УДК 551.584

Т.А. Белый

ФИЗИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ТЕНЗОРА ДЕФОРМАЦИИ МАКРОМАСШТАБНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ И ЕГО РОЛЬ В УРАВНЕНИИ БАЛАНСА ЭНТРОПИИ

Важной компонентой уравнения баланса энтропии является тензор деформации, который указывает на содержание перестроечного механизма в общей циркуляции атмосферы. Производная по времени от тензора деформации, в свою очередь, указывает на скорость происходящей деформационной перестройки. Если эта скорость соответствует колебаниям на временном интервале климатических эпох, то этот вид колебаний соответствует перестройкам климата.

Введение

Второе начало термодинамики характеризует основные особенности текущих изменений климата, т. к. оно задает тенденцию макромасштабных преобразований, что показано в работах [1, 2, 7, 8].

В этих работах предложен новый подход к изучению эволюции климата и его перестроек на основе классической теории поля, в которой особое внимание уделено физике долговременных атмосферных процессов планетарного масштаба, обладающих свойством влиять на энтропию в качестве глобальной термодинамической характеристики климатообразующего процесса.

До настоящего времени в задачах теории климата не исследовались вопросы совместимого решения уравнения баланса энтропии и уравнений планетарной динамики атмосферы, используя спектральные методы.

Важной компонентой уравнения баланса энтропии является тензор деформации, который указывает на содержание перестроечного механизма в общей циркуляции атмосферы. Производная по времени от тензора деформации, в свою очередь, указывает на скорость происходящей деформационной перестройки.

Знание прогностических значений компонентов тензора макромасштабной турбулентности позволяет в прогнозе элементов движения определять процессы с отрицательной и положительной вязкостью и их фон в будущем. Если прогноз компонентов тензора определяет должную картину описания развития нелинейных процессов с отрицательной и положительной вязкостью, то это означает, что проблема баланса процессов передачи энергии по спектру и перестройки синоптических процессов решена с достаточной степенью точности. При этом прогностическая модель описывает не только диссипативное затухание, но и определяет с необходимой точностью обратный процесс передачи энергии от движений меньшего масштаба к движениям большего масштаба.

Постановка задачи

Уравнение локального баланса энтропии для сплошной среды с учетом неравновесных термодинамических процессов выпишем в общем [3]:

$$\rho\dot{s}+\nabla\mathbf{J}_S=\rho\dot{s}+\nabla\frac{\mathbf{J}_q-\sum\limits_{k=1}^{K}\mu_k\,\mathbf{J}_k}{T}=\frac{1}{T}\left(\sum_{j=1}^{R}J_jA_j^*+\mathbf{J}_q\cdot\mathbf{X}_q^*+\sum_{k=1}^{K}\mathbf{J}_k\cdot\mathbf{X}_k^*+p^vX_v^*+\overset{\circ}{\mathbf{P}}{}^{vs}:\overset{\circ}{\mathbf{X}}{}_v^{s^*}+\mathbf{P}^{va}\cdot\mathbf{X}_v^{a^*}\right),\quad(1)$$

где T – температура системы, $A_j^*\,J_j$ – скорость потоков фазовых переходов; $\mathbf{X}_q^*$ – термодинамическая сила, обусловленная конвективной теплопроводностью; $\mathbf{J}_q$ – полярный вектор потока тепла; $\mathbf{X}_k^*$ – термодинамические силы турбулентной диффузии; $\mathbf{J}_k$ – плотность потока турбулентной диффузии; X_v^* – скалярная сила вязкости; p^v – вязкое давление; $\overset{\circ}{\mathbf{X}}{}_v^{s^*}$ – тензорная сила вязкости; $\overset{\circ}{\mathbf{P}}{}^{vs}$ – симметричная часть тензора вязкого давления второго ранга; $\mathbf{X}_v^{a^*}$ – термодинамическая сила, вызывающая необратимый процесс; $\mathbf{P}^{va}$ – антисимметричная часть тензора вязкого давления. Символ (:) означает операцию двойного сворачивания результата тензорного произведения на уровень скалярной величины – дивергенции. Символом (*) отмечены термодинамические силы.

