УДК 517.925

А.С. Бычков, О.Н. Супрун, Й. Кржиж, В. Новотна

К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГИБРИДНЫХ АВТОМАТОВ ПО ЧАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ

Ключевые слова: динамическая система, устойчивость динамической системы, гибридный автомат, тамированний гибридный автомат, функция Ляпунова.

В некоторых задачах требуется исследовать устойчивость только относительно переменных. Например, при исследовании автомобиля в управляемом заносе необходимо определить лишь траекторию движения, а не обороты двигателя или ход подвески. В.В. Румянцев [1] приводит основы устойчивости дифференциальных уравнений относительно переменных. Авторы данной статьи попытались расширить эту теорию на гибридные автоматы с переключением по состоянию и времени.

Определение 1 [2]. Гибридным автоматом с фазовым переключением или просто гибридным автоматом (ГА) называется совокупность $H = (Q,\ X, F, Init, Inv, Jump)$, где $Q = (1, 2, ..., N)$ — множество дискретных состояний автомата; $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ — совокупность непрерывных переменных; $F : Q \times R^n \to R^n$ — непрерывное поведение автомата, $f_k(x) = F(k, x)$, $Inv \subseteq Q \times R^n$ — множество, на котором ГА не переключает дискретное состояние, $Inv_k = \mathrm{Pr}_{q=k}\, Inv$, $Init \subseteq Inv$ — множество начальных значений ГА, $Init_k = \mathrm{Pr}_{q=k}\, Init$, $Jump : Q \times R^n \to \beta(Q \times R^n)$ — условие переключения дискретного состояния.

Определение 2 [2]. Фазовой орбитой гибридного автомата для любого $t_0 \in R$ и произвольной пары $(q_0, x_0) \in Init$ назовем последовательность $(\tau_i, q_i, x_i(t), \tau_i')_{i=1}^{M}$ со следующими свойствами:

1) M — натуральное число или бесконечность, при конечном M возможно $\tau_M' = \infty$;

2) $\tau_1 = t_0$, $x_1(t_0) = x_0$, $q_1 = q_0$;

3) на отрезке (τ_i, τ_i') поведение автомата описывается дифференциальным уравнением $\dfrac{dx_i(t)}{dt} = F(q_i, x_i(t))$, $(q_i, x_i(t)) \in Inv$ и $Jump(q_i, x_i(t)) = \varnothing$;

4) в точках τ_i' выполняется $\tau_{i+1} = \tau_i'$ и $(q_{i+1}, x_{i+1}(\tau_{i+1})) \in Jump(q_i, x_i(\tau_i'))$;

5) если M конечное, эту последовательность невозможно продолжить, не нарушив предыдущие правила.

Определение 3 [2]. Непрерывное состояние $x = 0$ назовем нулевым стационарным состоянием гибридного автомата H, если существует непустое множество $\overline{Q} \subset Q$ такое, что для всех $i \in \overline{Q}$ выполняется следующее:

1) если $(i', z') \in Jump(i, 0)$, то $z' = 0$ и $i' \in \overline{Q}$;

2) $f(i, 0) = 0$ для всех $i \in Q$.

Определение 4 [3]. Стационарное состояние $x = 0$ назовем устойчивым по Ляпунову, если для каждого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что если $\|x_0\| < \delta$ и $x_0 \in Init$, то в течение всего времени жизни орбиты, которая начинается в точке x_0, имеем $\|x(t)\| < \varepsilon$.

Для исследования устойчивости нулевого стационарного состояния используем метод функций Ляпунова. При этом для каждого локального состояния общепринято строить отдельную функцию Ляпунова [4–7], т.е. для исследования устойчивости гибридного автомата с N локальными состояниями нужно анализировать свойства множества $V(q, x) = \{V^q(x)\}$, $q = \overline{1, N}$ [4].

