# Скриник О.Я.

# ДИФУЗІЯ АТМОСФЕРНИХ ДОМІШОК У БЛИЖНІЙ ЗОНІ ВІД ТОЧКОВОГО ВИСОТНОГО ДЖЕРЕЛА В КОНВЕКТИВНОМУ ГРАНИЧНОМУ ШАРІ

Отримано аналітичні розв'язки модельної дифузійної задачі для «ближньої зони» від точкового джерела в різних наближеннях: двопараметричної параметризації, класичної К-теорії та К-теорії з формальним урахуванням залежності коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії від відстані до джерела. Здійснено порівняльний аналіз результатів моделювання, розрахованих на основі отриманих розв'язків з емпіричними даними Копенгагенського дифузійного експерименту.

# Вступ

Математичне моделювання турбулентного розсіювання газоаерозольних домішок у нижній частині атмосфери (у приземному чи граничному шарах) є актуальною і важливою науковою проблемою, яка очевидно має велике практичне значення.

Існує декілька принципово різних підходів до математичного моделювання дифузійних процесів, в кожному із яких є велика кількість розроблених моделей [1]. Одним із найбільш розповсюджених підходів, який активно використовується під час вирішування різних прикладних задач, є класична К-теорія та її частковий випадок – Гаусові моделі дифузії. Так, у США і західноєвропейських країнах модифіковані Гаусові моделі [10] до цього часу служать основою для оцінки, менеджменту та регулювання правових відносин в галузі екології атмосфери. На нашу думку, розповсюдженість К-теорії викликана відносною простотою отримання та аналізу результатів.

Зазначимо, що класична К-теорія не вловлює багато «тонких моментів» процесу турбулентного розсіювання домішок, наприклад піднімання факела від наземного джерела чи його опускання від висотного в конвективному граничному шарі атмосфери (ГША) [5]. Крім того, давно відомо про основний критерій можливості використання класичної К-теорії: просторово-часові масштаби турбулентних

флуктуацій швидкості повітря мають бути значно меншими від просторово-часових масштабів поля домішок [1].

Наприклад, указаний критерій означає, що класична К-теорія не може бути використана в так званій «ближній зоні» від точкового джерела (миттєвого чи безперервно діючого) у конвективному ГША, оскільки лінійні масштаби турбулентних вихорів, на які припадає основна частина енергії турбулентності, переважають розміри області забруднень. У цьому випадку важливим чинником, що впливає на дифузійні процеси, буде зростання ефективного коефіцієнта турбулентного розсіювання домішок з відстанню від джерела (стаціонарне джерело) чи із часом дифузії (миттєве джерело). Зазначимо, фізичною основою вказаного чинника є наявність ієрархії вихорів у турбулентному середовищі. У традиційній К-теорії, в якій дифузійні коефіцієнти, за означенням, є характеристиками тільки турбулентного стану атмосфери, математично коректно врахувати вказаний чинник неможливо [12]. Для того, щоб результати моделювання збігалися з експериментальними даними, вказану залежність доводиться штучно вводити в дифузійне рівняння. Так, наприклад у [11, 12], для моделювання дифузії домішок у стаціонарному конвективному ГША в «ближній зоні» від точкового дифузійне рівняння вводилася джерела, V лінійна залежність вертикального коефіцієнта дифузії (К<sub>2</sub>) від відстані до джерела вздовж регулярного перенесення.

На наш погляд, математично коректно описати дифузійні процеси в зазначеній вище ситуації можна, використовуючи двопараметричну параметризацію, запропоновану в [2].

Таким чином, **метою** представленої публікації є отримати аналітичні розв'язки модельної дифузійної задачі, використовуючи різні підходи (двопараметричну параметризацію, класичну К-теорію та Ктеорію зі штучним введенням залежності  $K_z$  від відстані до джерела), та здійснити їх порівняльний аналіз з метою виявлення найбільш адекватного підходу для опису дифузійних процесів у «ближній зоні».

## Фізична постановка модельної задачі

• Розглядається горизонтально однорідний, стаціонарний, конвективний ГША, висота якого дорівнює *h*.