Как видно, в правую часть уравнения (1) входит тензор деформации:

$$\overset{\circ}{\mathbf{P}}{}^{vs}:\overset{\circ}{\mathbf{X}}{}_v^{s^*}+\mathbf{P}^{va}\cdot\mathbf{X}_v^{a^*}.$$

Согласно [4] элементарное относительное перемещение можно рассматривать как геометрическую сумму двух слагаемых – вектора с проекциями чистой деформации и вектора, выражающего элементарное вращательное движение.

Выпишем тензор деформации в суммарном виде, без разделения на составляющие в виде [3]:

$$\overset{\circ}{\mathbf{P}}{}^{vs} = \begin{bmatrix} \dfrac{2P_{11}^v - P_{22}^v - P_{33}^v}{3} & \dfrac{P_{21}^v + P_{12}^v}{2} & \dfrac{P_{31}^v + P_{13}^v}{2} \\ \dfrac{P_{12}^v + P_{21}^v}{2} & \dfrac{2P_{22}^v - P_{11}^v - P_{33}^v}{3} & \dfrac{P_{32}^v + P_{23}^v}{2} \\ \dfrac{P_{13}^v + P_{31}^v}{2} & \dfrac{P_{23}^v + P_{32}^v}{2} & \dfrac{2P_{33}^v - P_{11}^v - P_{22}^v}{3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}^{va} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{P_{21}^v - P_{12}^v}{2} & \dfrac{P_{31}^v - P_{13}^v}{2} \\ \dfrac{P_{12}^v - P_{21}^v}{2} & 0 & \dfrac{P_{32}^v - P_{23}^v}{2} \\ \dfrac{P_{13}^v - P_{31}^v}{2} & \dfrac{P_{23}^v - P_{32}^v}{2} & 0 \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Верхний нолик означает равенство нулю следа, симметричного тензора деформации.

Ввиду того, что уравнение (1) в своей основе включает аксиальные вектора, например $\mathbf{X}_v^{a^*} = -(\nabla \times \mathbf{v} - 2\boldsymbol{\omega})$ – тензорная сила вязкости, тогда согласно [5] тензоры, основанные на аксиальных векторах, являются тензорной плотностью. Как показано в работе [6], функция тензорной плотности достаточно точно описывает скалярные метеорологические поля давления, температуры, скорости ветра и т.д.

При рассмотрении каких-либо деформаций важным является то, с какой скоростью эта деформация происходит, т.к. при исследовании перестроек климатического типа, скорость деформации должна происходить с низкой частотой. Таким образом, производная по времени от тензора деформации указывает на тип деформационной перестройки, если она происходит с низкой частотой климатического тренда.

В качестве основы при диагностике перестроек климата в работах [7, 8] введено понятие термодинамического континуума планетарной атмосферы. Поскольку энтропия термодинамической системы процессов, формирующих климат, является глобальной характеристикой, то и субстанции термодинамического континуума должны иметь глобальный масштаб своего проявления. Такими субстанциями могут быть спектральные моды атмосферных процессов планетарного масштаба в базисе обобщенных сферических функций [9, 10].

Тогда производная по времени от тензора деформации дает в результате тензор третьего ранга, определяющий скорость, с которой произошла указанная деформация. Количество компонент тензора составит 27 и может быть отфильтровано по их значимости. Т.е. выбор направления, в котором происходит деформационный процесс, обозначит тренд наступающей климатической эпохи.