Пусть Q — конечное множество номеров локальных состояний системы. Рассмотрим четкую гибридную систему

$$\dot{y} = f_q(y)\,,\ y \in Inv_q\,,\ y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},\ y(t_0) = 0\,,\ q \in Q\,, \tag{1}$$

где $y \in R^n$, $y_1 \in R^{n_1}$, $y_2 \in R^{n_2}$, $n = n_1 + n_2$. Переменную y_1 назовем наблюдаемой, y_2 — скрытой, а переключение между состояниями $q \in Q$ будем считать непрерывным ($Jump(q, y) = \varnothing \vee \{(r, y)\}$).

Ставится задача — исследовать устойчивость такой системы по вектору наблюдаемых координат y_1. Считаем, что $y_1 = 0$ — стационарная точка системы для всех значений скрытого вектора y_2.

Обозначим $\| x \|$ норму в пространстве R^n, через $\| x \|_1$ и $\| x \|_2$ — в пространствах R^{n_1} и R^{n_2} соответственно. Аналогично 0_1 — ноль в пространстве R^{n_1}, 0 — ноль в пространстве R^n. Для исследования устойчивости относительно переменных приведем определение В.В. Румянцева.

Определение 5 [1]. Траектория $y(\bar{y}^0, t)$ динамической системы $y(y^0, t)$ устойчива по набору переменных y_1, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, для которого при $\left\| y^0 - \bar{y}^0 \right\| < \delta$ будет выполняться $\left\| y_1(\bar{y}^0, t) - y_1(y^0, t) \right\|_1 < \varepsilon$.

Следует обратить внимание, что устойчивость имеет место при небольшом отклонении начальных значений как наблюдаемых, так и скрытых координат. Случай, когда требуется устойчивость при любых начальных значениях скрытых координат, так называемая параметрическая устойчивость, в данной статье не приводится. Рассмотрим теорему [1].

Теорема 1. Если система $\dot{y} = f(y)$ имеет y_1-положительно-определенную функцию Ляпунова и производная от этой функции по системе отрицательно определена, то стационарное состояние $y_1 = 0$ устойчиво по y_1.

Но для исследования устойчивости гибридных автоматов относительно переменных использования y_1-положительно-определенных функций Ляпунова недостаточно [7]. Поэтому возникает необходимость модифицировать аппарат функций Ляпунова. Введем следующее определение.

Определение 6. Функция $V(y) : B_r(0_1) \times R^{n_2} \to R$ называется y_1-равномерно-положительно-определенной, если существует две положительно-определенные функции: $W(y_1), U(y_1) : B_r(0_1) \to R$ такие, что для любого $y = (y_1, y_2) \in$ $\in B_r(0_1) \times R^{n_2}$ выполняется неравенство $W(y_1) \le V(y_1, y_2) \le U(y_1)$.

Условие равномерности — достаточно сильное ограничение, причем для систем без переключений оно не нужно. Для них достаточно иметь y_1-положительно-определенную функцию Ляпунова. Покажем, что даже одного переключения достаточно, чтобы из двух устойчивых систем (в одной из которых устойчивость неравномерна) одну сделать неустойчивой.

Рассмотрим гибридный автомат с двумя состояниями от двух переменных: y_1 и y_2. Исследуем устойчивость по y_1.

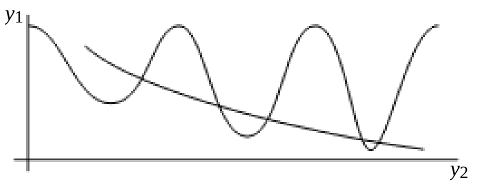
Состояние 1: $\dot{y}_1 = 0$, $\dot{y}_2 = 1$.

Состояние 2: $\dot{y}_1 = y_1 \cdot \dfrac{f'(y_2)}{f(y_2)}$, $\dot{y}_2 = 1$, где $f(y_2) = \left\{ \dfrac{1}{k} + \dfrac{k-1}{k}\cos^2 y_2;\ y_2 \in \in [\pi(k-1);\ \pi k] \right\}$.

Функция f гладкая, поэтому интегральными кривыми второго состояния будут кривые $y_1 = af(y_2)$, где $a \in R$.

