23)—(32) рівносильний алгоритму (37)—(43).

Покажемо, що алгоритм (37)—(43) зводиться до колокаційно-ітеративного методу розв’язування системи інтегральних рівнянь (20).

Покладемо

$$(A_i y_i^k)(\xi) + b_i(\xi)\lambda_k = u_i^k(\xi), \quad (48)$$

і скористаємося співвідношенням

$$(A_i z_i^k)(\xi) + b_i(\xi)\mu_k = u_i^{k-1}(\xi) + \sum_{j=1}^{N} a_j^k \varphi_{ji}(\xi), \ i = \overline{1, n}, \quad (49)$$

$$\Psi(z_1^k, z_2^k, ..., z_n^k) = \alpha, \quad (50)$$

$$\sum_{j=0}^{m-1}(c_{ij} z_{i+1,k}^{(j)}(a) + d_{ij} z_{i,k}^{(j)}(b)) = B_i, i = \overline{1, n}, \quad (51)$$

яке безпосередньо випливає із співвідношень (40)—(41), (44), (48).

Знайдемо розв’язок задачі (49)—(51), підставимо його в співвідношення (37) і врахуємо позначення (48), в результаті отримаємо:

$$u_i^k(\xi) = l_i(\xi) + \sum_{j=1}^{n} \int_a^b K_{ij}(\xi, s)(u_j^{k-1}(s) + \omega_j^k(s))ds, \quad (52)$$

$$\omega_i^k(\xi) = \sum_{j=1}^{N} a_j^k \varphi_{ji}(\xi), \ i = \overline{1, n}, \quad (53)$$

$l_i(\xi)$, $K_{ij}(\xi, s)$, $i, j = \overline{1, n}$ мають вигляд (21), (22) відповідно.

Підставимо (48) у (37), отримаємо:

$$u_i^k(\xi) = f_i(\xi) + d_i(\xi)\mu_k + (B_i z_i^k)(\xi), \ i = \overline{1, n}, \quad (54)$$

Умову (43) із врахуванням співвідношень (54), (49) перетворимо так

$$(L_i z_i^k)(\xi_j^i) - c_i(\xi_j^i)\mu_k - f_i(\xi_j^i) =$$

$$= (A_i z_i^k)(\xi_j^i) - (B_i z_i^k)(\xi_j^i) + b_i(\xi_j^i)\mu_k - b_i(\xi_j^i)\mu_k -$$

$$- c_i(\xi_j^i)\mu_k - f_i(\xi_j^i) = u_i^{k-1}(\xi_j^i) + \omega_i^k(\xi_j^i) - u_i^k(\xi_j^i) = 0,$$

або

$$u_i^{k-1}(\xi_j^i) + \omega_i^k(\xi_j^i) - u_i^k(\xi_j^i) = 0, \ i = \overline{1, n}, \ j = \overline{1, N_i}.$$

Отже, алгоритм (23)—(32) зводиться до колокаційно-ітеративного методу (52), (50), (53) розв'язування системи інтегральних рівнянь (20), а дослідження збіжності методу алгоритм (23)—(32) для крайової задачі (1)—(3) зводиться до дослідження збіжності методу (52), (50), (53) для системи рівнянь (20).

Обчислювальна схема. Алгоритм (23)—(32) з практичної сторони доцільно організувати так.

Задамо на відрізку $[0,T]$ систему вузлів колокації $\{t_j^i\}_{j=1}^{N_i}$, $t_j \neq \tau_i$, $i=\overline{1,n-1}$, задамо, або визначаємо із задачі (33)—(35) систему функцій $\{\eta_j(t)\}_{j=1}^{N}$ і систему векторів $\{\nu_j\}_{j=1}^{N}$.

Будуємо функції

$$\gamma_j(t)=(L\eta_j)(t)-c(t)\nu_j\,,\; j=\overline{1,N}\,,$$

$$\xi_j(t)=\varphi_j(t)-\gamma_j(t)\,,\; j=\overline{1,N}$$

і обчислюємо елементи

$$\beta_{ij}=\gamma_j(t_i)\,,\; i,j=\overline{1,N}\,,$$

матриці Λ.

Далі приступаємо до реалізації основної обчислювальної частини схеми.

Нехай наближення $x_{k-1}(t)$, λ_{k-1} уже побудовані. Тоді виконуємо ітерацію

$$\vartheta_k(t)=f(t)+d(t)\lambda_{k-1}+(Bx_{k-1})(t)\,,$$

знаходимо нев'язку

$$\varepsilon_k(t)=\vartheta_k(t)-u_{k-1}(t)\,,$$

і формуємо вектор $b_k=\{b_1^k,b_2^k,...,b_N^k.\}$, координати якого обчислюємо за формулою

$$b_i^k=\varepsilon_k(t_i)\,,\; j=\overline{1,N}\,.$$

Далі складаємо рівняння

$$\Lambda a_k=b^k\,,$$

і знаходимо його розв'язок

$$a_k=\Lambda^{-1}b_k=(a_1^k,a_2^k,...,a_N^k)\,,$$

будуємо функцію

$$u_k(t)=\vartheta_k(t)+\sum_{j=1}^{N}a_j^k\xi_j(t)\,,$$

і знаходимо наближення $x_k(t),\lambda_k$ із допоміжної задачі крайової задачі

$$(Ax_k)(t) + b(t)\lambda_k = u_k(t),$$
$$\Phi(x_k) = \alpha,$$
$$\sum_{j=0}^{m-1} (c_{ij} x_k^{(j)}(\tau_i + 0) + d_{ij} x_k^{(j)}(\tau_i - 0)) = B_i, i = \overline{1, n-1}.$$

Список використаних джерел:

1. Самойленко А. М. Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений / А. М. Самойленко, Н. И. Ронто. — К. : Наук. думка, 1992. — 280 с.
2. Лучка А. Ю. Крайова задача для диференціальних рівнянь з імпульсною дією і побудова її розв'язку проекційним методом / А. Ю. Лучка // Доповіді АН України. — 1993. — № 8. — С. 11—16.
3. Лучка А. Ю. Застосування проекційно-ітеративного методу до крайової задачі для диференціальних рівнянь з імпульсною дією / А. Ю. Лучка // Доповіді АН України. — 1993. — № 9. — С. 10—14.

The question of collocation-iterative method appliance concerning the boundary problem solution for the simple differential equations with impulsive influence and parameters is substantiated. The methods algorithm is built, the calculating scheme is suggested.

Key words: *boundary problem, differential equations, integral equations, projective-iterative method, collocation-iterative method, impulsive influence.*

Отримано: 30.03.2009