Метод решения

Согласно [9, 10], для вывода инвариантных относительно вращений компонент тензоров (2), определим его тремя векторами: $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y, \mathbf{P}_z$. Тогда разложения этих векторов по ортам есть:

$$\mathbf{P}_x = \mathbf{i}p_{11} + \mathbf{j}p_{12} + \mathbf{k}p_{13},\ \mathbf{P}_y = \mathbf{i}p_{21} + \mathbf{j}p_{22} + \mathbf{k}p_{23},\ \mathbf{P}_z = \mathbf{i}p_{31} + \mathbf{j}p_{32} + \mathbf{k}p_{33}.$$

Представим векторы $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y, \mathbf{P}_z$ в инвариантном относительно вращений виде:

$$\mathbf{P}_x - i\mathbf{P}_y = \mathbf{i}(p_{11} - ip_{21}) + \mathbf{j}(p_{12} - ip_{22}) + \mathbf{k}(p_{13} - ip_{23});$$
$$\mathbf{P}_x + i\mathbf{P}_y = \mathbf{i}(p_{11} + ip_{21}) + \mathbf{j}(p_{12} + ip_{22}) + \mathbf{k}(p_{13} + ip_{23});$$
$$\mathbf{P}_z = \mathbf{i}p_{31} + \mathbf{j}p_{32} + \mathbf{k}p_{33}.$$

Приведем и орты к виду инвариантному относительно вращений:

$$\mathbf{i} - i\mathbf{j}, \qquad \mathbf{i} + i\mathbf{j}, \qquad \mathbf{k}.$$

На базе данных преобразований матрица перехода от ортов $\mathbf{i} - i\mathbf{j}$, $\mathbf{i} + i\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ к векторам: $(\mathbf{P}_x - i\mathbf{P}_y; \mathbf{P}_x + i\mathbf{P}_y; \mathbf{P}_z)$ запишется в виде:

$$\begin{Vmatrix} p_{11} - i\,p_{21} - i(p_{12} - ip_{22}) & p_{11} - i\,p_{21} + i(p_{12} - ip_{22}) & p_{13} - ip_{23} \\ p_{11} + i\,p_{21} + i(p_{12} - ip_{22}) & p_{11} + i\,p_{21} + i(p_{12} + ip_{22}) & p_{13} + ip_{23} \\ p_{31} - ip_{32} & p_{31} + ip_{32} & p_{33} \end{Vmatrix} \tag{3}$$

Матрица (3) определяет тензор, заданный совокупностью инвариантных относительно вращений ортов, преобразовавшихся в такую же совокупность инвариантных относительно вращений векторов. Таким образом, каждая компонента тензора (3) при вращении преобразуется независимо от других. В результате вращения, переводящего любую точку со сферическими координатами в северный полюс сферы, как это показано в [11], базисные векторы $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$ перейдут в $\mathbf{P}_\varphi, \mathbf{P}_\theta, \mathbf{P}_r$. Исходя из этого тензор (3) можно переписать для сферической системы координат:

$$\begin{Vmatrix} p_{\varphi\varphi}-p_{\theta\theta}+i\left(p_{\theta\varphi}+p_{\varphi\theta}\right) & p_{\varphi\varphi}+p_{\theta\theta}-i\left(p_{\varphi\theta}-p_{\theta\varphi}\right) & -p_{\varphi r}-ip_{\theta r} \\ p_{\varphi\varphi}+p_{\theta\theta}+i\left(p_{\varphi\theta}-p_{\theta\varphi}\right) & p_{\varphi\varphi}-p_{\theta\theta}-i\left(p_{\theta\varphi}+p_{\varphi\theta}\right) & -p_{\varphi r}+ip_{\theta r} \\ -p_{r\varphi}-ip_{r\theta} & -p_{r\varphi}+ip_{r\theta} & p_{rr} \end{Vmatrix} \quad (4)$$

Введем обозначения:

$$p_{\varphi\theta}=\overline{v'_{\varphi}v'_{\theta}},\ p_{\theta\theta}=\left(\overline{v'_{\theta}}\right)^2 \text{ и т.д;} \qquad V=-v_{\varphi}-iv_{\theta},\ U=v_{\varphi}-iv_{\theta},\ \tau_r,$$

где U, V – составляющие скорости ветра; $\tau \sim \omega$ – аналог вертикальной скорости; v' – пульсации скорости ветра в сферических координатах.

