

## БАНК — СЛОЖНАЯ СИСТЕМА

**Ключевые слова:** банк, сложная система, вектор состояния, матрица перехода, моделирование поведения сложной системы.

### Введение

При анализе деятельности банка наиболее распространенным инструментом, используемым исследователями, является метод показателей, т.е. соотношения финансовых и экономических агрегатов. При таком подходе оценка деятельности банка осуществляется с использованием различных абсолютных и относительных показателей. Комплексное изучение данных показателей позволяет сделать вывод об эффективности финансово-экономической деятельности банка. Следует упомянуть метод сравнения фактического состояния значений исследуемых показателей с нормативными значениями, значениями прошлого периода, значениями среднего уровня.

Таким образом, в настоящее время анализ деятельности банков на основе аналитических показателей сводится к анализу фактических данных за отчетный период (день, декада, месяц, квартал и т.д.). При этом используемые показатели лишь отражают свершившиеся события и носят иллюстративный характер. Необходимо создание таких методических разработок по управлению деятельностью банковской структуры, которые позволяют в динамическом режиме управлять банком, опережая развитие текущих событий, позволяющих прогнозировать развитие ситуации на ближайшую и отдаленную перспективу.

Количественная оценка таких агрегатов, как резервы, ликвидность и платежеспособность в динамическом режиме деятельности банка с учетом случайного характера потока финансов (платежей), чрезвычайно актуальна для банка как сложной системы, поскольку позволит совершенствовать качество управления (менеджмента), обеспечить устойчивое состояние банка как системы, максимизировать получаемую банками прибыль.

### Анализ научных исследований и публикаций

Требования к обязательным резервам банков в контексте привлечения средств было введено в США в 1913 г. при создании Федеральной резервной системы. Тогда были заложены требования к ликвидности и платежеспособности в финансовом менеджменте банков. Эти финансовые агрегаты, обязательные для расчета, введены в Украине в 1992 г. В настоящее время требования к платежеспособности, ликвидности, резервам для кредитных учреждений существуют практически во всех странах мира. Резервные требования в той или иной стране тесно связаны с экономической ситуацией и денежно-кредитной политикой и характеризуются большим разбросом (например, норма обязательных резервов в Украине составляет 10,5 %, а в Великобритании — 0,35 %).

Усиление требований заставляет банки быть более внимательными в финансовом менеджменте в целях максимизации прибыли в условиях требований к указанным финансовым агрегатам. Одно из продуктивных направлений совершенствования финансового менеджмента — определение банка как сложной системы. Первые исследования проведены в [16–18, 20].

© В.А. ВЕЛИЧКИН, М.В. ТИМОШЕНКО, 2019

*Международный научно-технический журнал  
«Проблемы управления и информатики», 2019, № 4*

Дальнейшее исследование банка как системы получило развитие в работах [1, 21]. Естественным продолжением концепции представления банка как сложной системы является моделирование деятельности банка на этой основе. Фундамент данного направления заложены работами Н.П. Бусленко и А.Ф. Грибова [5, 9]. Задачи моделирования частично решены в работах [3, 10–12]. Значительный вклад в решение текущих задачи и постановку новых проблем сделан в [2, 4, 7, 8, 13–15].

Поскольку в дальнейшем авторы используют матрицы, в частности матрицы перехода (транзитивные по своей сути), необходимо проанализировать последние исследования таких матриц в банковском деле. Использование транзитивных матриц — основа различных приложений по управлению рисками. Еще в Новом Базельском соглашении (BIS (2001)) требования к капиталу основаны на рейтинговой миграции. В 1999 г. Базельский комитет по банковскому надзору (BCBS) отметил перспективность использования транзитивных матриц и с тех пор они выступают как основа структуры безопасности [25].

В исследовании [32] матрица перехода построена как для дискретных, так и для непрерывных временных шкал. В частности, при дискретном подходе изменения в кредитном рейтинге контролируются через определенный фиксированный промежуток времени. При непрерывном подходе любое изменение в рейтинге может контролироваться практически в любое время, даже ежеминутно [24].

Построение транзитивной матрицы с использованием когортного метода в рамках дискретного подхода подробно рассмотрено в [30]. Транзитивные матрицы, основанные на непрерывном подходе с временной однородностью, в основном адаптированы согласно исследованию [31]. Необходимо сделать акцент на прагматичности применения оценки Алене–Йохансена [33]. Так элемент транзитивной матрицы  $P(i, j)$  (матрицы переходов цепи Маркова) отмечает марковский вероятностный процесс, начиная с перехода от состояния  $i$  в момент времени  $s$  в состояние  $j$  в момент времени  $t$ . Тогда, если в течение периода  $[s, t]$  идентифицировано несколько  $m$  переходов, матрицу  $P(s, t)$  можно эффективно оценивать, применяя метод Алене–Йохансена из [30].

Следует отметить важность исследования [29], где рассмотрены логарифмические разложения матрицы вероятности эмпирического перехода и пост-корректировки ее элементов для получения обоснованной матрицы генератора. Интересным является исследование Y. Inamura [28]. Для небольших выборок сравнивается эффективность пяти методов оценки для дискретного времени. Рассматривались диагональная корректировки, взвешенная корректировки, квази-оптимизационный подход, алгоритм максимизации ожиданий и оценка марковской цепи методом Монте–Карло (ММК) с выявлением различий по вероятности дефолта в инвестиционных оценках. Эксперименты с использованием метода Монте–Карло показали, что ММК дает наиболее точные конечные результаты по эффективности конечных выборок как с точки зрения оценки вероятности дефолта, так и матрицы нормы.

Безусловно, кредитный риск — основной риск, с которым сталкиваются банки и другие финансовые учреждения [35, 27]. Так, в [26] подчеркнута, что кредитный риск — основная причина дефолта банка. Однако, с нашей точки зрения, более прагматичным подходом является представление банка в виде информационного процессора, с комплексным управлением всеми возможными рисками и, как следствие, разнообразным планированием с вероятными альтернативными сценариями.

