4. Сорич В. А., Сорич Н. М. Про найкраще одностороннє сумісне наближення класів W_{β}^{r} в метриці L // Ряди Фур'є: теорія і застосування. – К.: Ін-т математики НАН України, 1998. – С.316-322.
5. Доронин В. Г., Лигун А. А. О наилучшем одностороннем приближении классов $W_{\alpha}^{r}V \ \ (r > -1)$ тригонометрическими полиномами в метрике L_1 // Мат. заметки. – 1977. – 22, №3. – С.357-370.
6. Сорич А. В., Сорич В. А., Сорич Н. М. Найкраще одностороннє наближення лінійної комбінації функцій та їх похідних // Дванадцята міжнародна наук. конф. ім. академіка М. Кравчука,15-17 трав., 2008 р., Київ: Матеріали конф. – Т. 1. – К.: ТОВ "Задруга", 2008. – С.796.

The problem of the best one-sided approximation of the line combination of some classes functions with the high differentility was solved.

Key words: *the best one-sided approximation, Poisson's kernel, convolution.*

Отримано: 05.06.2008

УДК 008.1:65.011.03:504.05

Д. В. Стефанишин, Ю. Д. Стефанишина, М. В. Кубай

Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. Степана Дем'янчука, м. Рівне

МЕТОД ПОРІВНЯННЯ ВАРІАНТІВ РІШЕНЬ В ПРИРОДОКОРИСТУВАННІ З ВРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ НЕВИКОРИСТАНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ

Пропонується метод порівняння варіантів рішень в природокористуванні на основі співставлення сукупних ризиків альтернатив. Сукупні ризики оцінюються у вигляді сум компонент: ризиків збитків (шкоди, втрат), якими може бути обтяжений варіант (в економічній, екологічній, соціальній сферах), та ризиків невикористаних можливостей, які характеризуються потенційними доходами, вигодами, перевагами тощо, що супроводжують альтернативи.

Ключові слова: *альтернатива, порівняння варіантів рішення, невизначеність, носій рішення, природокористування, ризик невикористаних можливостей, схильність до ризику, таблиця рішень.*

Вступ. Необхідність приймати рішення, щодо яких не вдається в повній мірі врахувати визначальні умови, а також наслідки впливу цих умов (зазвичай ці обидві обставини називають ефектом невизначеності), зустрічається в усіх сферах життєдіяльності людини.

Звичайно, проблему прийняття рішень в умовах невизначеності можна пом’якшити за рахунок більш повних даних. Але сучасні системи та процеси природокористування настільки складні, що вичерпні дані про них зібрати або практично неможливо чи занадто дорого, або це вимагає занадто багато часу, за який ці дані можуть застаріти і носію рішення вже буде потрібна нова інформація.

При цьому у більшості випадків, незважаючи на невизначеність, відмовитися від прийняття рішення в умовах природокористування часто буває неможливо, або це пов’язується з додатковими ризиками, серед яких вирізняється ризик невикористаних можливостей [1, 2]. Тому слід намагатися більш повно використати наявні дані, що стосуються поставленої задачі, і проаналізувавши й порівнявши всі можливі варіанти рішення, спробувати знайти серед них кращий.

Постановка задачі. Під прийняттям рішення надалі будемо розуміти формалізовану процедуру порівняння варіантів та вибору (алгоритм здійснення такого вибору) з множини альтернатив, яку здійснює носій рішення [3-5]. Для раціоналізації процесу прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику на основі порівняння варіантів будемо зважати на два різні, але невід’ємні аспекти ризику: об’єктивну варіацію даних й суб’єктивні уявлення (припущення) щодо можливості настання певних подій в майбутньому та їх характеру. І об’єктивна мінливість даних, і суб’єктивна позиція для нас будуть однаково важливими.

Прийняття рішення на основі порівняння варіантів являє собою попарне оцінювання варіантів та вибір одного з них (кращого, оптимального) $a_{i,opt}$ з деякої множини допустимих варіантів A. Будемо вивчати найбільш розповсюджений на практиці випадок, коли маємо скінчене число допустимих варіантів $a_i \in A$, $i = \overline{0,n}$; де a_0 – відмова від рішення (“нульовий варіант”, “нульова альтернатива”).