Переключение: при $y_1 y_2 = 2\pi$ происходит переключение из состояния 1 в состояние 2, и система навсегда остается во втором состоянии.

Берем интегральную кривую второго состояния $y_1 = f(y_2)$. Эта кривая имеет бесконечное количество точек пересечения с кривой переключения (рисунок).



Для произвольного $\delta > 0$ выбираем точку пересечения (y_1^1, y_2^1) такую, чтобы $|y_1| < \delta$. В качестве начальной точки выбираем $y_1^0 = y_1^1$, $y_2^0 = 0$. При таких начальных условиях система переключится во второе состояние на кривую $y_1 = f(y_2)$ и периодически будет выходить на $y_1 = 1$, что и доказывает неустойчивость системы.

По теореме 1 в классической теории функция Ляпунова ограничена только функцией $W(y_1)$, а в гибридной системе — функцией W снизу и U сверху. Причина несоответствия такова. Устойчивость — это ситуация, когда $|y(t)| < \varepsilon$ в течение всего времени функционирования системы. Несмотря на то, что $|y(t-0)|$, в момент после переключения $V^+(y(t+0))$ будет большой, а потом эволюция системы во втором состоянии унесет $y_1(t)$ далеко от нуля.

Для исследования устойчивости гибридных автоматов относительно переменных воспользуемся техникой, которая использовалась в [2] при исследовании устойчивости по всем переменными. Предположим, что переключение системы (1) непрерывное и циклическое ($1 \to 2 \to \ldots \to N$). Взяв некоторое $c^0 \in (0, C)$, строим такую последовательность чисел:

$$c^1 = \max_{\substack{x^1|_{1\to 2} \\ V^1(x^1)\le c^0}} V^2(x^1),\ c^2 = \max_{\substack{x^2|_{2\to 3} \\ V^2(x^2)\le c^1}} V^3(x^2), \ldots,\ c^N = \max_{\substack{x^N|_{N\to 1} \\ V^N(x^N)\le c^{N-1}}} V^1(x^N). \quad (2)$$

Обозначим $B_r^1(y_1)$ шар в пространстве R^{n_1} радиуса r.

Теорема 2. Пусть гибридный автомат (1) имеет циклическое непрерывное переключение. Если в цилиндре $D \times R^{n_2}$, где $D \subseteq R^{n_1}$, существует такой набор

y_1-равномерно-положительно-определенных функций Ляпунова $V^q : D \times R^{n_2} \to$ $\to R$, что $\dot{V}^q\Big|_{f_q} \le 0$ для $y \in D \times Inv_q$, и $c^N \le c^0$, то $x = 0$ — устойчивое стационарное состояние гибридного автомата (1).

Доказательство. Для простоты выкладок будем считать, что $Q = \{1, 2\}$ и $y_2(t_0) = 0_2$. Обозначим $\overline{W}_r^1(i) = \{y_1 \in R^n : W^i(y_1) \le r\}$, $\overline{U}_r^1(i) = \{y_1 \in R^n : U^i(y_1) \le r\}$. Выберем произвольное $\varepsilon > 0$. Покажем, что в условиях теоремы можно найти такое $\delta > 0$, чтобы все фазовые орбиты, для которых выполняется $\|y_1(0)\| < \delta$, удовлетворяли условию $\|y(t)\| < \varepsilon$ для всех $t > 0$.

Выберем $r \in (0, \varepsilon)$ такое, что $B_{r_2}^1 \subseteq D$. Положим $a_2(q) = \min\limits_{y_1 \in S_{r_2}^1} W^q(y_1)$ и $b_2(q) \in (0, a_2(q))$. Тогда $\overline{W}_{b_2(q)}^1(i) \subseteq B_{r_2}^1$. Далее, пусть $p_2(q) > 0$ — такое число, что $B_{p_2(q)}^1 \subseteq \overline{U}_{b_2(q)}^1(q)$. Положим $r_1 = \min\limits_{q \in Q} p_2(q)$.