Предлагаемая статья посвящена перспективам развития комплексного подхода к управлению рисками, прежде всего на основе представления банка как структурированной системы в конечномерном фазовом пространстве. Использование транзитивных матриц в данном обобщении позволяет более четко и надежно предотвратить шок дефолта и учитывать предефолтные состояния.

В свете многочисленных вызовов, связанных с устойчивостью как финансовой системы, так и экономической системы в целом, необходимо также учитывать динамические связи между миграцией банковских рисков и превосходящими макроэкономическими условиями с позиций альтернативных экономических циклов. Перспективным является применение инновационной эмпирической методологии к внутренним рейтинговым данным банка в контексте различных экономических сценариев с использованием транзитивных матриц. Из работ последнего десятилетия можно отметить [6, 21, 22]. Но системный подход к статистическому моделированию деятельности банка пока отсутствует. Данная статья посвящена дальнейшему развитию исследований [17, 20].

Цель настоящего исследования — изучение зависимости между параметрами, описывающими состояние банка в контрольный момент времени, от параметров исходного состояния и на основе этой зависимости — разработка методов управления финансовыми ресурсами в условиях заданных ограничений. Вводится понятие матрицы перехода от определенного состояния банка к произвольному.

### **Банк — сложная динамическая финансово-экономическая система**

Понятие «сложная финансово-экономическая система» (далее ФЭС) используем, следуя Н.П. Бусленко и Дж. Форрестеру (сложная система — составной объект, части которого можно рассматривать как системы, закономерно объединенные в единое целое в согласовании с определенными принципами или связанными между собой заданными отношениями) [5, 23].

Используя методологию системного подхода, банк представлен в виде системы. Эта система подлежит дальнейшему разбиению на подсистемы с использованием определенных нормативов деятельности — подсистема платежеспособности, подсистема ликвидности, подсистема резервов. Каждая подсистема разложена на параметры. Параметры — определенные статьи (счета) баланса банка, совокупность которых дает нам представление об исследуемой системе (частный случай, совокупность параметров, характеризующих определенную подсистему).

В произвольный момент времени  $t$  банк как ФЭС (рис. 1) находится в состоянии, описываемым известным балансовым уравнением

$$A_t = O_t + K_t, \quad (1)$$

где  $A_t$  — активы;  $O_t$  — обязательства;  $K_t$  — капитал;  $t$  — произвольный промежуток времени.

Динамическая система — математическая абстракция, предназначенная для описания и изучения эволюции систем во времени. Это система, характеризуемая состоянием, описывает динамику некоторого процесса, а именно: процесс перехода системы из одного состояния в другое. Фазовое пространство системы — совокупность всех допустимых состояний динамической системы. Таким образом, динамическая система характеризуется своим начальным состоянием и законом, по которому переходит из начального состояния в другое. Динамическая система характеризуется устойчивостью (способность системы как угодно долго оставаться в положении равновесия или на заданном многообразии) и грубостью (сохранение свойств при малых изменениях структуры динамической системы), «грубая система — это такая, качественный характер движений которой не меняется при достаточно малом изменении параметров [19, 23].

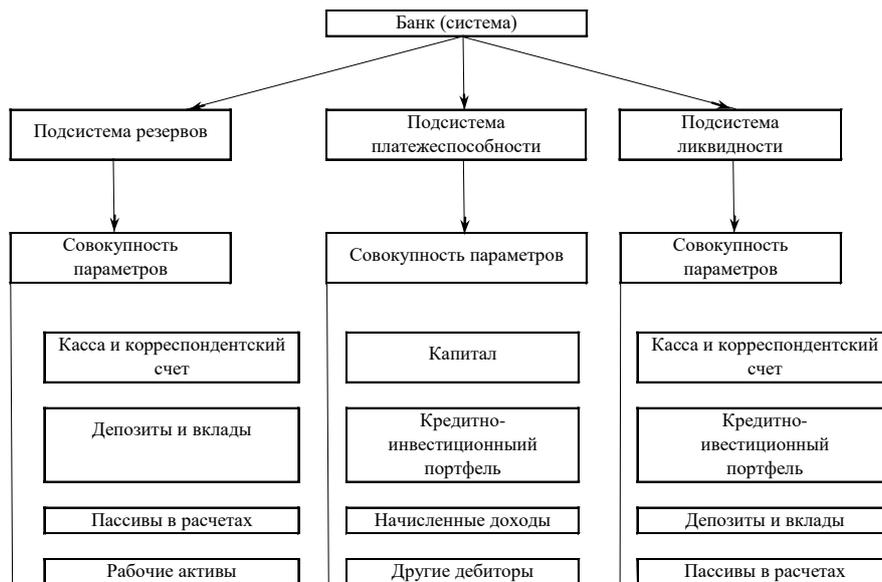


Рис. 1

Состояние банка как ФЭС в момент времени  $t$ , исходя из балансового уравнения (1), опишем более подробно, через основные параметры. Рассмотрим схему вектора состояния банка:

$$\text{Актив } \{M_0, G, K, A_{раб}, A_{рас}, I\},$$

$$\text{Пассив } \{C, F, FA, D_1, D_2, D_3, D_4, MBK, L, P, E\}, \quad (2)$$

где  $M_0$  — наличные деньги;  $G$  — безналичные деньги на корреспондентских счетах в других банках;  $K$  — деньги на корреспондентских счетах в центральной расчетной палате (НБУ, ЦБР и т.п.);  $A_{раб}$  — «работающие активы» (активы, приносящие в общем случае доход),  $A_{рас}$  — активы, связанные в расчетах;  $I$  — расходы,  $C$  — капитал,  $F$  — общие резервы (резервный капитал),  $FA$  — резервы для возмещения возможных потерь по активным банковским операциям;  $D_1$  — текущие счета юридических и физических лиц;  $D_2$  — депозиты и вклады до востребования и до месяца;  $D_3$  — то же, от одного месяца до года;  $D_4$  — то же, больше года;  $MBK$  — межбанковский кредит,  $L$  — пассивы в расчетах;  $P$  — доходы;  $E$  — прибыль.

Агрегаты сгруппированы по принципу экономической сути. Описание состояния приведено в максимально агрегированном виде, поскольку число элементов очень велико. Совокупность параметров даст нам достаточно полную информацию о состоянии банка. Управление указанными параметрами должно быть направлено на оптимизацию работы банка, максимизацию прибыли при соблюдении внутренних и внешних ограничений.

