УДК 519.87

Е.В. Ивохин, Л.Т. Аджубей, Е.В. Гавриленко

О ФОРМАЛИЗАЦИИ ДИНАМИКИ В ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССАХ НА ОСНОВЕ НЕОДНОРОДНЫХ ОДНОМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ ДИФФУЗИИ

Ключевые слова: информация, процесс распространения, моделирование, гибридная модель диффузии.

Введение

Одним из научных направлений, которому последнее время уделяется серьезное внимание, является математическое моделирование. Понятие «математическая модель» широко используется в разных областях и имеет различные применения. Под моделью объекта обычно понимают другой объект, имитирующий некоторый набор свойств моделируемого объекта [1–3]. Основная цель моделирования — получить возможность исследования и анализа функционирования количественных и качественных характеристик реального объекта. Объект реального мира имеет огромное количество свойств и характеристик, но при исследовании необходимо выделить основные свойства и перенести их на модель.

В процессе анализа и использования построенных моделей определяется уровень адекватности, т.е. соответствие модели объекта, который моделируется. Под адекватностью понимают, с одной стороны, корректное качественное описание реального объекта, с другой, модель должна правильно описывать функционирование объекта с количественной точки зрения на основе заданных характеристик и с достаточной точностью. Отметим, однако, что не для всех моделей разумно требовать количественную адекватность. Для социологических или некоторых экономических моделей важно адекватное описание принципов поведения социальных групп или экономических стратегий соответственно, а не их количественные характеристики.

Задачи аналитической обработки информационных потоков и их влияний требуют исследования динамики процессов распространения информации на основе средств имитационного моделирования и прогнозирования. Разработка моделей и методов для имитации информационных влияний с учетом динамики в информационных процессах позволит эффективно решать важные коммуникационные проблемы, существенно повысить уровень информационной безопасности государства, тактически и стратегически прогнозировать развитие событий информационного противостояния.

Очевидно, что для формализации и исследования процессов развития во времени, информационного распространения и влияния необходимо использовать принципиально новый инструментарий, который позволит адекватно отображать состояние динамической составляющей процесса распространения информации [4]. При этом часто используется так называемый механистический подход, основывающийся на идее применения физических и биохимических аналогий [5–9].

Очевидно, что с учетом диффузионного характера информационных процессов для моделирования изменений распространения и влияния информации в целевых группах успешно можно использовать математические модели процессов проникновения (диффузии) [7–9]. В работе [7] этот подход детально рассмотрен на примере использования гибридных однородных моделей диффузии скалярного и двумерного вида. Учитывая влияние внешних источников воздействия на процессы распространения информации, эти модели могут быть обобщены путем исследования соответствующих неоднородных уравнений и систем.

Неоднородные модели диффузионного распространения информации

Очевидно, распространение информации в обществе, мнений в социальных сетях, рекламирование продукции и другие информационные процессы во многом аналогичны процессам распространения (проникновения) некоторого диффундирующего вещества в определенной среде. Будем считать среду однородной, предполагая, что область допустимого распространения информации на основе структурного расширения модели гибридной подсистемой [7] может быть рассчитана с помощью соответствующих решений этой подсистемы. Как следует из [7], подобная гибридная модель достаточно эффективна для описания состояний различных целевых групп людей, находящихся под воздействием информационного потока. Естественным обобщением предложенного подхода в данном случае является формализация влияния на динамику распространения информационных процессов со стороны внешних источников или средств воздействия.

Обозначим $u(x,t)$, $0 \le u(x,t) \le 1$, $t \ge 0$, функцию уровня распространения информации в пределах части x, $0 \le x \le 1$, рассматриваемого контингента заданного размера.