Аналогично строим $a_1(q) = \min\limits_{y_1 \in S_{r_1}^1} W^{3-q}(y_1)$, $b_1(q) \in (0, a_1(q))$. Тогда $\overline{W}_{b_1(q)}^{3-q}(q) \subseteq B_{r_1}^1$. Берем $p_1(q) > 0$ такое, что $B_{p_1(q)} \subseteq Z_{b_1(q)}(q)$. Положим $\delta = \min\limits_{q \in Q} p_1(q)$.

Пусть для определенности орбита начинается из состояния 1. Если она не переходит из состояния 1 в состояние 2, то теорема вырождается в теорему Ляпунова об устойчивости. Пусть орбита переходит из состояния 1 в состояние 2 в момент t_1. Поскольку для $t \in [t_0, t_1]$ $y(t) \in D$, получаем, что для всех $t \in [t_0, t_1]$ выполняется $V^1(y(t)) \le V^1(y(t_0)) = c^0$. Поскольку $c^1 = \sup\limits_{\substack{x^1|_{1 \to 2} \\ V^1(x^1) = c^0}} V^2(x^1)$, то $V^2(y(t_1)) \le c^1$, то для $t \in [t_1, t_2]$ будет выполняться $V^2(y(t)) \le V^2(y(t_1)) \le c^1$. Значит, по определению c^2 будет выполняться: $V^2(y(t_2)) \le c^2 \le c^0 = V^1(y(t_0))$. Цикл повторяется. В течение всего цикла $\|y_1(t)\| < \varepsilon$.

Получим условия устойчивости линейных гибридных автоматов. Для произвольной матрицы A размера $N \times N$ обозначим $[A]_1$ матрицу, состоящую из первых N_1 строк. Для любой матрицы B, количество строк которой совпадает с количеством столбцов A, выполняется равенство $[AB]_1 = [A]_1 B.$

Теорема 3. Пусть задан линейный гибридный автомат HA:

$$\dot{y} = A_q(y),\ y \in Inv_q \in \{G_q y \ge 0\},\ y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},\ y(t_0) = 0,$$

причем непрерывное циклическое переключение $(q, y) \to (q \bmod N + 1, y)$ происходит на плоскостях $y = U_q z$, где вектор z имеет длину $n - 1$.

Если существует набор функций Ляпунова $V^q(y_1) = y_1^{\mathrm{T}} H_q y_1$ такой, что $\dot{V}^q(y_1) = y_1^{\mathrm{T}}(A_q^{\mathrm{T}} H_q + H_q A_q) y_1 < 0$ и матрица $[U_q]_1^{\mathrm{T}}(H_r - H_q)[U_q]_1$ отрицательно определена, то $y = 0$ — устойчивое стационарное состояние гибридного автомата.

 ISSN 0572-2691

Доказательство. Возьмем произвольное $\varepsilon > 0$. Положим $a = \max\{a' : \{y_1 : V_q(y_1) \le a'\} \subseteq B_\varepsilon^1(0)\}$, $\delta = \max\{\delta' : B_{\delta'}^1(0) \subseteq \{y_1 : V_q(y_1) \le a\}\}$, где $B_r^1(a)$ — закрытый шар радиуса r в пространстве y_1.

Тогда δ и a можно оценить как $a \ge \varepsilon \cdot \min\limits_q \lambda_{\min}(H_q)$, $\delta = \varepsilon \cdot \dfrac{\min\limits_q \lambda_{\min}(H_q)}{\max\limits_q \lambda_{\max}(H_q)}$.