Переход банка как сложной ФЭС из одного состояния в другое происходит под воздействием потока финансов, состоящего из элементов — платежей, размер которых может быть равным минимальной денежной единице. В общем случае каждый поток по платежам независимо от величины переводит систему из одного состояния в другое. В качестве временной дискретизации выбран один банковский (операционный) день. Следовательно, банк рассматривается как сложная финансово-экономическая система с дискретным числом состояний, а единицей времени выбран один банковский (операционный) день. Это соответствует сложившемуся подходу к управлению финансами в банковской системе.

Рассмотрение проблемы на примере обязательного резервирования в системном виде связано с сужением вектора (2), из которого выделяется вектор состояния, описывающий подсистему резервов, связанную с управлением финансами на корреспондентском счете и в кассе.

Представим подсистему резервов в агрегированном виде. Схема вектора системы резервов ( $R$ ):

Актив  $\{M_0, K\}$

Пассив  $\{D_{1d}, D_{1V}, D_{2d}, D_{2V}, D_{3d}, D_{3V}, D_{4d}, D_{4V}, L\}$ . (3)

### Математическое описание финансовых потоков

Переход системы из некоторого состояния  $i$  в состояние  $(i + 1)$  происходит под влиянием финансовых потоков (потоков платежей). Поток платежей с точки зрения связи с системой состоит из трех составляющих:  $N_1$  определяется свойствами системы и зависит от ее  $i$ -го состояния;  $N_2$  не зависит от свойств системы и объясняется ее взаимодействием с внешней средой (это плановые платежи, например, по договорным обязательствам);  $N_3$  — внутрисистемный поток (движение финансов от одного агрегата к другому или внутри агрегата).

Поток платежей представим следующим образом (рис. 2).

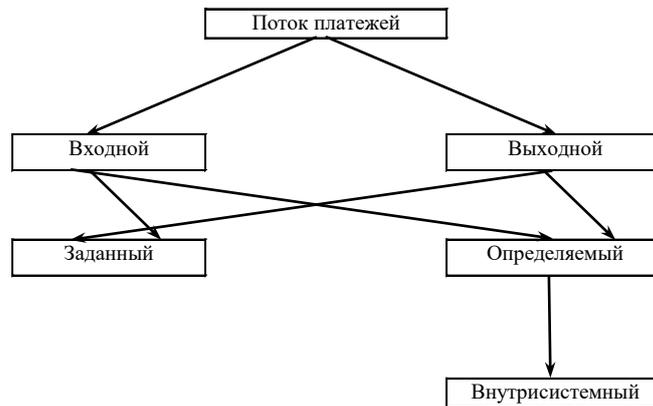


Рис. 2

Поток платежей с точки зрения направленности состоит из двух составляющих: входной (увеличивает запас финансов в системе)  $N_1 +$ , выходной (что уменьшает запас финансов в системе),  $N_1 -$ . Например,

$$N_1 + = k_1 D_{1d} + k_2 D_{1V} + k_3 D_{2d} + k_4 D_{2V} + \dots + k_8 D_{4d}; \quad (4)$$

$$N_1 - = k_9 D_{1d} + k_{10} D_{1V} + k_{11} D_{2d} + k_{12} D_{2V} + k_{13} D_{3d} + k_{14} D_{3V} + \dots + k_{16} D_{4d}. \quad (5)$$

где  $k_1 - k_{16}$  — коэффициенты, характеризующие долю соответствующих агрегатов во входном ( $k_1 - k_8$ ) и выходном ( $k_9 - k_{16}$ ) потоке.

Входные и выходные потоки в целях исследования нами разделены на: «определяемый» поток — определяется свойствами банка и зависит от его состояния, т.е. отток денежных средств ранее не запланирован, не обусловлен договорными отношениями, например, поступление и отток средств, отражаемых на текущих счетах клиентов, досрочный возврат депозитных средств, незапланированные хозяйственные расходы и тому подобное ( $N_1$ ).

«Заданный» поток объясняется взаимодействием банка с внешней средой, плановые платежи по договорным обязательствам, ранее запланированные хозяйственные расходы ( $N_2$ ).

«Внутрисистемный» поток — движение платежей внутри банка, внутренний перевод средств, отражаемый на счетах одного и другого контрагента, как частный случай составляющей  $N_1$  ( $N_3$ ).

«Определяемый» поток обладает значительной изменчивостью от одного операционного дня к другому. Для его определения сделано предположение, что сумма платежей равна доле запаса средств в системе (коэффициенту запаса). Аналогичные предположения сделаны для других параметров системы. Путем обработки статистической информации об оттоке и поступлении средств, отражаемых на счетах того или иного параметра, в течение определенного времени определяются средние значения данных коэффициентов, индивидуально для каждого банка.

Для определения характеристик «заданного» потока не используются коэффициенты, а вычисляется абсолютная величина поступления (списания) средств в соответствии с договорными отношениями, запланированными хозяйственными расходами. Полученные значения дополняют расчетные данные «определяемого» потока для получения достоверных данных о потоке платежей в целом.

«Внутрисистемный» поток, как сказано выше, — отдельная составляющая «определяемого» потока и определяется также с использованием коэффициентов. Для описания  $N_3$  (случайного потока в пределах агрегатов) построим матрицу взаимных потоков между агрегатами внутрисистемного потока финансов  $D_1, D_2, D_3, D_4$  (табл. 1).

Таблица 1

Агрегаты	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
$D_1$	$X$	$N(1-2)$	$N(1-3)$	$N(1-4)$
$D_2$	$N(2-1)$	$X$	$N(2-3)$	$N(2-4)$
$D_3$	$N(3-1)$	$N(3-2)$	$X$	$N(3-4)$
$D_4$	$N(4-1)$	$N(4-2)$	$N(4-3)$	$X$

В табл. 1 представлены:

- $N(R - S)$  — поток из агрегата  $Dr$  в  $Ds$ , величина которого определяется коэффициентом  $kr_{_s}$  и остатком  $Dr$  на начало операционного дня;

- $kr_{_s}$  — коэффициент, характеризующий долю одного агрегата, уменьшает (увеличивает) другой агрегат.