Будем моделировать изменение уровня (концентрации) информации в целевой группе населения на протяжении конкретного временного интервала $t \in [0, T]$ с помощью уравнения диффузии [10] скалярного вида:

$$\partial u / \partial t = -k(t) \partial^2 u / \partial x^2 + f(x,t), \tag{1}$$

с начальным условием $u(x,0) = 0$, $0 \le x \le 1$, и краевым условием $u(0,t) = 0$, $t \in [0, T]$, где $k(t)$ — коэффициент, характеризующий скорость проникновения информации (аналог коэффициента диффузии), который пропорционален скорости изменения части населения, считающейся восприимчивой к влиянию внешней информации, т.е. $k(t) = \mu \dot{x}(t)$, $0 \le \mu \le 1$, $f(x,t)$ — функция, описывающая влияние внешних источников информационного воздействия.

В случае отсутствия внешнего воздействия, т.е. $f(x,t) \equiv 0$, уровень информации в целевой группе с течением времени может быть представлен с точностью до константы в виде [7]

$$u(x,t) = c\mu(1 - e^{-x(t)/\mu}), \tag{2}$$

где величина $0 \le x(t) \le x_\Gamma(t)$ определяет состав участников группы, находящихся в момент времени $t \in [0, T]$ под информационным влиянием, $0 \le x_\Gamma(t) \le 1$ — максимальное граничное значение части населения, ощущающей влияние информации. Динамика изменений величины $x_\Gamma(t)$, как уже было сказано, может быть описана дополнительной гибридной подсистемой [7], а константу c, без ограничения общности, можно положить равной 1.

Предположим, процесс распространения информации происходит с учетом контакта участников целевой группы с другой частью населения, имеющей определенное мнение по отношению к обсуждаемому информационному потоку. Предположим, что процесс контакта аналогичен конвективному теплообмену по закону Ньютона [11]. Следуя этому закону, количество информации q пропорционально разности соответствующих уровней распространения информации в целевой группе $u(x,t)$ и окружающей обстановке u_0, т.е. $q=\alpha(u(x,t)-u_0)$. Здесь α — некоторый обобщенный коэффициент межгруппового информационного обмена, который также можно считать пропорциональным скорости изменения части населения, восприимчивой к влиянию внешней информации, $\alpha=\eta\dot{x}(t)$, $0\le\eta\le 1$.

Таким образом, получаем модель изменения концентрации информации в целевой группе населения с учетом наличия внешнего контакта членов целевой группы и заданного отношения во внешней среде к информационному потоку, записав уравнение (1) в виде

$$\partial u/\partial t=-k(t)\,\partial^2 u/\partial x^2-\alpha(u-u_0), \tag{3}$$

где коэффициенты $k(t)=\mu\dot{x}(t)$, $\alpha=\eta\dot{x}(t)$.

Решение уравнения (3) можно получить, разбив его на два отдельных:

$$\partial u/\partial t=-k(t)\,\partial^2 u/\partial x^2-\alpha u, \tag{4}$$

$$\partial u/\partial t=-k(t)\,\partial^2 u/\partial x^2+\alpha u_0. \tag{5}$$

Будем искать функцию $u(x,t)$ в виде $u(x,t)=X(x(t))$. С учетом сделанных предположений для уравнения (4) получаем

$$\partial X(x)/\partial x\; dx/dt=-\mu\, dx/dt\;\partial^2 X(x)/\partial x^2-\eta\, dx/dt\; X(x). \tag{6}$$

Уравнение (6) имеет особое решение $X(x(t))=X(\theta)=C$, C — константа, $C\in[0,1]$. Это решение получается при выполнении условия $dx/dt=0$ или $x(t)=\theta$, $\theta\in[0,1]$. Другими словами, при наличии стационарного процесса в динамике величины контингента, подверженного информационному влиянию, уровень распространения информации остается постоянным. Данное решение тривиально.