Покажем, что область $\{y_1 : y_1 \in Inv_q, V_q(y_1) \le a\}$ также может покинуть траекторию только через одну из поверхностей $V^q(y_1) = a$, а не через плоскость переключения. Действительно, рассмотрим поведение системы на переключении $q \to (q \bmod N) + 1 = r$:

$$V^r(y_1) - V^q(y_1) = y_1^{\mathrm{T}}(H_r - H_q)y_1 = [U_q z]_1^{\mathrm{T}}(H_r - H_q)[U_q z]_1 =$$

$$= z_1^{\mathrm{T}}[U_q]_1^{\mathrm{T}}(H_r - H_q)[U_q]_1 z \le 0.$$

Таким образом, при переключении траектория останется в области $\{y_1 : y_1 \in Inv_q, V_q(y_1) \le a\}$. Через границу $V^q(y_1) = a$ область также оставить невозможно, поскольку в пределах одного локального состояния при $t_1 < t_2$ $V^q(t_2) = V^q(t_1) + \int\limits_{t_1}^{t_2} \dot{V}^q(y_1)dt < V^q(t_1)$. Таким образом, траектория системы не может покинуть область $\{y_1 : y_1 \in Inv_q, V^q(y_1) \le a\}$ ни через границу $V^q(y_1) = a$, ни сквозь поверхность переключения. Поскольку эта область расположена в шаре $B_\varepsilon(0)$, выполняется определение устойчивости [8].

Применим доказанные теоремы для исследования устойчивости гибридных таймированных автоматов. Рассмотрим частный случай таких автоматов, когда переключение происходит циклически и в заданные заранее моменты времени: в момент t_1 — с первого во второе, в момент t_2 — со второго в третье, …, в момент t_N — с N-го в первое и т.д. Будем считать также, что $f^q(0) = 0$ для всех $q \in Q$. Такой автомат имеет стационарное состояние $y = 0$.

Для таймированного автомата последовательность c^q, $q = 0, ..., N$, имеет вид

$$c^1 = \max_{x^1 : V^1(x^1) \le c^0} V^2(x^1),\ c^2 = \max_{x^2 : V^2(x^2) \le c^1} V^3(x^2), \ldots,\ c^N = \max_{x^N : V^N(x^N) \le c^{N-1}} V^1(x^N).$$

Теорема 4. Пусть для таймированного автомата существует набор функций Ляпунова V^q, $q \in Q$, такой, что $\dot{V}^q \le 0$ и $c^N \le c^0$. Тогда стационарное состояние $y = 0$ гибридного таймированного автомата устойчиво.

Доказательство. Докажем для случая $Q = \{1, 2\}$. Обозначим $\Omega_r(i) = \{y \in R^n : V^i(y) \le r\}$. Выберем произвольное $\varepsilon > 0$. Покажем, что (в условиях теоремы) можно найти $\delta > 0$ такое, что все орбиты (τ, i, y), для которых выполняется $y(t_0) \in B_\delta$, удовлетворяют условию $y(t) \in B_\varepsilon$ для всех $t \in \tau$.

Выберем $r \in (0, \varepsilon)$ такое, что $B_{r_2} \subseteq D$. Положим $a_2(i) = \min\limits_{x \in S_{r_2}} V^i(x)$ и $b_2(i) \in (0, a_2(i))$. Тогда $\Omega_{b_2(i)}(i) \subseteq B_{r_2}$. Далее, пусть $p_2(i) > 0$ такое, что $B_{p_2(i)} \subseteq \Omega_{b_2(i)}(i)$. Положим $r_1 = \min\limits_{i \in Q} p_2(i)$.

Аналогично строим $a_1(i) = \min\limits_{x \in S_{r_1}} V^i(x)$, $b_1(i) \in (0, a_1(i))$. Тогда $\Omega_{b_1(i)}(i) \subseteq B_r$. Берем $p_1(i) > 0$ такое, что $B_{p_1(i)} \subseteq \Omega_{b_1(i)}(i)$. Положим $\delta = \min\limits_{i \in Q} p_1(i)$.

Пусть для определенности орбита начинается в состоянии 1. Если она не переходит из состояния 1 в состояние 2, теорема вырождается в теорему Ляпунова. Пусть она переходит из состояния 1 в состояние 2 в момент t_1.

Для всех $t \in [t_0, t_1]$ выполняется $V^1(x(t)) < a_1(1)$, поэтому $|y(t_1)| < r_1$. Если траектория не переходит из состояния 2 в состояние 1, теорема доказана. Если же есть скачок в точке t_2, то для всех $t \in [t_1, t_2]$ выполняется $V^2(x(t)) < a_2(2)$, поэтому $|y(t_2)| < r_2$.