Тогда компоненты тензора (4) могут быть, согласно [9-11], представлены рядами по базисным системам обобщенных сферических функций, а сам тензор (4) запишется в следующем виде:

$$\begin{Vmatrix} \overline{(V')}^2 & \left(\overline{V'U'}\right) & \left(\overline{V'\tau'}\right) \\ \left(\overline{U'V'}\right) & \overline{(U')}^2 & \left(\overline{U'\tau'}\right) \\ \left(\overline{V'\tau'}\right) & \left(\overline{U'\tau'}\right) & \overline{(\tau')}^2 \end{Vmatrix}. \quad (5)$$

Расчет тензора второго ранга (5), в котором элементами будут моменты связи второго рода, а также тензора третьего ранга с моментами связи третьего рода, позволяет точнее понять структуру добавочного движения и осуществлять ее дополнительный прогноз на основе уравнений моментов прогноза связи.

Любой метеорологический элемент мы можем представить в следующем виде: $f=\bar{f}+f'$, где $\bar{f}$ – среднее значение; f' – пульсация.

Тогда компоненты тензора (5) можно выразить следующим образом:

$$V=\overline{V}+V'=\sum_{l=1}^{L}\sum_{n=-l}^{l}\overline{V}_{l,n}T_{1,n}^{l}+\sum_{l=L+1}^{L+N}\sum_{n=-l}^{l}V'_{l,n}T_{1,n}^{l},$$

$$U=\overline{U}+U'=\sum_{l=1}^{L}\sum_{n=-l}^{l}\overline{U}_{l,n}T_{-1,n}^{l}+\sum_{l=L+1}^{L+N}\sum_{n=-l}^{l}U'_{l,n}T_{-1,n}^{l},$$

$$v=\bar{v}+v'=\sum_{l=1}^{L}\sum_{n=-l}^{l}\bar{v}_{l,n}T_{0,n}^{l}+\sum_{l=L+1}^{L+N}\sum_{n=-l}^{l}v'_{l,n}T_{0,n}^{l}. \quad (6)$$

$T_{mn}^{l}=e^{-in\varphi}P_{mn}^{l}(\cos\theta)$ – обобщенные сферические функции, где φ – азимутальный угол, соответствующий долготе точки на сфере; θ– угол дополнения широты, отсчитываемый от северного полюса к южному полюсу через экватор. Волновой вектор (l,n) задает количество сферических волн по меридиану между полюсами и по кругу широты.

Индекс m определяет номер набора обобщенных функций каждой компоненте вектора или тензора.

Спектральное представление компонентов тензора (5) рассмотрим на примере компоненты $\left(\overline{V}'\right)^2$.

$$\left(\overline{V}'\right)^2 = \overline{\left(\sum_{k=L+1}^{L+N} \sum_{s=-k}^{k} V'_{k,s} T_{1s}^{k}\right)\left(\sum_{q=L+1}^{L+N} \sum_{j=-q}^{q} V'_{q,j} T_{1j}^{q}\right)} = \overline{\sum_{k=L+1}^{L+N} \sum_{s=-k}^{k} \sum_{q=L+1}^{L+N} \sum_{j=-q}^{q} V'_{k,s} V'_{q,j} T_{1s}^{k} T_{1j}^{q}},$$

где

$$T_{1s}^{k} T_{1j}^{q} = \sum_{v=|k-q|}^{k+q} c_{1,1,2}^{k,q,v} c_{s,j,s+j}^{k,q,v} T_{2,s+j}^{v}.$$

Данная запись определяет операцию усреднения по спектру. Отнесем к знаку усреднения логическую выборку сферических функций, определяющих среднее движения в формулах (6). Тогда получим следующее выражение:

$$T_{1s}^{k} T_{1j}^{q} = \sum_{v=|k-q|}^{L} c_{1,1,2}^{k,q,v} c_{s,j,s+j}^{k,q,v} T_{2,s+j}^{v} + \sum_{v=L+1}^{(k+q)>L+1} c_{1,1,2}^{k,q,v} c_{s,j,s+j}^{k,q,v} T_{2,s+j}^{v}.$$

Если $L \le k+q$, все члены выражения (6) входят в описание среднего в компонентах тензора напряжений; при $L > k+q$ оставшиеся члены описывают пульсационную область решения.