Например:

$$N(r - s) = kr_{_s} * Dr. \quad (6)$$

Конкретные значения коэффициентов  $kr_{_s}$  определяются путем статистической обработки наблюдений за финансовыми потоками конкретного банка.

Величина наличного потока к агрегату  $M_0$  составляет долю безналичного потока по корреспондентскому счету  $K$ , например:

$$M_{0, i+1} = M_{0, i} + (b_1k_1 - b_9k_9) D_{1d} + (b_2k_2 - b_{10}k_{10}) D_{1v} + (b_3k_3 - b_{11}k_{11}) D_{2d} + (b_4k_4 - b_{12}k_{12}) D_{2v} + \dots + (b_8k_8 - b_{16}k_{16}) D_{1d} + M_{0, i}^+ - M_{0, i}^-, \quad (7)$$

$$K_{i+1} = K_i + [(1 - b_1) k_1 - (1 - b_9) k_9] D_{1d} + [(1 - b_2) k_2 - (1 - b_{10}) k_{10}] D_{1v} + [(1 - b_3) k_{13} - (1 - b_{11}) k_{11}] D_{2d} + [(1 - b_4) k_4 - (1 - b_{12}) k_{12}] D_{2v} + \dots + [(1 - b_8) k_8 - (1 - b_{16}) k_{16}] D_{4v} + K_i^+ - K_i^-, \quad (8)$$

Преобразование других агрегатов при переходе из состояния  $i$  в состояние  $(i + 1)$  происходит аналогично. В формулах (7), (8) принято:  $b$  — доля наличного оборота в определенном агрегате;  $(1 - b)$  — доля безналичного оборота в определенном агрегате;  $M_0, i +, K_i +$  — входные составляющие потоков, которые не зависят от свойств системы;  $M_0, i -, K_i -$  — исходные составляющие потоков, которые не зависят от свойств системы.

Переход состояния  $i$  данной подсистемы в состояние  $(i + 1)$  может быть представлен произведением квадратной матрицей  $A$   $[11 \times 11]$  и выходного вектора  $R$  (табл. 2):

$$R_{i+1} = A \times R_i. \quad (9)$$

Таблица 2

$R_i =$	$M_0$	$A =$	$a_{1,1}$	$a_{1,2} \ a_{1,3} \ a_{1,4}$ .....	$a_{1,1}$
	$K$		$a_{2,1}$	.....	$a_{1,2}$
	$D_{1d}$		$a_{3,1}$	.....	$a_{1,3}$
	$D_{1v}$		$a_{4,1}$	.....	$a_{1,4}$
	$D_{2d}$		$a_{5,1}$	.....	$a_{1,5}$
	$D_{2v}$		$a_{6,1}$	.....	$a_{1,6}$
	$D_{3d}$		$a_{7,1}$	.....	$a_{1,7}$
	$D_{3v}$		$a_{8,1}$	.....	$a_{1,8}$
	$D_{4d}$		$a_{9,1}$	.....	$a_{1,9}$
	$D_{4v}$		$a_{10,1}$	.....	$a_{1,10}$
	$L$		$a_{11,1}$	.....	$a_{1,11}$

В табл. 2 по (7) и (8) имеем:

$$\begin{aligned}
 a_{1,1} &= 1; \\
 a_{1,2} &= 0; \\
 a_{1,3} &= b_1 k_1 - b_9 k_9; \\
 a_{1,4} &= b_2 k_2 - b_{10} k_{10}; \\
 a_{1,5} &= b_3 k_3 - b_{11} k_{11}; \\
 a_{1,6} &= b_4 k_4 - b_{12} k_{12}; \\
 &\dots\dots\dots \\
 a_{2,1} &= 0; I; \\
 a_{2,2} &= 1; \\
 a_{2,3} &= (1 - b_1) k_1 - (1 - b_9) k_9; \\
 a_{2,4} &= (1 - b_2) k_2 - (1 - b_{10}) k_{10}; \\
 a_{2,5} &= (1 - b_3) k_{13} - (1 - b_{11}) k_{11}; \\
 a_{2,6} &= (1 - b_4) k_4 - (1 - b_{12}) k_{12}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, вектор  $R_{i+1}$  описывает состояние подсистемы резервов в момент времени  $(i + 1)$ .

Следующий этап — прогноз состояния вектора системы резервов через  $N$  произвольных дней. Состояние этого вектора можно получить с помощью произведения данного исходного  $i$ -го вектора на матрицу перехода, которая представляет собой произведение  $N$  матриц перехода.

Переход системы  $R$  из состояния  $i$  в произвольное состояние  $(i + N)$  через  $N$  операционных дней в общем виде может быть представлен как

$$R_{i+N} = R_i A^N + (R_i^+ - R_i^-) A^{N-1} + (R_{i+1}^+ - R_{i+1}^-) A^{N-2} + \dots \\ \dots + (R_{i+z}^+ - R_{i+z}^-) A^{N-z-1} + \dots + (R_{i+n-1}^+ - R_{i+n-1}^-), \quad (10)$$

где  $i \leq z \leq 1 + N$ ;  $N$  — количество дней прогноза,  $R_i^+$ ,  $R_i^-$  — векторы состояния по (9), в которых  $K$  и  $M_0$  принимают вид входных и выходных потоков.