По условию теоремы для гибридного автомата существует положительно-определенная гибридная s-функция. Если s-функции $c^0 = V^1(x(\tau_0))$, имеем $V^1(y(t_2)) \le c^2 \le c^0 = V^1(y(t_0)) < a_1(1)$, т.е. $\left|V^1(y(t_2))\right| < a_1(1)$. Повторяя эти выкладки по индукции, получаем, что для любого $t \ge t_0$ в первом состоянии выполняется $\left|V^1(y(t))\right| < a_1(1)$, во втором — $\left|V^1(y(t))\right| < a_2(2)$. В обоих случаях $|y(t)| < r_2 < \varepsilon$.

Теорема доказана.

Гибридный таймированный автомат — частный случай гибридного автомата с переключением по состоянию. Действительно, обозначим $z = \begin{pmatrix} y \\ t \end{pmatrix}$, тогда система превращается в

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} f^q(z) \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Переименуем $y_1 = y$, $y_2 = t$. Положительно-определенные функции Ляпунова, зависящие только от y_1, автоматически y_1-равномерно-положительно-определенные. Поэтому по теореме 2 автомат устойчив.

Результатом предыдущих теорем является следующее утверждение.

Утверждение. Если для гибридного таймированного линейного автомата существует набор функций Ляпунова $V(y) = y^{\mathrm{T}} H_q y$ такой, что $\dot{V}^q(y) = y^{\mathrm{T}}(A_q^{\mathrm{T}} H_q + H_q A_q) y < 0$ и для всех переключений $q \to r$ матрица $[U_q]_1^{\mathrm{T}}(H_r - H_q)[U_q]_1$ отрицательно определена, то $y = 0$ — устойчивое решение гибридного автомата HA.

Таким образом, в статье показано, что свойств y_1-положительной определенности функций Ляпунова недостаточно для исследования устойчивости гибридных автоматов относительно переменных и обоснована необходимость введения новой функции. Доказаны теоремы, которые дают достаточные условия устойчивости. Для линейных гибридных автоматов получены конструктивные условия устойчивости. Также показано, как с помощью приведенных теорем исследовать на устойчивость гибридные таймированные автоматы.

О.С. Бичков, О.М. Супрун, Й. Кржиж, В. Новотна

ДО ПИТАННЯ СТІЙКОСТІ ГІБРИДНИХ АВТОМАТІВ ЗА ЧАСТИНОЮ ЗМІННИХ

Розглянуто задачу стійкості гібридних автоматів відносно частини змінних. Задача актуальна і інтенсивно розвивається. Розглянуто також аспекти її вирішення методом функцій Ляпунова. Питання про стійкість гібридних автоматів відносно частини змінних виникає природним чином, перш за все, в прикладних проблемах. А саме, виходячи з вимог нормального функціонування об'єкта, досить забезпечити його стійкість лише за частиною змінних. Постановка задачі про стійкість за частиною змінних належить О.М. Ляпунову, але він сам цією задачею не займався. Існує значна методологічна подібність у вивченні стійкості за всіма і за частиною змінних за допомогою функцій Ляпунова. У вирішенні деяких ідентичних питань стосовно задач стійкості за всіма і за частиною змінних є певні відмінності. Відомі методи дозволяють зводити задачу стійкості відносно частини змінних до дослідження задачі за всіма змінними деякої допоміжної системи, і навпаки. Ці два види стійкості тісно пов'язані та взаємно доповнюють один одного. Наразі задачу стійкості гібридного автомата відносно частини змінних розглядають як самостійний розділ теорії стійкості. Основним методом дослідження, як і в задачі стійкості за всіма змінними, виявився метод Ляпунова. Показано, що властивості y_1-додатно визначеності функцій Ляпунова недостатньо для дослідження стійкості гібридних автоматів за частиною змінних. Введено поняття y_1-рівномірної додатної визначеної функції. Доведено теореми, які дають достатні умови стійкості. Для лінійних гібридних автоматів отримано конструктивні умови стійкості. Також показано, як за допомогою наведених теорем досліджувати на стійкість гібридні таймовані автомати.