Учитывая это, перепишем выражение для $\left(\overline{V}'\right)^2$ в следующем виде:

$$\left(\overline{V}'\right)^2 = \overline{\sum_{k=L+1}^{L+N} \sum_{s=-k}^{k} \sum_{q=L+1}^{L+N} \sum_{j=-q}^{q} V'_{k,s} V'_{q,j} \sum_{v=|k-q|}^{k+q} c_{s,j,s+j}^{k,q,v}\ c_{1,1,2}^{k,q,v} T_{2,s+j}^{v}} =$$

$$= \sum_{l=2}^{L} \sum_{n=-l}^{l} \left(\sum_{k=L+1}^{L+N} \sum_{s=-k}^{k} \sum_{q=L+1}^{L+N} \sum_{j=-q}^{q} V'_{k,s} V'_{q,j} \sum_{v=|k-q|}^{k+q} \sigma\, c_{1,1,2}^{k,q,v}\right)_{l,n} T_{2,n}^{l},$$

где $c_{s,j,s+j}^{k,q,v}$ – коэффициенты Клебша–Гордона;

$$\sigma = \begin{cases} c_{s,j,s+j}^{k,q,v} & \text{при } v = l,\ s+j = n,\ |k-q| \le l \le k+q,\ l \le L \\ 0 & \text{при } v \ne l,\quad s+j \ne n,\quad l < |k-q|,\quad l > L \end{cases}$$

Таким образом, произведения векторов удваивают итоговый ряд, относя удвоенный остаток в сферу рассеяния.

На основе этого уравнения относительно тензора корреляционных моментов второго порядка, записанные в форме инвариантной относительно вращений, имеют вид [9-10]:

$$\frac{\partial\overline{V'U'}}{\partial t} = -\overline{V'\tau'}\frac{\partial\overline{U}}{\partial p} - \dot{\tau}\,\overline{V'\frac{\partial U'}{\partial p}} - \overline{V\tau'\frac{\partial U'}{\partial p}} - \overline{V'\tau'\frac{\partial U'}{\partial p}} - \frac{i}{2a}\left[\left(\overline{V}'\right)^2 L_3\left(\overline{U}\right) + 2\overline{VV'L_3(U')} + \overline{V'^2 L_3(U')}\right] -$$

$$-\frac{i}{2a}\left[\overline{V'U'}L_4\left(\overline{U}\right) + \overline{UV'L_4(U')} + \overline{VU'L_4(U')} + \overline{V'U'L_4(U')}\right] + \frac{i}{a}\overline{V'L_5(\Phi')} - \frac{K}{a^2}\overline{V}L_8\left(\overline{U}\right) -$$

$$-\left[\overline{U'\tau'}\frac{\partial\overline{V}}{\partial p} - \overline{U'\frac{\partial U'}{\partial p}}\dot{\tau} - \overline{U\tau'\frac{\partial V'}{\partial p}} - \overline{U'\tau'\frac{\partial V'}{\partial p}}\right] - \frac{i}{2a}\left[\overline{V'U'}L_1\left(\overline{V}\right) + \overline{UV'L_1(V')} + \overline{VU'L_1(V')} + \overline{V'U'L_1(V')}\right] -$$

$$-\frac{i}{2a}\left[\left(\overline{U'}\right)^2 L_2\left(\overline{V}\right) + 2\overline{UU'L_2(V')}\right] + \frac{i}{a}\overline{U'L_6(\Phi')} - \frac{k}{a^2}\overline{U}L_7\left(\overline{V}\right);$$