• Існує сталий з висотою регулярний перенос *и*. Зазначимо, що оскільки приймається умова горизонтальної однорідності ГША (у цьому випадку всі одноточкові моменти флуктуаційного поля швидкості, серед

яких і середня швидкість, мають залежати від вертикальної координати), то таке припущення не є правильним. Але вважаємо, що воно не є дуже обмежуючим, тому для спрощення розв'язування відповідних дифузійних задач будемо його використовувати.

• У ГША на деякій висоті H (0 < H < h) розміщене точкове, постійно діюче зі стаціонарною потужністю Q ( $[Q] = \kappa c \cdot c^{-1}$ ) джерело домішок. Домішки пасивні, неінерційні і не осідаючі.

• Підстильна поверхня вважається абсолютно відбиваючою. Крім того, згідно з емпіричними даними і результатами чисельного моделювання ГША інтенсивність турбулентного обміну на верхній його границі значно менша ніж у середній частині. Тому з великою часткою достовірності дифузійні задачі для ГША можна розглядати з верхньою граничною умовою відбивання, тобто вважати, що домішки не перетинають також і верхню межу ГША.

• Для математичного запису модельної задачі вводимо праву Декартову систему координат, причому так, щоб вісь *Ox* збігалася з напрямом регулярного перенесення *u*.

#### Розв'язок модельної задачі в двопараметричному наближенні

За зазначених умов у двопараметричному наближенні математична постановка задачі буде задаватися наступною системою [2, 3]:

$$u\frac{\partial c}{\partial x} = K_{z}(x)\frac{\partial^{2} c}{\partial z^{2}}, \quad K_{z}(x) = \sigma^{2}\tau \left(1 - e^{-\frac{x}{l}}\right), \quad (1)$$

$$c = c(x, z), \quad (0 < z < h, x > 0),$$

$$l = u\tau, \ \sigma^{2} = const, \ \tau = const,$$

$$uc(0, z) = Q\delta(z - H), \ \frac{\partial c}{\partial z}|_{z=0} = 0, \ \frac{\partial c}{\partial z}|_{z=h} = 0, \quad (2)$$

де c – проінтегрована вздовж поперечної координати y концентрація домішок;  $\tau$  – лагранжевий часовий масштаб турбулентності (характерний час кореляції вертикальної компоненти швидкості);  $\sigma$  – середня квадратична вертикальна флуктуаційна швидкість. Зауважимо, що вся інформація про інтенсивність турбулентного розсіювання міститься в двох параметрах  $\tau$  і  $\sigma$ .

Для спрощення розв'язування сформульованої задачі доцільно перейти до безрозмірних величин:

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{z}{h}, \quad \Psi = \frac{uh}{Q}c.$$
(3)

Врахувавши (3), система (1)-(2) набуде вигляду:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = k \left( 1 - e^{-\xi} \right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2}, \qquad (4)$$

$$\Psi = \Psi(\xi, \eta), \quad (0 < \eta < 1, \xi > 0,)$$

$$\Psi(0, \eta) = \delta \left( \eta - \frac{H}{h} \right), \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = 0, \qquad (5)$$

$$\text{Ign} \ k = \left( \frac{\sigma \tau}{h} \right)^2.$$

Оскільки рівняння (4) лінійне і однорідне, то розв'язок задачі (4)-(5) можна легко знайти, використовуючи класичний метод розділення змінних [4]. Припустимо, що:

$$\Psi(\xi,\eta) = \sum_{n} \Omega_{n}(\xi) \Phi_{n}(\eta).$$

Тоді, щоб визначити функції  $\Phi_n(\eta)$ , отримаємо задачу:

$$\frac{d^2\Phi_n}{d\eta^2} + \lambda_n \Phi_n = 0, \quad \frac{d\Phi_n}{d\eta}\Big|_{\eta=0} = 0, \quad \frac{d\Phi_n}{d\eta}\Big|_{\eta=1} = 0, \quad (6)$$

де  $\lambda_n$  і  $\Phi_n$  – власні значення і власні функції задачі. Відповідно функції  $\Omega_n$  задовольняють рівняння:

$$\frac{d\Omega_n}{d\xi} = -\lambda_n k \left(1 - e^{-\xi}\right) \Omega_n.$$
(7)

Власними значеннями задачі (6) є числа  $\lambda_n = (\pi n)^2$ , де n = 0, 1, 2..., aвласними функціями —  $\Phi_n(\eta) = \cos(\pi n \eta)$ .