Предположим, что $dx/dt\ne 0$. Тогда (6) можно переписать в виде обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка вида

$$dX(x)/dx=-\mu\, d^2X/dx^2-\eta X \tag{7}$$

с начальными условиями $X(0)=0$, $X'(0)=c$, $c\in(0,1]$, решениями которого с точностью до константы будут:

• функция $X(x(t)) = c\mu(e^{\lambda_1 x(t)} - e^{\lambda_2 x(t)})\big/\sqrt{D}$, где $D = 1 - 4\mu\eta$, $\lambda_1 = (-1+\sqrt{D})/(2\mu)$, $\lambda_2 = (-1-\sqrt{D})/(2\mu)$, при условии $4\mu\eta < 1$;

• функция $X(x(t)) = cxe^{-x(t)/(2\mu)}$ при условии $4\mu\eta = 1$;

• функция $X(x(t)) = ce^{-x(t)/(2\mu)}\sin\beta x$, где $\beta = \sqrt{D}/(2\mu)$, $D = 4\mu\eta - 1$, при условии $4\mu\eta > 1$.

Как и для однородного случая (2), в формулах можно положить $c = 1$. Тогда окончательно получаем, что для произвольного момента времени $t \in [0, T]$ имеет место решение уравнения (7) соответствующего вида, определяющее уровень распространения информации в пределах некоторой подгруппы, размер которой составляет $x_\Gamma(t)$ от общего количества членов группы, $0 \le x(t) \le x_\Gamma(t)$.

На рис.1 приведены примеры пространственно-временного распределения уровня концентрации информации в группе населения, который рассчитан на основе решений диффузионной модели вида (7), полученных при различных значениях параметров модели *а*: $\mu = 0{,}25$, $\eta = 0{,}5$, $4\mu\eta < 1$; *б*: $\mu = 0{,}25$, $\eta = 1$; *в*: $\mu = 0{,}26$, $\eta = 1$, $4\mu\eta > 1$.

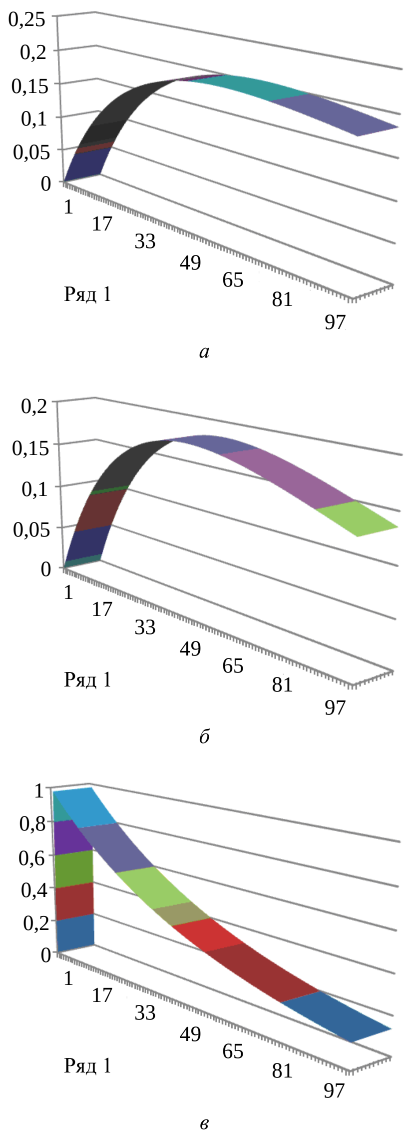

Рис. 1

Рассмотрим далее уравнение (5). При соответствующих предположениях относительно вида коэффициентов $k(t)$ и α получаем дифференциальное уравнение вида

$$dX(x)\Big/dx = -\mu\, d^2X\Big/dx^2 + \eta u_0, \qquad (8)$$

где u_0 — заданная постоянная величина, которая определяет уровень распространения информации в окружающей целевую группу социальной среде.

Несложно проверить, что решением уравнения (8) будет функция $X(x(t)) = c\mu(1 - e^{-x(t)/\mu}) + \eta u_0 x$. Следовательно, решение уравнения (3) общего вида можно формировать в виде суммы общего решения уравнения (7) и частного решения $\eta u_0 x$ уравнения (8).