$$\frac{\partial\left(\overline{U}'\right)^2}{\partial t} = -2\left[\frac{\partial\overline{U}}{\partial p}\overline{U'\tau'} + \dot{\tau}\overline{U'\frac{\partial U'}{\partial p}} + \overline{U\tau'\frac{\partial U}{\partial p}} + \overline{U'\tau'\frac{\partial U'}{\partial p}}\right] -$$

$$-\left[L_3\left(\overline{U}\right)\overline{V'U'} + \overline{VU'L_3(U')} + \overline{UV'L_3(U')} + \overline{U'V'L_3(U')}\right] -$$

$$-\frac{i}{a}\left[\left(\overline{U'}\right)^2 L_4\left(\overline{U}\right) + 2\overline{UU'L_4(U')} + \left(\overline{U}'\right)^2\overline{L_4(U')}\right] - 4i\,\omega\cos\theta\left(\overline{U}'\right)^2 + \frac{2i}{a^2}\overline{U'L_5(\Phi')} - \frac{2K}{a^2}\overline{U}L_8\left(\overline{U}\right);$$

$$\frac{\partial\left(\overline{V}'\right)^2}{\partial t} = -2\left[\frac{\partial\overline{V}'}{\partial p}\overline{V'\tau'} + \dot{\tau}\overline{V'\frac{\partial V'}{\partial p}} + \overline{V\tau'\frac{\partial V'}{\partial p}} + \overline{V'\tau'\frac{\partial V'}{\partial p}}\right] -$$

$$-\frac{i}{a}\left[L_2\left(\overline{V}\right)\overline{V'U'} + \overline{VU'L_2(V')} + \overline{UV'L_2(V')} + \overline{U'V'L_2(V')}\right] - \qquad (7)$$

$$-\frac{i}{a}\left[\overline{V'^2}L_1\left(\overline{V}\right) + 2\overline{VV'L_1(V')} + \left(\overline{V}'\right)^2\overline{L_1(V')}\right] + 4i\,\omega\cos\theta\left(\overline{V}'\right)^2 + \frac{2i}{a^2}\overline{V'L_6(\Phi')} - \frac{2K}{a^2}\overline{V}L_7\left(\overline{V}\right);$$

Операторы L_j – определяются следующими выражениями:

$$L_j = \frac{\partial}{\partial\theta} - (-1)^j\frac{i}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\varphi} + b_j ctg\,\theta(...)\ ; \quad \left(j = 1, 2, ..., 6\right);$$

$$L_j = \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \mathrm{ctg}\,\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + d_i\frac{2i\cos\theta}{\sin^2\theta} - c_j\frac{(...)}{\sin^2\theta}\ ; \ \left(j = 7, 8, 9\right);$$

$$b_j = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad j = 1,4 \\ -1 & \text{при} \quad j = 2,3 \\ 0 & \text{при} \quad j = 5,6 \end{cases}; \qquad d_j = \begin{cases} -1 & \text{при} \quad j = 7 \\ 1 & \text{при} \quad j = 8 \\ 0 & \text{при} \quad j = 9 \end{cases}; \qquad c_j = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad 7,8 \\ 0 & \text{при} \quad 9 \end{cases}.$$

В уравнениях (7) коэффициент K определяет турбулентную вязкость, введенную в уравнения движения среднего течения.

Для определения прогностических уравнений для составляющих $\overline{U'\tau'}$, $\overline{V'\tau'}$, $(\tau')^2$ тензора турбулентности (7) наряду с уравнениями движения необходимо привлечь третье уравнение движения для турбулентного и среднего движения. Уравнение движения для третьей проекции скорости, согласно [9], берется в следующем виде:

$$D\frac{\partial\tau}{\partial t}-T=\frac{p}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial p},$$

где D – безразмерный параметр, T – температура, P – заданное значение давления.

Данное уравнение означает, что изменение во времени аналога вертикальной скорости τ в изобарической системе координат должно до некоторой степени компенсировать нарушение статического баланса.