Основні результати. Умовимося, що кожен допустимий варіант a_i однозначно визначається деяким результатом r_i, який допускає кількісну оцінку.

Визначимо r_i як ризик варіанта a_i і будемо шукати варіант із найменшим його значенням, тобто метою нашого вибору є $\min r_i$.

Вибір кращого (оптимального) рішення d_{opt} будемо виконувати за правилом:

$$d_{opt} = \{a_{i,opt} \mid a_{i,opt} \in A \wedge r_{i,opt} = \min(r_i)\} . \qquad (1)$$

Кожному допустимому варіантові a_i можуть відповідати різні зовнішні умови F_j і відповідні результати $r_{i,j}$. Тут під $r_{i,j}$ будемо розуміти оцінку ризику, що відповідає варіантові a_i за умов F_j.

Відповідно, сімейство рішень в нашому випадку опишеться наступною таблицею (матрицею) рішень (*рис. 1*).

	F_0	F_1	…	F_j	…	F_{m-1}	F_m
a_0	$r_{0,0}$	$r_{0,1}$	…	$r_{0,j}$	…	$r_{0,m-1}$	$r_{0,m}$
a_1	$r_{1,0}$	$r_{1,1}$	…	$r_{1,j}$	…	$r_{1,m-1}$	$r_{1,m}$
…	…	…	…	…	…	…	…
a_i	$r_{i,0}$	$r_{i,1}$	…	$r_{i,j}$	…	$r_{i,m-1}$	$r_{i,m}$
…	…	…	…	…	…	…	…
a_n	$r_{n,0}$	$r_{n,1}$	…	$r_{n,j}$	…	$r_{n,m-1}$	$r_{n,m}$

Рис. 1. *Загальний вигляд таблиці рішень*

Відповідно критерій вибору (1) перепишеться у вигляді

$$d_{opt} = \{a_{i,opt} \mid a_{i,opt} \in A \wedge r_{i,j,opt} = \min(r_{i,j})\}, \ \forall F_j, \ j = \overline{0,m}. \quad (2)$$

Вибір оптимального варіанта згідно критерію (2) не є взагалі кажучи однозначним, оскільки мінімальний результат $\min r_{i,j}$, може досягатися на множині всіх результатів $\{r_{i,j}\}$ багаторазово. Окрім того, деякі допустимі варіанти можуть трактуватися носієм рішення як занадто песимістичні або ризиковані, і відкидатися. Необхідність вибирати одне з декількох “оптимальних” рішень у випадку формування носієм рішення різних підмножин з допустимих варіантів обумовимо суб’єктивною позицією носія рішення щодо ризику невикористаних можливостей.

Щоб прийти до однозначного і, по можливості, найвигіднішого варіанта у випадку, коли різним варіантам a_i відповідають різні зовнішні умови F_j, вводяться оціночні (цільові) функції.

В оціночну функцію можна вкладати будь-який зміст. Охарактеризуємо наслідки альтернативних рішень комбінаціями результатів, що відповідають обом порівнюваним варіантам одночасно. При цьому множину альтернатив, з якими порівнюється кожен варіант, будемо розглядати як множину зовнішніх умов.

Покладемо, що сукупний ризик кожного з допустимих варіантів визначається можливими втратами l, пов’язаними з цим варіантом (капітальні затрати, операційні витрати, збитки, штрафи тощо) й відсутністю сподіваних позитивних результатів g, що можуть бути отримані на альтернативах. Розглянемо функції сукупного ризику, пов’язаного з вибором варіанта $a_i \in A$, $i = \overline{0,n}$, за умови існування альтернатив $a_j \in A$, $j = \overline{0,n}$, $i \neq j$ у вигляді лінійних комбінацій:

$$r_{i,j} = l_i + g_j; \ i,j = \overline{0,n}; \ i \neq j. \quad (3)$$

Ризик $r_{i,j}$ у формі (3) можна витлумачити як ризик варіанта a_i за умови, що носій рішення відмовляється від варіанта a_j.

Згідно з (3) для кожного варіанта a_i може задаватися $m = n-1$ значень сукупного ризику $r_{i,j}$, де n – загальна кількість допустимих варіантів, які відзначаються відповідними можливими втратами (збитками, втратами, шкодою) l_i при цьому варіанті та сподіваними позитивними результатами (прибутками, надбаннями, перевагами) варіантів, що відкидаються, g_j, $j = \overline{0,n}$, $i \neq j$.