Формула (10) в сжатом виде приобретает вид

$$R_{i+n-1}^+ = R_i \prod_{z=1}^N A^z + \sum_{z=1}^{N-1} (R_{(+)z} - R_{(-)z}) \sum_{z=1}^{N-z-1} \prod_{z=1}^{N-z-1} A^z. \quad (11)$$

### Обязательные резервы как фактор финансового состояния системы

Рассмотрим эту подсистему подробно. Исходя из формулы (3), подсистема резервирования может быть представлена набором следующих параметров:

$$R = \{M_0, K, A_{\text{раб}}, A_{\text{рас}}, D_1, D_2, D_3, D_4, P\}. \quad (12)$$

Обязательные резервы как фактор, ограничивающий макроэкономическое влияние банковского мультипликатора, рассчитываются по формуле

$$r_1 = \sum_{j=1}^k X_j N_j, \quad (13)$$

где  $r_1$  — обязательные резервы системы (в произвольный  $i$ -й момент времени);  $X$  — величина параметров системы (параметры, которые резервируются),  $N$  — норма резервирования для каждого из параметров системы;  $k$  — число резервируемых параметров (в рассматриваемой задаче  $k = 9$ );  $j$  — индекс суммирования по параметрам ( $j = 1 - k$ ). Избыточный резерв системы рассчитывается следующим образом:

$$r_2 = K + V_0 M_0 - r_1, \quad (14)$$

где  $r_2$  — избыточный резерв системы, который может быть определен как ресурс для активных операций банка;  $V_0$  — доля наличных денег в кассе, участвующих в поддержании резервов (на 01.01.2015  $V_0 = 0$ ).

В произвольный  $i$ -й момент времени уравнение, описывающее избыточные резервы, может быть представлено в следующем виде:

$$R_{2i} = K_i + V_0 M_{0i} - r_{1i}. \quad (15)$$

Данное значение может быть как положительным, так и отрицательным, если:  $R_{2i} > 0$  — банк имеет ресурс для активных операций;  $R_{2i} < 0$  — банк не обладает обязательными резервами, необходимо привлечение дополнительных средств (ресурс для операций по привлечению средств).

Определение зависимости параметров произвольного (контрольного) состояния от параметров исходного состояния необходимо для осуществления прогноза параметров в контрольный момент времени. Определив данную зависимость, будем иметь возможность в любой момент времени осуществлять прогноз состояния параметров. Используя полученные значения параметров, сможем сделать расчет значений обязательных резервов, платежеспособности и ликвидности

(факторы устойчивости банка) и провести необходимые корректирующие действия, направленные на оптимизацию работы банка. Итак, представим исследуемые факторы (резервы, платежеспособность и ликвидность) в виде подсистем, которые состоят из определенного набора параметров. Выделение параметров происходит согласно расчетной формуле указанных факторов и совокупности параметров, характеризующих систему (банк) в целом.

Вкратце рассмотрим другие подсистемы банка. Общий вид формулы, применяемой для расчета показателя платежеспособности, имеет вид

$$P_s = \frac{K}{A_r}, \quad (16)$$

где  $P_s$  — значение платежеспособности;  $K$  — капитал;  $A_r$  — активы, взвешенные с учетом риска. Подсистема платежеспособности состоит из набора следующих параметров:

$$P_s = \{SC, RC, FA, GR, CA, PN, CIP, NOSTRO, D, Db, L\}, \quad (17)$$

где добавочно к (2)  $SC$  — уставный капитал,  $RC$  — резервный капитал,  $GR$  — общие резервы,  $CA$  — капитальные активы,  $PN$  — нераспределенная прибыль,  $CIP$  — кредитно-инвестиционный портфель,  $NOSTRO$  — безналичные средства на корреспондентских счетах в других банках,  $D$  — средства до востребования и срочные депозиты в других банках,  $Db$  — прочие дебиторы.

Показатель ликвидности — отношение суммы денежных средств, ценных бумаг и счетов к получению (дебиторов) обязательств:

$$L = \frac{A}{O}, \quad (18)$$

где  $L$  — показатель общей ликвидности;  $O$  — обязательства;  $A$  — активы. Подсистема ликвидности состоит из набора следующих параметров:

$$L = \{CA, CIP, D, Db, D_1, D_2, D_3, D_4, P\}. \quad (19)$$

Для определения формул перехода исследуемых подсистем из одного состояния в другое, например, в течение одного операционного дня необходимо учесть влияние всех перечисленных выше потоков платежей. Прогноз значения параметров контрольного состояния, полученный на основе этой зависимости, позволяет произвести корректировку параметров состояния банка для достижения ими в контрольный момент времени оптимального значения (максимизация прибыли при соблюдении накладываемых ограничений).

### **Практика применения метода к задаче о показателях ликвидности активов. Применение метода Монте–Карло**

Формула (19) в расширенном приложении имеет вид

$$L = \{CA, CIP_1, CIP_2, CIP_3, CIP_4, D, Db_1, Db_2, Db_3, Db_4, D_1, D_2, D_3, D_4, P\}, \quad (20)$$

где индексы 1–4 описывают соответствующие агрегаты со сроком исполнения: текущий, до 1 месяца, до 1 года, больше 1 года.

Для применения метода Монте–Карло (длительностью 30 дней) задача сужена до расчета и анализа показателя текущей (мгновенной) ликвидности. Вектор-таблица в модели текущей ликвидности вместо (20) имеет вид

$$L = \{K, CIP_1, CIP_2, Db_1, Db_2, D_1, D_2, D_3, D_4\}. \quad (21)$$

Показатель текущей ликвидности определяется формулой

$$L = [K + CIP_1 + Db_1] * D_1^{-1}, \quad (22)$$

где  $K = Cash +$  — депозиты других банков до востребования.

Расчеты и метод Монте–Карло применены к показателю текущей ликвидности одного из системных банков Украины в двух месяцах 2017 года (март, октябрь). Тогда вектор-столбец состояния банка в конце периода (месяца)  $R_{30}$  получен применением формулы (11) в виде

$$R_{30} = R_0 \prod_{z=1}^N A^z, \quad (23)$$

где  $z = 30$  и учитываются только безналичные потоки финансов между агрегатами. В формуле (23)

$$R_0 = \{K_0, CIP_{10}, CIP_{20}, Db_{10}, Db_{20}, D_{10}, D_{20}, D_{30}, D_{40}\} \quad (24)$$

вектор-столбец «начального» состояния банка в первый день исследуемого месяца;  $A$  — развернутая матрица перехода состояния банка в течение одного операционного дня в результате потока платежей, размерность матрицы равна 9.