3 рівняння (7) отримаємо:

$$\Omega_n(\xi) = D_n e^{-(\pi n)^2 k \left(\xi - e^{-\xi}\right)},$$

де  $D_n = const$ .

Тоді загальний розв'язок задачі (4)-(5) такий:

$$\Psi(\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n e^{-(\pi n)^2 k \left(\xi + e^{-\xi}\right)} \cos(\pi n\eta).$$

Щоб визначити невідомі величини, використаємо початкову умову:

$$\Psi(0,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n e^{-(\pi n)^2 k} \cos(\pi n\eta).$$

З другого боку,  $\Psi(0,\eta)$  можна розкласти на відрізку (0,1) у ряд Фур'є:

$$\Psi(0,\eta)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(\pi n\eta),$$

$$\exists e \ a_0 = 2 \int_0^1 \delta\left(\eta - \frac{H}{h}\right) d\eta = 2; \quad a_n = 2 \int_0^1 \delta\left(\eta - \frac{H}{h}\right) \cos(\pi n\eta) d\eta = 2 \cos\left(\pi n \frac{H}{h}\right).$$

Прирівнявши відповідні члени знайдених рядів, отримаємо:

$$D_0 = \frac{a_0}{2} = 1, \quad D_n = a_n e^{-(\pi n)^2 k} = 2e^{-(\pi n)^2 k} \cos\left(\pi n \frac{H}{h}\right).$$

Отже, в остаточному варіанті розв'язок задачі (4)-(5) буде мати наступний вигляд:

$$\Psi(\xi,\eta)=1+2\sum_{n=1}^{\infty}e^{-(\pi n)^{2}k\left(\xi+e^{-\xi}-1\right)}\cos\left(\pi n\frac{H}{h}\right)\cos(\pi n\eta).$$

Перехід до розмірних величин не викликає труднощів, оскільки відповідні формули переходу задані:

$$\frac{c}{Q} = \frac{1}{u h} \left( 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\pi n)^2 k \left(\frac{z}{l} + e^{-\frac{z}{l}}\right)} \cos\left(\pi n \frac{H}{h}\right) \cos\left(\pi n \frac{z}{h}\right) \right).$$
(8)

#### Розв'язок модельної задачі в наближенні класичної К-теорії

Під час використання К-теорії для моделювання турбулентного розсіювання газо-аерозольних домішок у ГША важливим моментом є параметризація коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії. Згідно з даними натурних експериментів [1], а також із результатами чисельного моделювання ГША К<sub>г</sub> у ГША має такі особливості: біля земної поверхні він зростає з висотою і досягає максимального значення в середній частині шару. Висота, на якій формується максимальне значення, і саме максимальне значення коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії залежать від типу стратифікації. Зі збільшенням стійкості  $K_{z \max}$ стратифікації (від дуже нестійкої до помірно стійкої) К<sub>г тах</sub> зменшується, причому зменшується також висота, на якій формується максимум. Наближаючись до верхньої межі ГША, значення К. різко зменшується і при z = h становить  $(0.1 \div 0.01)K_{z \max}$ . Таким чином, для дифузійних задач у ГША можна використовувати параметризації для К з параболічним профілем.

Використовуючи саме параболічну параметризацію  $K_z$ , в [8] отримано аналітичний розв'язок одномірного нестаціонарного рівняння дифузії, який не важко узагальнити для розглядуваної нами модельної ситуації.

Отже, розглядаємо наступну задачу:

$$u\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} K_z(z)\frac{\partial c}{\partial z},\tag{9}$$

$$c = c(x, z), \quad (0 < z < h, x > 0)$$

$$K_{z}(z) = c_{*}u_{*}z\left(1 - \frac{z}{h}\right), \tag{10}$$

$$uc(0,z) = Q\delta(z-H), \ K_{z}(z)\frac{\partial c}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0, \ K_{z}(z)\frac{\partial c}{\partial z}\Big|_{z=h} = 0,$$
(11)

де с<sub>\*</sub> – безрозмірний параметр, u<sub>\*</sub> – динамічна швидкість.