Рассмотрим процесс распространения информации на основе диффузионного подхода в предположении, что количество участников целевой группы, находящихся под информационным влиянием, с течением времени меняется (увеличивается или уменьшается) со скоростью, пропорциональной уровню концентрации информации в группе. Этот вариант формализации аналогичен физическим процессам диффузии с учетом распада вещества (неустойчивый газ) или его размножения (диффузия нейтронов) [11]. В этом случае математическая модель для описания уровня информационного распространения будет иметь вид

$$\partial u/\partial t = -k(t)\,\partial^2 u/\partial x^2 \mp \gamma u\,, \qquad (9)$$

где коэффициент γ характеризует величину взаимосвязи со скоростью изменения численности подгруппы участников, находящихся под информационным влиянием, $0 \le \gamma \le 1$, а коэффициент $k(t) = \mu\dot{x}(t)$.

В свою очередь, можно предположить, что коэффициент γ в (9) пропорционален скорости изменения количества участников подгруппы, т.е. $\gamma = \eta\dot{x}(t)$, $0 \le \eta \le 1$. Тогда в случае уменьшения количества охваченных информацией участников группы получаем модель диффузионного типа в виде уравнения (4), а в случае увеличения — в виде уравнения

$$\partial u/\partial t = -k(t)\,\partial^2 u/\partial x^2 + \gamma u\,. \qquad (10)$$

Данное уравнение с учетом предположений можно переписать в виде обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$dX(x)/dx = -\mu\, d^2 X/dx^2 + \eta X\,, \qquad (11)$$

с начальными условиями $X(0) = 0$, $X'(0) = c$, $c \in (0,1]$, решением которого с точностью до константы будет функция $X(x(t)) = c\mu(e^{\lambda_1 x(t)} - e^{\lambda_2 x(t)})/\sqrt{D}$, где $\lambda_1 = (-1+\sqrt{D})/(2\mu)$, $\lambda_2 = (-1-\sqrt{D})/(2\mu)$, $D = 1 + 4\mu\eta$.

На рис. 2 приведен пример распределения уровней информационного влияния в целевой группе, который рассчитан на основе решений диффузионной модели вида (10), (11) $\mu = 0{,}25$, $\eta = 0{,}5$.

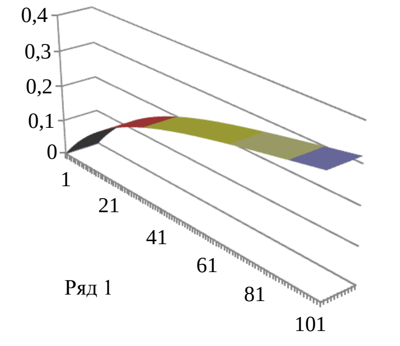

Рис. 2

Наконец, рассмотрим случай диффузии в среде, движущейся с постоянной скоростью, которая также предполагается пропорциональной изменению количества охваченных информацией участников группы. Это предположение вполне допустимо, если предположить невысокий (которым можно пренебречь) уровень внутригруппового обмена информацией и рассматривать в качестве основного фактора внешнее влияние социума на уровень распространения информации в целевой группе. В данном случае процесс диффузии подчиняется закону Нернста [11], исходя из которого может быть вычислено количество информации q на основе соотношений вида $q = -\sigma\,\partial u/\partial x$, $\sigma = \omega\dot{x}$, $0 \le \omega \le 1$. Неоднородная модель диффузионного типа для описания процесса распространения информации при этом будет иметь вид

$$\partial u/\partial t = -k(t)\,\partial^2 u/\partial x^2 - \omega\dot{x}\,\partial u/\partial x\,. \qquad (12)$$

Предполагая, что $dx/dt \neq 0$, уравнение (12) можно переписать в виде обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка:

$$dX(x)/dx = -\mu \, d^2X/dx^2 - \omega \, dX(x)/dx, \qquad (13)$$

с начальными условиями $X(0)=0$, $X'(0)=c$, $c \in (0,1]$.