В исследуемом случае матрица перехода представлена в (табл. 3)

Таблица 3

x	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$a_{16}$	$a_{17}$	$a_{18}$	$a_{19}$
$a_{21}$	x	$a_{23}$	$a_{24}$	$a_{25}$	$a_{26}$	$a_{27}$	$a_{28}$	$a_{29}$
$a_{31}$	$a_{32}$	x	$a_{34}$	$a_{35}$	$a_{36}$	$a_{37}$	$a_{38}$	$a_{39}$
$a_{41}$	$a_{42}$	$a_{43}$	x	$a_{45}$	$a_{46}$	$a_{47}$	$a_{48}$	$a_{49}$
$a_{51}$	$a_{52}$	$a_{53}$	$a_{54}$	x	$a_{56}$	$a_{57}$	$a_{58}$	$a_{59}$
$a_{61}$	$a_{62}$	$a_{63}$	$a_{64}$	$a_{65}$	x	$a_{67}$	$a_{68}$	$a_{69}$
$a_{71}$	$a_{72}$	$a_{73}$	$a_{74}$	$a_{75}$	$a_{76}$	x	$a_{78}$	$a_{79}$
$a_{81}$	$a_{82}$	$a_{83}$	$a_{84}$	$a_{85}$	$a_{86}$	$a_{87}$	x	$a_{89}$
$a_{91}$	$a_{92}$	$a_{93}$	$a_{94}$	$a_{95}$	$a_{96}$	$a_{97}$	$a_{98}$	x

где  $a_{ij}$  — величины финансовых потоков, переводящих банк-систему из одного состояния в другое (финансовый поток от агрегата с номером  $i$  к агрегату с номером  $j$ ), где:

1 —  $K$ , 2 —  $CIP_1$ , 3 —  $CIP_2$ , 4 —  $Db_1$ , 5 —  $Db_2$ , 6 —  $D_1$ , 7 —  $D_2$ , 8 —  $D_3$ , 9 —  $D_4$ .

С помощью формул (7), (8) преобразуем  $a_{ij}$  в коэффициенты  $k_{ij}$ , используя для некоторых потоков предположение  $a_{ij} = a_{ji}$ . В таком случае матрица  $A$  приобретает следующий вид (табл. 4).

Таблица 4

x	$k_{12}$	$k_{13}$	$k_{14}$	$k_{15}$	$k_{16}$	$k_{17}$	$k_{18}$	$k_{19}$
$k_{21}$	x	$k_{23}$	0	0	0	0	0	0
$k_{31}$	$k_{32}$	x	0	0	0	0	0	0
$k_{41}$	0	0	x	$k_{45}$	0	0	0	0
$k_{51}$	0	0	$k_{54}$	x	0	0	0	0
$k_{61}$	0	0	0	0	x	$k_{67}$	$k_{68}$	$k_{69}$
$k_{71}$	0	0	0	0	$k_{76}$	x	$k_{78}$	$k_{79}$
$k_{81}$	0	0	0	0	$k_{86}$	$k_{87}$	x	$k_{89}$
$k_{91}$	0	0	0	0	$k_{96}$	$k_{97}$	$k_{98}$	x

Для исследуемого банка приведем значения агрегатов вектора состояния на даты 01.03.2017 и 01.10.2017 (в млн грн.):

$R$  (март) = {25 296, 3 433, 9 584, 245, 245, 21 275, 53 187, 69 144, 69 144};

$R$  (октябрь) = {30 154, 4 358, 6 761, 115, 115, 18 133, 45 283, 58 868, 28 868}.

Для дальнейшего продвижения к статистическому моделированию поведения показателя ликвидности методом Монте–Карло потоки финансов, которые переводят банк из одного состояния в другое, классифицированы как случайные. Случайный характер потока финансов объясняется случайной величиной  $K_{ij}$  — параметром потока.

Для классификации законов распределения величин  $K_{ij}$  — членов матрицы (26), а следовательно, финансовых потоков, проведено исследование указанных потоков исследуемого банка в марте–октябрь 2017 года. Число наблюдений равно числу операционных дней банка.

Принято, что с доверительной вероятностью 0,96 гипотезы о законе распределения  $K_{ij}$ :

- коэффициенты  $k_{12}, k_{13}, k_{14}, k_{15}, k_{16}, k_{17}, k_{18}, k_{19}$  — подчиняются нормальному закону распределения;
- коэффициенты  $k_{23}, k_{34}, k_{45}, k_{54}, k_{67}, k_{68}, k_{69}, k_{76}, k_{78}, k_{79}, k_{86}, k_{87}, k_{89}, k_{96}, k_{97}, k_{98}$  — подчиняются равномерному закону распределения.

Можно отметить, что нормальному закону распределения подчиняются финансовые потоки, связанные с  $K$  (Cash).

Математические ожидания  $MK_{ij}$  представлены в табл. 5.

Таблица 5

x	0,5540	0,2550	0,0350	0,0150	0,0535	-0,0052	0,0152	0,0255
0,0477	x	0,05556						
2,5750	0,9755	x						
0,0355			x	0,8355				
0,0355			0,8355	x				
0,3556					x	0,3565	0,3255	0,2655
0,2556					0,3565	x	0,4275	0,5215
0,4556					0,3255	0,5275	x	0,3054
0,4458					0,0525	0,0342	0,0052	x

В дальнейшем при использовании метода Монте–Карло все коэффициенты принимаются распределенными по нормальному закону. Известно [29, 33], что случайные величины, распределенные по нормальному закону, обладают наибольшей энтропией в сравнении с другими законами. Поэтому использование нормального закона увеличивает разброс значений случайной величины, что ведет к «запасу надежности» (реальный разброс меньше моделируемого).

Использование единого нормального закона дает возможность унифицировать среднее квадратическое отклонение разброса значений коэффициентов  $K_{ij}$ :

$$\Omega K_{ij} = 0,2 MK_{ij}. \quad (25)$$

Запишем последовательность моделирования методом Монте–Карло.

- Генерирование случайных чисел алгоритмическим методом Random() в оболочке C++. Случайные числа и естественно коэффициенты  $K_{ij}$  генерируются (вырабатываются) на каждом операционном дне.

- Использование процедуры MATRIX перемножения матриц операционных дней.

- Расчет показателя текущей ликвидности (22) в последние операционные дни марта и октября 2017 года.

- Число реализаций — 10 000, в связи с чем дисперсия случайной величины  $L$  по (22) является статистически незначительной.