Перейшовши до безрозмірних величин, використавши рівності (3), отримаємо:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = c_* \mu \frac{\partial}{\partial \eta} \eta (1 - \eta) \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}, \qquad (12)$$

$$\Psi = \Psi(\xi, \eta), \quad (0 < \eta < 1, \xi > 0)$$

$$\Psi(0,\eta) = \delta\left(\eta - \frac{H}{h}\right); \quad \eta(1-\eta)\frac{\partial\Psi}{\partial\eta} = 0, \text{ при} \quad \eta = 0 \quad \text{i} \quad \eta = 1, \qquad (13)$$

де  $\mu = \frac{u_* \tau}{h}$ .

Розділяючи змінні ( $\Psi(\xi,\eta) = \sum_{n} \Omega_{n}(\xi) \Phi_{n}(\eta)$ ), для знаходження функцій  $\Phi_{n}(\eta)$  отримаємо задачу:

$$\eta (1-\eta) \frac{d^2 \Phi_n}{d\eta^2} + (1-2\eta) \frac{d\Phi_n}{d\eta} + \lambda_n \Phi_n = 0,$$
  

$$\eta (1-\eta) \frac{\partial \Phi_n}{\partial \eta} = 0, \text{ при } \eta = 0 \text{ i } \eta = 1$$
(14)

Із крайових умов випливає, що функції  $\Phi_n(\eta)$  мають бути обмеженими, коли  $\eta = 0$  і  $\eta = 1$ . Врахувавши це, отримаємо, що власними значеннями задачі (14) є числа  $\lambda_n = n(n+1)$ , а власними функціями є поліноми Лежандра  $P_n(2\eta - 1)$ . Тоді загальний розв'язок (12)-(13) можна записати у вигляді:

$$\Psi(\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n e^{-n(n+1)c_*\mu \xi} P_n(2\eta-1),$$

де  $D_n$  – невідомі сталі коефіцієнти. Для їх знаходження використаємо початкову умову й умову ортогональності поліномів Лежандра. Таким чином, в остаточному варіанті загальний розв'язок задачі (12)-(13) буде наступним:

$$\Psi(\xi,\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)e^{-n(n+1)c_*\mu \xi} P_n\left(2\frac{H}{h}-1\right) P_n(2\eta-1)$$

У розмірному вигляді:

$$\frac{c}{Q} = \frac{1}{u h} \left( \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) e^{-n(n+1)c_* \frac{u+x}{u h}} P_n \left( 2\frac{H}{h} - 1 \right) P_n \left( 2\frac{z}{h} - 1 \right) \right).$$
(15)

Розв'язок модельної задачі в наближенні К-теорії з формальним урахуванням залежності коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії від відстані до джерела

Вплив ієрархії турбулентних вихорів на інтенсивність процесу розсіювання газо-аерозольних домішок будемо враховувати аналогічно, як і в двопараметричному наближенні. Тобто будемо вважати, що коефіцієнт вертикальної турбулентної дифузії має вигляд:

$$K_{z}(x,z) = c_{*}u_{*}z\left(1 - \frac{z}{h}\right)\left(1 - e^{-\frac{x}{l}}\right).$$
(16)

Відшукання розв'язку задачі (9), (11) з урахуванням параметризації (16) не відрізняється від схеми, розглянутої в попередньому випадку. Відмінність полягає в тому, що функції  $\Omega_n(\xi)$  задовольняють рівняння:

$$\frac{d\Omega_n}{d\xi} = -n(n+1)c_* \mu(1-e^{-\xi})\Omega_n.$$

Таким чином, розв'язок задачі (9),(11), (16) має такий вигляд:

$$\frac{c}{Q} = \frac{1}{u h} \left( \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) e^{-n(n+1)c_* \mu \left(\frac{x}{l} + e^{\frac{x}{l}} - 1\right)} P_n \left(2\frac{H}{h} - 1\right) P_n \left(2\frac{z}{h} - 1\right) \right).$$
(17)