Упрощая, получаем уравнение $\mu \, d^2X/dx^2 + (1+\omega) \, dX(x)/dx = 0$, которое является однородным дифференциальным уравнением второго порядка. Решением этого уравнения служит функция вида $X(x(t)) = c\mu(1-e^{-(1+\omega)x(t)/\mu})/(1+\omega)$, в которой постоянную c, как и ранее, можно положить равной 1.

На рис. 3 приведен пример распределения уровней информационного влияния в целевой группе, который рассчитан на основе решений диффузионной модели вида (12), (13) $\mu = 0{,}25$, $\omega = 0{,}5$.

Предложенный подход к моделированию информационного проникновения можно использовать для формализации процесса в случае двумерного представления социальной среды. Уровни распространения информации при этом будут описываться векторной функцией $u(x_1, x_2, t) = (u_1(x_1, t),\ u_2(x_2, t))^{\mathrm{T}}$, где функции $u_1(x_1,t)$, $u_2(x_2,t)$, $i=1,2$, $0 \le u_i(x_i,t) \le 1$, $t \ge 0$, определяют информационное влияние внутри отдельных категорий участников целевой группы и удовлетворяют скалярным диффузионным уравнениям вида (1)

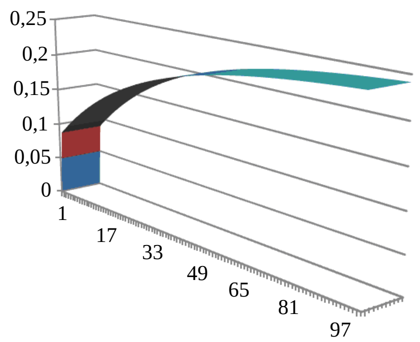

Рис. 3

$$\partial u_i(x_i,t)/\partial t = -k_i(t) \, \partial^2 u_i(x_i,t)/\partial x_i^2 + f_i(x_i,t), \ i=1,2, \qquad (14)$$

с функциями $k_i(t)$, $i=1,2$, задающими скорости проникновения информации в пределах соответствующих групп (как и ранее, считаем их пропорциональными скоростям изменения конкретных частей подгрупп с коэффициентами пропорциональности μ_i, $i=1,2$). При этом каждое из неоднородных уравнений (14) может использоваться для описания специфического воздействия внешнего информационного потока. Такая формализация фактически будет означать выделение подгрупп с различным восприятием внешнего информационного влияния.

Модели на основе уравнения диффузии для исследования распространения информации использовались в процессах изучения и оптимизации потоков рекламной информации. Диффузионная модель влияния рекламы рассматривалась также с учетом показателей динамики товаров, получаемых на основе статистических отчетов по результатам деятельности торговых предприятий [8]. Результаты моделирования процесса изменения уровня распространения рекламной информации с учетом показателей продаж товарной продукции рассматривались в качестве эталонных. Для сравнительного анализа процессов влияния рекламной информации на основе предложенного подхода проведены численные эксперименты. В ряде случаев полученные результаты позволили сделать вывод об их адекватности параметрам реальных процессов изменения восприятия информации в пределах конкретно заданных целевых групп населения, имеющих место вследствие внешнего информационного влияния различного характера, который рассмотрен в данной работе.

К сожалению, нельзя утверждать наличие идентичности модельных результатов на основе обоих подходов. Это объясняется отсутствием какой-либо определенной информации о связи объемов продаж с уровнями запоминания рекламы. Однако, на наш взгляд, предложенные варианты моделирования динамики распространения уровней информации на основе уравнения диффузии с использованием неоднородностей специального вида представляют определенный интерес и в дальнейшем могут быть уточнены с учетом новых формальных и неформальных соотношений.

Заключение

В данной работе предложен подход к построению математических моделей динамики распространения информационных процессов в некоторой целевой группе населения. В основу формализации положено использование неоднородных моделей процесса диффузии (проникновения) информации в сети. Формализованы и исследованы процессы динамики информационных потоков на основе моделей с неоднородностями различного вида.