- Проведенные расчеты показали, что математические ожидания показателя ликвидности равны  $L$  (31 марта) = 1,85;  $L$  (31 октября) = 1,25.

### Заключение

Банк представлен в виде сложной динамической финансово-экономической системы со счетным числом состояний. Получено дальнейшее развитие применения системного подхода к управлению финансами, банк представлен в виде системы, состоящей из определенного набора параметров, управление финансами

происходит методом управления указанными параметрами. Выявлена зависимость параметров, описывающих исследуемые факторы банка в контрольный момент времени от параметров в исходное состояние. Систематизированы потоки платежей, которые представлены матрицей перехода, путем разбития их на составляющие, определено количественное влияние составляющих на параметры системы. Доказано, что зависимость между параметрами контрольного и начального состояния с достаточной степенью вероятности может быть выражена линейным оператором, предложенные формулы позволяют рассчитать все составляющие линейного оператора. На базе полученной зависимости параметров контрольного состояния от параметров исходного состояния разработаны методические рекомендации управления параметрами (активы и пассивы) банковской структуры.

*В.А. Величкін, М.В. Тімошенко*

## БАНК — СКЛАДНА СИСТЕМА

Банк представлений як складна фінансово-економічна система з певним вектор-стовпцем стану. Параметри довільного стану як вектор-стовпці визначаються як добуток матриці переходу від одного стану до іншого. Це дозволяє зробити перехід до статистичного моделювання діяльності банку через статистику матриці переходу. При аналізі діяльності банку найбільш поширеним інструментом, використовуваним дослідниками, є метод показників, тобто співвідношення фінансових і економічних агрегатів. При такому підході оцінка діяльності банку здійснюється з використанням різних абсолютних і відносних показників. Комплексне вивчення даних показників дозволяє зробити висновок про ефективність фінансово-економічної діяльності банку. Слід згадати метод порівняння фактичного стану значень досліджуваних показників з нормативними значеннями, значеннями минулого періоду, значеннями середнього рівня. Метою дослідження є вивчення залежності між параметрами, що описують стан банку в контрольний момент часу від параметрів вихідного стану і на основі цієї залежності розробка методів керування фінансовими ресурсами в умовах заданих обмежень. Вводиться поняття матриці переходу від одного стану банку до довільного. Перехід банку як складної ФЕС з одного стану в інший відбувається під впливом потоку фінансів, що складається з елементів — платежів, розмір яких може бути рівним мінімальній грошовій одиниці. У загальному випадку кожен потік з платежу незалежно від величини переводить систему з одного стану в інший. Як часову дискретизацію обрано один банківський (операційний) день. Отже, банк розглядається як складна фінансово-економічна система з дискретним числом станів, а одиницею часу обрано один банківський (операційний) день. Це відповідає сформованому підходу до керування фінансами в банківській системі. Практика застосування методу до задачі про показники ліквідності активів і методу Монте-Карло показала дієвість запропонованої моделі. Загальні висновки роботи полягають у наступному: банк представлено у вигляді складної динамічної фінансово-економічної системи із численною кількістю станів; отримано подальший розвиток застосування системного підходу до керування фінансами, банк представлено у вигляді системи, що складається з певного набору параметрів, керування фінансами відбувається методом керування зазначеними параметрами; виявлено залежність параметрів, що описують досліджувані фактори банку в контрольний момент часу, від параметрів початкового стану; систематизовано потоки платежів, які представлено матрицею переходу, шляхом розбиття їх на складові, визначено кількісний вплив даних складових на параметри системи; доведено, що залежність між параметрами контрольного і початкового станів з достатнім ступенем вірогідності може бути виражена лінійним оператором, запропоновані формули дозволяють розрахувати всі складові лінійного оператора. На базі отриманої залежності параметрів контрольного стану від параметрів вихідного стану розроблено методичні рекомендації керування параметрами (активи і пассиви) банківської структури.

**Ключові слова:** банк, складна система, вектор стану, матриця переходу, моделювання поведінки складної системи.

## BANK — COMPLEX SYSTEM

The bank is represented as a complex financial and economic system with a certain state column vector. The parameters of an arbitrary state as a column vectors are defined as the product of the transition matrix from one state to another. This representation of the bank allows you to make the transition to statistical modeling of the bank's activities via the statistics of the transition matrix. When analyzing the activities of a bank, the most common tool used by researchers is the method of indicators, that is, the ratio of financial and economic aggregates. With this approach, the evaluation of the bank's activities is carried out using various absolute and relative indicators. A comprehensive study of these indicators allows us to conclude about the effectiveness of the financial and economic activities of the bank. We should mention the method of comparing the actual state of the values of the studied indicators with the standard values, the values of the past period, and the values of the average level. The purpose of the study is to study the relationship between the parameters describing the state of the bank at a control instant of time from the parameters of the initial state and, on the basis of this dependence to, develop methods for managing financial resources under the conditions of specified constraints. The concept of a transition matrix from one bank state to an arbitrary state is introduced. The transition of a bank as a complex FES (financial economic system) from one state to another occurs under the influence of the flow of finance consisting of elements — payments, the size of which may be equal to the minimum monetary unit. In general, each stream of payments, regardless of the value, transfers the system from one state to another. One banking (operational) day is selected as the time sampling. Consequently, a bank is considered as a complex financial and economic system with a discrete number of states, and one banking (operational) day is selected as a unit of time. This corresponds to the current approach to financial management in the banking system. The practice of applying the method to the problem of asset liquidity indicators and the Monte Carlo method showed the effectiveness of the proposed model. The general conclusions of the work are as follows: the bank is represented as a complex dynamic financial and economic system with a countable number of states; the resulting further development of the application of a systems approach to financial management, the bank is presented in the form of a system consisting of a specific set of parameters, financial management is carried out by the method of managing these parameters; the dependence of the parameters describing the bank factors under study at the control instant of time from the parameters of the initial state was revealed; systematized payment flows, which are represented by the transition matrix, by breaking them into components, the quantitative influence of these components on the system parameters was determined; it is proved that the relationship between the parameters of the control and initial states with a sufficient degree of probability can be expressed by a linear operator; the proposed formulas allow us to calculate all the components of a linear operator. On the basis of the obtained dependence of the parameters of the control state on the parameters of the initial state, methodical recommendations were developed for managing the parameters (assets and liabilities) of the banking structure.