# Визначення вхідних параметрів аналітичних дифузійних моделей

У конвективному ГША параметри турбулентності, які входять у розглянуті вище дифузійні моделі, можна оцінити за значеннями трьох розмірних величини  $u_*$  (динамічна швидкість), L (лінійний масштаб Моніна-Обухова) і h (висота ГША) [1]. Доцільно також використовувати і характерний масштаб вертикальної швидкості:

$$w_* = u_* \left(-\frac{h}{\kappa L}\right)^{\frac{1}{3}},$$

де к – стала Кармана. Вказані величини будемо розглядати як основні вхідні параметри дифузійних моделей. Зазначимо, що результати моделювання атмосферної дифузії на основі аналітичних розв'язків (8), (15) та (17) будемо тестувати, використовуючи дані Копенгагенського дифузійного експерименту [6], у ході проведення якого величини u<sub>\*</sub>, L і безпосередньо ЧИ визначались опосередковано. вимірювалися h Експеримент проводився протягом 1978-1979 рр. у північній частині Копенгагену (Данія). Трасер (гексафторид сірки, SF<sub>6</sub>) викидався в атмосферу на висоті 115 м без плавучості. Вимірювання концентрації проводилось на рівні земної поверхні не більше ніж на трьох дугах концентричних кіл. Параметр шорсткості ( z<sub>0</sub> ) дорівнював 0.6 м.

У конвективних умовах у приземному шарі швидкість вітру параметризують, як правило, у вигляді:

$$u = \frac{u_*}{k} \left[ \ln(z / z_0) - \psi_m(z / L) + \psi_m(z_0 / L) \right],$$

де  $\psi_m(z/L)$  – функція стійкості. Вище приземного шару швидкість регулярного перенесення можна вважати сталою. Тому в дифузійних моделях в якості величини *u* будемо використовувати швидкість вітру на висотах вище приземного шару. У дифузійному експерименті *u* вимірювалася на висоті джерела.

У горизонтально однорідному конвективному ГША вертикальний профіль  $\sigma$  можна задати, використовуючи формули Пановського та ін. [9, 1]. У [1] також приведено формули, які описують профіль лагранжевого часового масштабу  $\tau$ . Зазначимо, що з математичної точки зору, вказані профілі є функціями вертикальної координати z, в які входять три розмірних параметри  $w_*$ , L і h.

Оскільки необхідною умовою використання двопараметричної моделі є незалежність  $\sigma$  і  $\tau$  від вертикальної координати, то у (8) будемо використовувати їх середні за висотою значення, обчислені на основі відновлених за величинами  $w_*$ , L і h вертикальних профілів.

В аналітичних розв'язках (15), (17) єдиним параметром, що потребує додаткового задання, є безрозмірний параметр  $c_*$ . Для його визначення використаємо параметризацію  $K_z(z)$ , запропоновану у [7]. Згідно із [7], за нестійкої стратифікації (L < 0):

$$K_{z} = K_{zm} + K_{zc}, \quad K_{zm} = 0.3 \, z \, u_{*} (1 - z / h), \quad K_{zc} = \frac{0.24 \, z \, (z / h)^{1/3}}{q_{wc}^{4/3}} w_{*},$$

$$q_{wc} = \begin{cases} 0.48, & z \le 0.1h \\ 1.6 \ z \ / \ h \ (1 - e^{-4z \ / \ h} - 3 \cdot 10^{-4} \ e^{8z \ / \ h})^{-1}, & 0.1h \le z \le h \end{cases}$$
(18)

де  $K_{zm}$  – механічна частина, а  $K_{zc}$  – конвективна частина коефіцієнта - функція стабільності. турбулентної дифузії;  $q_{wc}$ вертикальної Параметризація (18) є трипараметричною ( $K_{z} = f(L, h, u_{*})$ ). Як і (10), вона також належить до класу параболічних параметризацій. Очевидно, параметризацію (18), яка більш правильно відтворює реальний хід К<sub>г</sub> у конвективному ГША, важко використати для отримання аналітичних розв'язків дифузійних (саме тому дифузійних задач В задачах використовувалася параметризація (10)).

Параметр  $c_*$  можна знайти як значення, що мінімізує квадратичну нев'язку між (10) і (18) за одних і тих самих значень параметрів  $u_*$  і h. На рис. 1 представлено приклади відновлених на основі (18) і (10) профілів  $K_z$ .



Рис. 1. Вертикальні профілі коефіцієнта вертикальної турбулентної дифузії, відновлені на основі даних дифузійного експерименту (табл. 1.): 1 – 09.11.78 ( $c_* = 0.96$ ); 2 – 19.10.78 ( $c_* = 1.58$ ); 3 – 20.09.78 ( $c_* = 2.36$ )

У табл. 1 наведено результати вимірів характеристик турбулентного стану в ГША у ході проведення експерименту та розраховані за ними значення вхідних параметрів дифузійних задач.