Приведены примеры использования данного подхода, проанализированы результаты численных экспериментов. Сравнительный анализ с модельными данными о распространении рекламной информации позволяет в ряде случаев утверждать об адекватности полученных результатов и реальных процессов изменения восприятия информации в пределах конкретных групп населения.

Є.В. Івохін, Л.Т. Аджубей, О.В. Гавриленко

ПРО ФОРМАЛІЗАЦІЮ ДИНАМІКИ В ІНФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСАХ НА ОСНОВІ НЕОДНОРІДНИХ ОДНОВИМІРНИХ МОДЕЛЕЙ ДИФУЗІЇ

Запропоновано підхід до побудови математичних моделей динаміки поширення інформаційних процесів у деякій цільовій групі населення. В основу формалізації покладено використання неоднорідних моделей процесу дифузії (проникнення) інформації в мережі. Змодельовано і досліджено динаміку інформаційних потоків на основі моделей з неоднорідностями різного виду. Наведено приклади використання даного підходу, проаналізовано результати чисельних експериментів. Порівняльний аналіз з модельними даними про поширення рекламної інформації дозволяє у низці випадків стверджувати про адекватність отриманих результатів і параметрів реальних процесів зміни сприйняття інформації в межах конкретних груп населення.

Ключові слова: інформація, процес розповсюдження, моделювання, гібридна модель дифузії.

E.V. Ivokhin, L.T. Adzhubey, E.V. Gavrylenko

ON THE FORMALIZATION OF DYNAMICS IN INFORMATION PROCESSES ON THE BASIS OF INHOMOGENEOUS ONE-DIMENSIONAL DIFFUSION MODELS

The approach to constructing mathematical models of the dynamics of the distribution of information processes in a certain target population is considered. The basis of formalization is the use of heterogeneous models of the process of diffusion (penetration) of information in the network. The dynamics of information flows based on models with inhomogeneities of various types is simulated and investigated. Examples of the use of this approach are given; the results of numerical experiments are analyzed. Comparative analysis with model data on the dissemination of advertising information allows in a number of cases to assert about the adequacy of the results obtained and the parameters of real processes of changing the perception of information within specified groups of the population.

Keywords: information, distribution process, simulation, hybrid diffusion model.

1. Андреев Ю.Н. Алгебраические методы пространства состояний в теории управления линейными объектами. *Автоматика и телемеханика.* 1977. № 3. С. 5–50.
2. Марчук Г.И. Математические модели в иммунологии: вычислительные методы и эксперименты. 3-е изд. М. : Наука, 1991. 276 с.
3. Арнольд В.И. Аналитика и прогнозирование: математический аспект. Научно-техническая информация. Сер. 1, вып. 3. 2003. С. 1–10.
4. Брайчевский С.М., Ландэ Д.В. Современные информационные потоки: актуальная проблематика. *Научно-техническая информация.* 2005. Сер. 1, вып. 11. С. 21–33.
5. Беллман Р. Математические проблемы в биологии. Москва : Мир, 1966. 278 с.
6. Smith R. Modelling disease ecology with mathematics. Ottawa : American Institute of Mathematical Sciences. 2008. 189 p. ISBN 1601330049 (ISBN13: 9781601330048).
7. Ивохин Е.В., Науменко Ю.А. О формализации процессов распространения информации на основе гибридных моделей диффузии. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики».* 2018. № 4. С. 51–58. DOI: 10.1615/jautomatinf scien.v50.i7.70
8. Івохін Є.В., Науменко Ю.О. Про окремі математичні моделі процесу розповсюдження реклами в соціумі. *Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка.* Сер. ФМН. 2017. № 1. С.55–58.
9. Івохін Є.В., Аджубей Л.Т., Гавриленко О.В. Про деякі математичні моделі формалізації соціоінформаційних потоків. *Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка.* Сер. ФМН. 2017. № 2. С. 70–73.
10. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. Москва : Наука. 1969. 288 с.
11. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. Москва : ГизТТЛ. 1956. 683 с.

Получено 18.09.2018
После доработки 03.10.2018