При цьому таблиця рішень $\left\| r_{i,j} \right\|$ зводиться до n рядків (*рис. 2*), де кожному варіантові a_i приписується $n-1$ результатів $r_{i,j}$, $i, j = \overline{0,n}$; $i \neq j$, які характеризують, у цілому, усі наслідки цього рішення з врахуванням ризику невикористаних можливостей.

	a_0	…	a_i	a_j	…	…	a_n
…	…	…	…	…	…	…	…
a_i	$r_{i,0}$	…		$r_{i,j}$	…	…	$r_{i,n}$
…	…	…	…	…	…	…	…

Рис. 2. *Рядок оціночних функцій для варіанта a_i*

Зауважимо, що діагональ видозміненої таким чином таблиці рішень з n рядків з індексами $i = j$ не заповнюється, оскільки варіанти не можуть порівнюватися самі з собою.

Складову l_i сукупного ризику $r_{i,j}$ можна визначити як прямий (власний або системний) ризик варіанта a_i, а складову g_j, $j = \overline{0,n}$, $i \neq j$ – як ризик невикористаних можливостей (непрямий, несистемний ризик), який набуває різних значень в залежності від альтернатив, що відкидаються.

Модель сукупного ризику, пов'язаного з вибором кращого варіанта, у вигляді (3) дозволяє при прийнятті рішень згідно з критерієм (2) одночасно оперувати як програшними, так і виграшними ефектами, що характеризують порівнювані варіанти.

Комбінуючи g_j як несистемними ризиками, можна не тільки підібрати варіант, якому відповідає мінімальний сукупний ризик, а й врахувати при виборі психологічну позицію носія рішення. В нашому випадку ця позиція (оцінка ситуації) формується відношенням носія рішення до ризику невикористаних можливостей.

Зважаючи на ризик невикористаних можливостей і шукаючи варіант з $\min r_{i,j}$ серед більш ризикованих альтернатив, носій рішення виступає з більш оптимістичних позицій, і, навпаки, орієнтуючись в першу чергу на власний, системний ризик варіанта і шукаючи варіант з $\min r_{i,j}$ серед всіх альтернатив – діє песимістично. Загалом, в залежності від вибраного методу оцінювання компонент сукупного ризику (l, g), можливі три способи їх кількісного представлення.

Спосіб 1. Компоненти сукупного ризику оцінюються як ймовірності $\{p_i\}$ очікуваних втрат і ймовірності $\{s_j\}$, $j \neq i$, отримання позитивних результатів для альтернатив a_j, що при цьому відкидаються. Такий підхід використовується у випадку визначення ймовірних втрат l і очікуваних надбань g у вигляді добутків $l = p \cdot c$, $g = s \cdot c$, де c – деяка константа, наприклад, деяка вартість (цінність тощо), якою оперують при рішенні.

Відповідно, на першому кроці, для кожного варіанта мають задаватися відповідні значення ймовірностей p_i та s_i: $a_i = (p_i, s_i)$.

Для всіх допустимих варіантів рішень більшим ймовірностям програшу p мають відповідати більші ймовірності виграшу s. Тобто, якщо для a_i і a_j справедливо $p_j > p_i$, то і $s_j > s_i$. Варіанти, для яких ця умова порушується, вважаються неефективними і з розгляду виключаються. Так формується множина допустимих варіантів.

Далі здійснюється упорядкування варіантів згідно умови:

$$p_0 < p_1 < \ldots < p_i < \ldots < p_{n-1} < p_n, \tag{4}$$

і формується упорядкована множина допустимих варіантів $A = \{a_i\}$, $i = \overline{0,n}$, $a_i = (p_i, s_i)$.