Ключові слова: динамічна система, стійкість динамічної системи, гібридний автомат, таймований гібридний автомат, функція Ляпунова.

A.S. Bychkov, O.N. Suprun, I. Krzhyzh, V. Novotna

ON THE ISSUE OF THE STABILITY OF HYBRID AUTOMATA BY PART OF THE VARIABLES

The problem of the stability of hybrid automata according to certain variables is considered. This problem is relevant and it is increasing rapidly, especially in recent years. Aspects of it's solution using the Lyapunov function are also considered. The problem of hybrid automata stability regarding certain variables arises naturally while solving the applied problems. Namely, when, based on the requirements of the normal functioning of an object, it is sufficient to ensure its stability only according to some variables. Formulation of the problem of stability regarding certain variables belongs to A.M. Lyapunov, but he himself did not investigate this problem. There is a great methodological similarity in the study of stability considering all, and part of variables using Lyapunov functions. But there are certain differences in resolving some identical issues as applied to stability problems for all and part of the variables. There are methods to reduce the problem of stability regarding certain variables to the study of stability in all variables of some auxiliary system, and vice versa. These two types of stability are closely related and mutually complementary. Currently, the problem of the stability of hybrid automata in terms of variables is considered as an independent section of the theory of stability. It is shown that the property of y_1-positive definiteness of Lyapunov functions is not enough to investigate the stability of hybrid automata in terms of variables. The concept of a y_1-equable positive definiteness of a function had been introduced. Theorems that provide sufficient stability conditions had been proved. For linear hybrid automata, constructive stability conditions had been obtained. The article also shows how using the above theorems one can investigate the stability of hybrid timed automata.

Keywords: dynamic system, stability of a dynamic system, hybrid automata, hybrid timed automata, Lyapunov function.

1. Румянцев В.В., Озиранер А.С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М.: Наука. 1987. 256 с.
2. Бычков А.С., Меркурьев М.Г. Достаточные условия устойчивости стационарного состояния линейных гибридных автоматов. *Управляющие системы и машины*. 2007. № 2. С. 18–23. https//doi.org/10.15407/usim.
3. Бычков А.С., Иванов Е.В. Исследование устойчивости гибридных автоматов при моделировании движения летательных аппаратов. *Управляющие системы и машины*. 2008. № 5. С. 24–28, 61. https//doi.org/10.15407/usim.
4. Peleties P., DeCarlo R. Asymptotic stability of m-switched systems using Lyapunov functions. *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*. Tucson, AZ, USA, 1992. P. 3438–3439. http://dx.doi.org/ 10.1109/cdc.1992.371213.
5. Pettersson S., Lennartson B. Stability and robustness for hybrid systems. *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*. Kobe, Japan, 1996. P. 1202–1207. http://dx.doi.org/ 10.1109/CDC.1996.572653.
6. Ye H., Michel A., Hou L. Stability theory for hybrid dynamical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **43**, № 4. 1998. P. 461–474. http://dx.doi.org/10.1109/9.664149.
7. Panayotova G., Dimitrov G.P., Petrov P., Bychkov O.S. Modeling and data processing of information systems. Proceedings of the Third International Conference on *Artificial Intelligence and Pattern Recognition (AIPR)*. Lodz, Poland, 2016. P. 154–158. http://dx.doi.org/10.1109/ ICAIPR.2016.7585229 .
8. Dimitrov G., Bychkov O., Petrov P. One approach for analysis of fuzzy linear hybrid automata. *Izvestia Journal of the Union of Scientists-Varna*. Economic Sciences Series, Union of Scientists Varna, Economic Sciences Section, 2018. **7**(2). P. 234–240, Handle: RePEc: vra:journl:v:7:y:2018:i:2:p:234-240.

Получено 20.06.2019