**Keywords:** A bank, a complex system, a state vector, a transition matrix, the modeling of complex system behavior.

1. Абидова И.К. Особенности функционирования коммерческого банка как системы *Новые технологии*. 2009. № 2. С.15–22.
2. Бакаев А.А., Костина Н.И., Яровицкий Н.В. Имитационные модели в экономике. Киев : Наук. думка, 1978. 304с.
3. Березин А.А., Финогеев А.Г. Математическое моделирование динамики изменения банковских показателей в процессе эволюционного развития организационного поля [www.naukovedenie.ru/09EVN116.pdf](http://www.naukovedenie.ru/09EVN116.pdf).
4. Бизянов Е.Е., Волошин М.В. Концепция мультиагентного моделирования эффективности функционирования информационных систем. *Современные научные инновации*. 2007. № 1(69). С. 18–25.
5. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука. 1968. 356с.
6. Васильева Е.Е. Моделирование комплексной оценки кредитного риска банковской деятельности. Пермь: ПНИПУ, 2017. 188 с.
7. Волошин И.В. Анализ денежных потоков коммерческого банка. *Операционное управление и стратегический менеджмент в коммерческом банке*. 2002. № 4. С.78–85.

8. Волошин И.В., Волошина Я.А. Решение дилеммы «ликвидность–доход» для банковских ресурсов с логнормальным распределением. *Бизнес и банки*. 2008. № 10. С. 56–65.
9. Грибов А.Ф. Моделирование банковской деятельности. М. : Изд-во Российской экономической академии им. Г.В.Плеханова. 2004. 376с.
10. Евсюков В.В., Тругнев Д.Н. Имитационное моделирование в системе управления риском ликвидности коммерческого банка. *Труды Тульского ГУ*. Сер. Экономика. 2009. № 2. С.18–30.
11. Евсюков В.В. Основы математического моделирования процессов финансовой сферы. Тула : Изд-во Тульского ГУ, 2007. 216 с.
12. Кобелев Н.Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем. М. : Дело. 2003. 336 с.
13. Костина Н.И., Алексеев А.А. Финансовое прогнозирование в экономических системах. М. : Юнити–Дана. 2002. 285 с.
14. Костина Н.И., Сучок С.В. Автоматные модели кредитного риска. *Банковские технологии*. 2003. № 7–8. С. 35–39.
15. Костіна Н.І., Сучок С.В. Моделювання діяльності комерційного банку в умовах економічної кризи. *Науковий вісник НАДПСУ*. 2009. № 1(69). С. 79–82.
16. Куликов Ю.С., Орленко Н.В., Величкін В.А. Резервування: проблеми та методи їх вирішення. *Банківська справа*. 1998. № 1. С.38–40.
17. Куликов Ю.С., Орленко Н.В., Величкін В.А. Некоторые модели анализа финансового состояния коммерческого банка. Деп. в ГНТБ Украины 26.11.96, № 2273. 1997. № 2. 10с.
18. Куликов Ю.С., Величкін В.А., Орленко Н.В. Методика оценки эффективности управления финансами коммерческого банка. Деп. в ГНТБ Украины 26.11.96, № 2272 Укр96. 1997, № 2. 10 с.
19. Моисеев Н.Н. Лекції з теорії складних динамічних систем. Київ : Наук. думка, 1981. 255 с.
20. Орленко Н.В., Куликов Ю.С., Величкін В.А. Модель управления банковскими резервами. *Бизнес-информ*. 1998. № 20. С. 63–64.
21. Прохоров А.В., Страшненко Ю.Н. Взаимодействие агентов имитационной модели при решении задач управления финансовыми ресурсами банка. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. 2011. № 1. С. 3–15.
22. Рудакова Н.В. Управление кредитным риском коммерческого банка: канд.дисс Тула : ТНУ. 2012. 148 р.
23. Форрестер Дж. Мировая динамика. М. : 000 «Изд-во АСТ», 2003. 450 с.
24. Ahmed S. Use of transition matrices in risk management and valuation. A Fair Isaac White Paper, 2004. 125 p.
25. Bank for International Settlements: The New Basel Capital Accord. <http://www.bis.org/publ/bcbsca.htm>.
26. Deventer D. van., Imai K. Credit risk models and the Basel Accords: the Merton model and reduced form models. N.Y.: John Wiley & Sons, 2003. 250 p.
27. Gavalas D., Syriopoulos T. Bank credit risk management and rating migration analysis on the business. *Int. J. Financial Stud.* 2014. 2. P. 122–143.
28. Inamura Y. Estimating continuous time transition matrices from discretely observed data. Bank of Japan working paper series, 2006. 250 p.
29. Israel R.B. Finding generators for Markov chains via empirical transition matrices, with applications to credit ratings. *Mathematical Finance*. 2001. 11(2). P. 245–265.
30. Jafry Y., Schuermann T. Metrics for comparing credit migration matrices. Wharton Financial Institutions Center Working paper N 03–09. Available at SSRN. 2003. <http://ssrn.com/abstract=394020> or DOI: 10.2139/ssrn.394020.
31. Lando D., Skodeberg T. Analyzing ratings transitions and rating drift with continuous observations. *Journal of Banking & Finance*. 2002. 26 (2/3). P. 423–444.
32. Muliaman D. Hadad, Wimboh S. Rating migration matrices: empirical evidence in Indonesia. IFC Bulletin. 2009. N 31, July Available at SSRN. <https://www.bis.org/ifc/publ/ifcb31.htm>.
33. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method. *J. Amer. statistical assoc.* 1949. 44, № 247, P. 335–341.
34. Rorres C., Anton H. Elementary linear algebra. New Jersey: John Wiley & Sons, 1987. 355 p.
35. Sinkey J.F. Commercial bank financial management. London, New York: Macmillan and Collier Macmillan, 1986. 325 p.

*Получено 31.07.2018  
После доработки 20.05.2019*