На четвертому кроці визначаються функції сукупного ризику, пов'язаного з вибором варіанта $a_i \in A$, $i = \overline{0,n}$, за умови існування альтернатив $a_j \in A$, $j = \overline{0,n}$, $i \neq j$, у вигляді лінійних комбінацій:

$$r_{i,j} = p_i + s_j;\ i, j = \overline{0,n};\ i \neq j. \tag{5}$$

На п'ятому кроці формується таблиця рішень, в яку заносяться значення $r_{i,j}$. Діагональ таблиці з індексами $i = j$ при цьому не заповнюється. На шостому кроці відшуковується $a_{i,opt}$, який буде відповідати позиції носія рішення, який не є схильним до ризику. Відкинувши варіанти, які передують у відповідності з правилом упорядкування (4) вибраному оптимальному варіанту $a_{i,opt}$ носія рішення несхильного до ризику, отримуємо таблицю рішень для носія рішення, що має більшу схильність до ризику, і так далі.

На *рис. 3* наведено ілюстративний приклад пошуку оптимальних варіантів, що відповідають різним ступеням схильності до ризику носія рішення, за даних, поданих в *таблиці 1*.

Таблиця 1

Дані, використані при ілюстративних розрахунках ризику $r_{i,j}$

a_i	0	1	2	3	4	5	6	7
p_i	0,01	0,03	0,06	0,1	0,15	0,22	0,3	0,4
s_i	0,02	0,09	0,16	0,23	0,29	0,34	0,39	0,43

a_i	0	1	2	3	4	5	6	7
0		0,1	0,17	0,24	0,3	0,35	0,4	0,44
1	**0,05**		0,19	0,26	0,32	0,37	0,42	0,46
2	0,08	0,15		0,29	0,35	0,4	0,45	0,49
3	0,12	0,19	0,26		0,39	0,44	0,49	0,53
4	0,17	0,24	0,31	0,38		0,49	0,54	0,58
5	0,24	0,31	0,38	0,45	0,51		0,61	0,65
6	0,32	0,39	0,46	0,53	0,59	0,64		0,73
7	0,42	0,49	0,56	0,63	0,69	0,74	0,79	

a_i	4	5	6	7
4		**0,49**	0,54	0,58
5	0,51		0,61	0,65
6	0,59	0,64		0,73
7	0,69	0,74	0,79	

a_i	6	7
6		**0,73**
7	0,79	

Рис. 3. *Таблиці рішень пошуку оптимальних варіантів, що відповідають різним ступеням схильності до ризику носія рішення*

Спосіб 2. Компоненти сукупного ризику оцінюються як добутки $l = p \cdot w$, $g = s \cdot v$, $w \neq v$, де w, v – деякі відповідні вартості або цінності, якими оперують при рішенні, і які мають однакові одиниці вимірювання (наприклад, в грошових одиницях).

В цьому випадку, на першому кроці, для кожного варіанта мають задаватися відповідні значення ймовірностей p_i, s_i, та значення відповідних вартостей і цінностей w_i, v_i: $a_i = (p_i, w_i; s_i, v_i)$.

На другому кроці кожному варіанту приписуються відповідні ймовірні втрати $l_i = p_i \cdot w_i$ та надбання $g_i = s_i \cdot v_i$: $a_i = (l_i, g_i)$.

Для всіх допустимих варіантів рішень більшим ймовірним втратам l мають відповідати більші очікувані надбання g. Тобто якщо для альтернатив a_i і a_j справедливо $l_j > l_i$, то і $g_j > g_i$. Варіанти, для яких ця умова порушується, вважаються недопустимими. Так на третьому кроці формується множина допустимих варіантів.

На четвертому кроці здійснюється упорядкування й нумерація варіантів згідно умови:

$$l_0 < l_1 < \ldots < l_i < \ldots < l_{n-1} < l_n . \tag{6}$$

Відповідно формується упорядкована множина з n допустимих варіантів $A = \{a_i\}$, $i = \overline{0,n}$, $a_i = (l_i, g_i)$.

На п’ятому кроці визначаються функції сукупного ризику, пов’язаного з вибором варіанта $a_i \in A$, $i = \overline{0,n}$, за умови існування альтернатив $a_j \in A$, $j = \overline{0,n}$, $i \neq j$, у вигляді лінійних комбінацій (3).

Спосіб 3. У випадку, коли ризик оцінюється експертним шляхом, або коли вартості або цінності, якими оперують при рішенні, мають різні одиниці вимірювання, використовується бальний підхід до оцінки компонент сукупного ризику.