Далее, для турбулентного движения, применяя операцию усреднения по Рейнольдсу, получим следующие выражения:

$$\frac{\partial\overline{\tau'V'}}{\partial t}=-\overline{\tau'^2}\frac{\partial\overline{V}}{\partial p}-\overline{\tau'^2\frac{\partial V'}{\partial p}}-\overline{2\tau\tau'\frac{\partial V'}{\partial p}}+\frac{i}{2a}\left[\overline{V}'^2L_5(\overline{\tau})+2\overline{VV'L_5(\tau')}+\overline{V'^2L_5(\tau')}\right]-$$

$$-\frac{i}{2a}\left[\overline{V'\tau'}L_1(\overline{V})+\overline{\tau V'L_1(V')}+\overline{V'\tau'L_1(V')}+\overline{U'\tau'L_2(V')}+\overline{U'\tau'L_2(V)}+\overline{U'\tau L_2(V')}+\overline{U'\tau'L_2(V')}\right]+$$

$$+2i\omega\cos\theta\overline{V'\tau'}+\frac{i}{a}L_6\overline{(\Phi')\tau'}-\frac{K}{a^2}\overline{\tau}L_7(\overline{V})-\frac{i}{2a}\left[\overline{V'U'}L_6(\tau')+\overline{UV'L_6(\tau')}+\overline{VU'L_6(\tau')}+\overline{V'U'L_6(\tau')}\right]-$$

$$-\frac{i}{2a}\left[\overline{V}'^2L_2(\overline{\tau})+2\overline{VV'L_5(\tau')}+\overline{V}'^2L_5(\tau')\right]+\frac{1}{D}\overline{V'T'}+\frac{p}{RD}\frac{\partial\overline{\Phi}'}{\partial p}\overline{V}'$$

$$\frac{\partial\overline{\tau'U'}}{\partial t}=-\overline{\tau'^2}\frac{\partial\overline{U}}{\partial p}-\overline{\tau'^2\frac{\partial U'}{\partial p}}-\overline{2\tau\tau'\frac{\partial U'}{\partial p}}-$$

$$-\frac{i}{2a}\left[\overline{V'\tau'}L_3(U')+\overline{\tau V'L_3(U')}+\overline{V'\tau'L_3(U')}+\overline{U'\tau'L_3(U')}+\overline{U'\tau'L_4(U')}+\overline{U'\tau L_4(U')}+\overline{U'\tau'L_4(U')}\right]+$$

$$+2i\omega\cos\theta\overline{U'\tau'}+\frac{i}{a}L_5\overline{(\Phi')\tau'}-\frac{K}{a^2}\overline{\tau}L_8(U')-\frac{i}{2a}\left[\overline{V'U'}L_5(\overline{\tau})+\overline{UV'L_5(\tau')}+\overline{VU'L_5(\tau')}+\overline{V'U'L_5(\tau')}\right]-$$

$$-\frac{i}{2a}\left[\overline{U'^2}L_6(\overline{\tau})+2\overline{U'UL_6(\tau')}+\overline{U'^2L_6(\tau')}\right]+\frac{1}{D}\overline{U'T'}+\frac{p}{RD}\frac{\partial\overline{\Phi}'}{\partial p}\overline{U'}$$

$$\frac{\partial\overline{\tau'^2}}{\partial t}=-\frac{i}{2a}\left[\begin{array}{l}\overline{V'\tau'}L_5(\overline{\tau})+\overline{\tau'VL_5(\tau')}+\overline{V'\tau L_5(\tau')}+\overline{V'\tau'L_5(\tau')}+\\+\overline{U'\tau'L_6(\overline{\tau})}+\overline{U\tau'L_6(\tau')}+\overline{U'\tau'L_6(\tau')}\end{array}\right]+\frac{2}{D}\overline{\tau'T'}+\frac{2p}{RD}\frac{\partial\overline{\Phi}'}{\partial p}\overline{\tau}'.$$