Таблиця 1

Номер експе- римен- ту	Дата	Експериментальні значення характеристик турбулентності				Обчислені значення вхідних параметрів дифузійних задач		
		$\mathcal{U}_*, \mathcal{M} \cdot c^{-l}$	<i>L</i> , м	h , м	$u_{115}, m \cdot c^{-l}$	$\sigma$ , ${}^{\mathcal{M}\cdot c^{-l}}$	τ, c	${\mathcal C}_*$
1	20.09.1978	0.37	-46	1980	3.4	0.96	249.45	2.36
2	26.09.1978	0.74	-384	1920	10.6	0.95	243.80	1.31
3	19.10.1978	0.39	-108	1120	5.0	0.64	213.01	1.58
4	03.11.1978	0.39	-173	390	4.6	0.39	122.34	1.07
5	09.11.1978	0.46	-577	820	6.7	0.39	254.21	0.96
6	30.04.1979	1.07	-569	1300	13.2	1.07	147.97	1.07
7	27.06.1979	0.65	-136	1850	7.6	1.15	193.67	1.70

Експериментальні дані про стан турбулентності (згідно з [6]) та обчислені за ними значення вхідних параметрів дифузійних задач

#### Результати обчислень

Результати розрахунків нормованої приземної (при z=0) концентрації домішок на основі аналітичних розв'язків (8), (15) та (17) представлені в табл. 2.

З аналізу таблиці можна зробити висновок, що всі три аналітичні моделі мають непогане узгодження з експериментальними даними. Все ж результати, розраховані на основі двопараметричної параметризації, є «найближчими» до експериментальних значень. Цей висновок підтверджується розрахунком нормованої середньої квадратичної помилки ( $\varepsilon$ ) за наступною формулою [12]:

$$\varepsilon = \frac{\overline{(c_e - c_p)^2}}{\overline{c_e} \, \overline{c_p}},$$

де  $c_e$  і  $c_p$  – експериментальне та розраховане значення концентрації відповідно. Так для двопараметричної параметризації  $\varepsilon = 0.09$ , для класичної К-теорії  $\varepsilon = 0.25$ , для К-теорії з формальним врахуванням залежності  $K_z$  від повздовжньої координати  $\varepsilon = 0.19$ .

## Таблиця 2

Номер	_	Відстань ло	$c/Q * 10^{-4}, c \cdot m^{-2}$					
експери- менту	Дата	джерела, м	Експери- мент	розв'язок (8)	розв'язок (15)	розв'язок (17)		
1	20.09.1978	1900	6.48	5.72	5.25	7.21		
1	20.09.1978	3700	2.31	3.71	3.29	3.95		
2	26.09.1978	2100	5.38	3.57	2.81	2.31		
2	26.09.1978	4200	2.95	2.35	1.98	2.80		
3	19.10.1978	1900	8.20	7.04	5.71	6.64		
3	19.10.1978	3700	6.22	4.87	4.02	4.85		
3	19.10.1978	5400	4.30	3.92	3.20	3.65		
4	03.11.1978	4000	11.70	8.20	6.61	6.90		
5	09.11.1978	2100	6.72	6.18	5.02	3.51		
5	09.11.1978	4200	5.84	5.49	4.11	4.84		
5	09.11.1978	6100	4.97	4.62	3.42	4.01		
6	30.04.1979	2000	3.96	3.09	2.38	1.97		
6	30.04.1979	4200	2.22	2.16	1.70	2.21		
6	30.04.1979	5900	1.83	1.76	1.38	1.74		
7	27.06.1979	2000	6.70	3.81	3.25	4.28		
7	27.06.1979	4100	3.25	2.37	2.07	2.72		
7	27.06.1979	5300	2.23	2.00	1.72	2.15		

Виміряні ([6]) та розраховані на основі отриманих аналітичних розв'язків значення нормованої приземної концентрації домішок

Наочним підтвердженням зробленого висновку є діаграма розсіювання розрахованих значень концентрації навколо прямої «істинних» значень виміряної концентрації (рис. 2).