Формування бальних оцінок ризику для факторів і параметрів виражених в різних одиницях вимірювання можна здійснити на основі логарифмічної шкали. В загальному випадку бальна оцінка ризику для деякого параметра y_i, в балах, буде:

$$r(y_i) = \mu_i \cdot \lg y_i + y_{i,0}, \tag{7}$$

де μ_i – модуль, $y_{i,0}$ – нуль-пункт на універсальній (інтегральній) логарифмічній шкалі довжиною $L = 9$, для параметра y_i:

$$\mu_i = \frac{L}{\lg y_{i,\max} - \lg y_{i,\min}}, y_{i,0} = -\mu_i \lg y_{i,\min}, \tag{8}$$

$y_{i,\max}$, $y_{i,\min}$ – максимальне й мінімальне значення y_i.

При $y_{i,\min} = 0$ приймаємо $y_{i,0} = 0$, $\mu_i = \dfrac{L}{\lg y_{i,\max}}$.

Після формування бальних оцінок ризику виконується відбір множини допустимих варіантів, здійснюється упорядкування й нумерація варіантів, визначаються функції сукупного ризику для варіантів і так далі.

Висновки. Розроблено оригінальний метод прийняття рішень на основі порівняння варіантів за сукупними ризиками, що оцінюються у вигляді лінійних комбінацій власних (системних) ризиків варіантів (збитків, шкоди, втрат) та ризиків невикористаних можливостей (не системних ризиків), які характеризуються потенційними доходами, вигодами, перевагами тощо, що супроводжують альтернативи.

Особливістю методу порівняння варіантів за сукупними ризиками та вибору кращого з них є врахування схильності носія рішення до ризику через формування його відношення до ризику втрачених можливостей.

Список використаних джерел:

1. Ястремський О. І. Основи теорії економічного ризику. – К.: АртЕк, 1997. – 248 с.
2. Вітлінський В. В., Верченко П. І., Сігал А. В., Наконечний Я. С. Економічний ризик: ігрові моделі. – К.: КНЕУ, 2002. – 446 с.

3. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений / Пер. с нем. – М.: Мир, 1990. – 206 с.
4. Эддоус М., Стенсфилд Р. Методы принятия решений / Пер. с англ. – М.: ЮНИТИ, Аудит, 1997. – 510 с.
5. Сявавко М. С., Рибицька О. М. Математичне моделювання за умов невизначеності. – Львів: "Українські технології", 2000. – 319 с.

A method of comparison of decision variants in natural resources use based on matching total risks of alternatives has been proposed. Total risks have been estimated as sums of components: risks of losses, which aggravate concrete variant in economic, ecological and social sphere, and risks of lost opportunities, defined by potential incomes, benefits and advantages which related to alternatives.

Key words: *alternative, comparison of decision variants, uncertainty, decision maker, natural resources use, risk of lost opportunities, susceptibility to risk, decision table.*

Отримано: 23.05.2008

УДК 517.443

О. Ю. Тарновецька

Харківський національний технічний університет "ХПІ"

ОБЧИСЛЕННЯ НЕВЛАСНИХ ІНТЕГРАЛІВ ЗА ВЛАСНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ГІБРИДНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЛЕЖАНДРА-ЕЙЛЕРА НА ПОЛЯРНІЙ ОСІ $r \geq R_0 > 0$

Методом порівняння розв'язків, побудованих на полярній осі $r \geq R_0 > 0$ з однією точкою спряження для сепаратної системи диференціальних рівнянь Лежандра та Ейлера методом функцій Коші й методом відповідного гібридного інтегрального перетворення, обчислено поліпараметричну сім'ю невласних інтегралів.

Ключові слова: *невласні інтеграли, функції Коші, головні розв'язки, гібридне інтегральне перетворення, основна тотожність, умова однозначної розв'язності, логічна схема.*

Постановка проблеми. Тонкостінні елементи композитного типу, як правило, знаходяться в короткочасовому стаціонарному режимі, на який вони виходять після стрибкоподібного температурного або силового навантаження. Вивчення їх фізико-технічних характеристик приводить до задач механіки (термомеханіки) кусково-однорідних середовищ. Практика показує, що навіть в найпростіших випадках величини, які характеризують напружений стан композита,