Данная система уравнений может быть применена для описания динамики фронтальных разделов, расположенных на границе спектрального интервала. Трудоемкость разрешения системы упрощается при условии того, что она применяется только к приграничному интервалу усеченного спектра волновых возмущений. Для анализа энергетического состояния приграничного спектрального интервала необходимо рассматривать его проявление не только в спектральных модах, но и в пространственном отражении. Производные по времени от тензора деформации характеризуют скорость, с которой эта деформация осуществляется. Если скорость велика, то деформация соответствует обычным синоптическим перестройкам, если же скорость мала, то деформация соответствует перестройкам, формирующим климатический фон. Ввиду того, что скорость деформации определяется только в спектральном интервале фронтального раздела, то расчет скорости деформации не является слишком громоздким.

Выводы

Важной компонентой уравнения баланса энтропии является тензор деформации, который указывает на содержание перестроечного механизма в общей циркуляции атмосферы. Производная по времени от тензора деформации указывает на скорость происходящей деформационной перестройки. Ее величина отделяет процессы климатического фона от быстро текущих процессов синоптического масштаба. Если эта скорость соответствует колебаниям на временном интервале климатических эпох, то этот вид колебаний соответствует перестройкам климата.

Однако все компоненты тензорного произведения нет смысла расшифровывать для расчета энтропии долговременного планетарного процесса. Кроме того, помимо компонент тензора второго ранга в виде самой деформационной перестройки имеет место понятие скорости производства деформационной перестройки текущего макропроцесса, которая описывается компонентами тензора третьего ранга, а так же ускорения производства перестройки, определяемое тензором четвертого ранга. Но для общей картины эволюции климата этих характеристик достаточно, так как они уточняют заблаговременность прогноза климатической перестройки, а сам факт перестройки может быть зафиксирован первичным анализом смысла самой деформации, которая происходит в стандартные сроки.

* *

Важливою компонентою рівняння балансу ентропії є тензор деформації, який визначає вміст механізму перебудови в загальній циркуляції атмосфери. Похідна за часом від тензора деформації, в свою чергу, визначає швидкість деформаційної перебудови, що відбувається. Якщо ця швидкість відповідає коливанням на тимчасовому інтервалі кліматичних епох, то цей тип коливань відповідає перебудовам клімату.

* *

1. *Белый Т.А.* Энтропийный баланс климата // Геофиз. журн. – 2005. – 27, №3. – С. 495-502.
2. *Белый Т.А.* Энтропия климатических эпох // Сб. науч. работ. Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – 2006. – Вып. 14. – С. 487-493.
3. *Дьярмати И.* Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. – М.: МИР, 1974. – 304 с.
4. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. – М.: ГИТТЛ, 1948. – Т. 1. – 487 с.
5. *Бергман П.Г.* Введение в теорию относительности. – М.: ИЛ, 1947. – 380 с.
6. *Ефимов В.А., Конкин В.В.* Аналитическое представление струй штормового ветра и его применение в морских регионах // Метеорология, климатология и гидрология, 1998. – Вып. 35. – С. 20-26.
7. *Белый Т.А.* Термодинамический континуум спектральных мод и баланс энтропии // Геофиз. журнал. – 2006. – 28, № 4. – С. 137-145.
8. *Белый Т.А.* Спектральный аналог уравнения баланса энтропии планетарной атмосферы // Докл. НАН Украины. – 2006. – № 9. – С. 124-131.
9. *Ефимов В.А.* Математическое моделирование долговременных нестационарных планетарных процессов в системе океан-атмосфера // Тр. ААНИИ. – 1976. – 336. – 275 с.
10. *Ефимов В.А.* Гидродинамический метод прогноза на декаду и месяц. Развитие самообучающихся систем прогноза // Тр. ГМЦ СССР. – 1987. – Вып. 285. – С. 3-94.
11. *Гельфанд И.М., Минлос Р.А., Шапиро З.Я.* Представления группы вращений и группы Лоренца, их применения. – М.: Физматгиз, 1958. – 368 с.

Украинский научно-исследовательский
гидрометеорологический институт, Киев