Рис. 2. Залежність розрахованих значень нормованих приземних концентрації домішок від виміряних в ході проведення Копенгагенського дифузійного експерименту

#### Висновки

проведених розрахунків та їх оцінка Результати на основі експериментальними вимірами порівняння 3 дозволяють зробити висновок, що у «ближній зоні» від точкового постійно діючого висотного джерела ефект зростання величини К<sub>2</sub> з відстанню до джерела є дуже важливим. Нехтування зазначеним ефектом, як це відбувається в класичній К-теорії, може призводити до похибок. Так, серед результатів трьох аналітичних дифузійних моделей саме К-теорія має найбільшу помилку. Варто зазначити, що незважаючи на неврахування залежності параметрів  $\sigma$  і  $\tau$  від висоти, двопараметрична параметризація дає найкращий збіг з експериментом. Таким чином, вона може бути використана для прогнозування розповсюдження забруднень у «ближній зоні» точкового джерела в конвективному ГША.

\* \*

- 1. Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей / Под ред. Ф. Т. М. Ньистадта и Х. Ван Допа. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 348 с.
- 2. Волощук В.М., Скриник О.Я. Параметризация турбулентной диффузии газо-аэрозольной примеси в атмосфере на основе уравнения Фоккера-Планка // Наук. пр. УкрНДГМІ. – 2002. – Вип. 250. – С. 7-18.
- 3. Волощук В.М., Скриник О.Я., Степаненко С.М. Двохпараметрична параметризація вертикальної турбулентної дифузії аерозольних домішок у граничному шарі атмосфери // Метеорологія, кліматологія і гідрологія. 2005. Вип. 49. С. 5-17.
- 4. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М: Наука, 1966. 724 с.
- 5. *Deardorff J.W., Willis G.E.* A parameterization of diffusion into the mixed layer // Journal of Applied Meteorology. – 1975, V 14. – P. 1451-1458.
- 6. *Gryning S.E., Lyck E.* Atmospheric dispersion from elevated sources in an urban area: comparison between tracer experiments and model calculations // Journal of Climate and Applied Meteorology. 1984, V 23. P. 651-660.
- Mangia C., Moreira D.M., Schipa I., Degrazia G.A., Tirabassi T., Rizza U. Evaluation of a new eddy diffusivity parameterisation from turbulent Eulerian spectra in different stability conditions // Atmospheric Environment. – 2002, V 36. – P. 67-76.
- 8. *Nieuwstadt F.T.M.* An analytic solution of the time-dependent one-dimensional diffusion equation in the atmospheric boundary layer // Atmospheric Environment. 1980, V 14. P. 1361-1364.
- 9. *Panofsky H.A., Tennekes H., Lenschow D.H., Wyngaard J.C.* The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions // Boundary Layer Meteorology. 1977, V. 11. P. 355-361.
- 10. *Pasquill F., Smith F.B.* Atmospheric diffusion. Ellis Horwood Ltd publishers, Chichester, 1983. 437 p.
- 11. *Sharan M., Singh M.P., Yadav A.K.* A mathematical model for the atmospheric dispersion in low winds with eddy diffusivities as linear functions of downwind distance // Atmospheric Environment. 1996, V 30. P. 1137-1145.
- 12. *Sharan M., Modani M.* A two-dimensional analytical model for the dispersion of air-pollutants in the atmosphere with a capping inversion // Atmospheric Environment. 2006, V 40. P. 3479-3489.

Український науково-дослідний гідрометеорологічний інститут, Київ

# О.Я. Сриник

## Диффузия атмосферной примеси в ближней зоне точечного высотного источника в конвективном пограничном слое

Получены аналитические решения модельной диффузионной задачи для «ближней зоны» от точечного источника в разных приближениях: двухпараметрической параметризации, классической К-теории и К-теории формальным vчетом зависимости коэффициента вертикальной С диффузии турбулентной от расстояния до источника. Проведен сравнительный анализ результатов моделирования на основе полученных эмпирическими Копенгагенского решений С данными диффузного эксперимента.

# O.Ya. Skrynyk

#### Near-source atmospheric dispersion in the convective boundary layer

Analytical solutions of a model near-source diffusion problem are received using different formulations (two-parametrical parameterization, the classical K-theory and the K-theory with the dependence of vertical turbulent diffusivity on a distance to a source). Comparison of modelling results against the empirical data of Copenhagen diffusion experiment is carried out.