Физика низких температур, 1996, т. 22, № 8, с. 904–911

«Симметрийно обусловленные» несоразмерные магнитные фазы в магнитодиэлектриках

В. Г. Барьяхтар

Институт магнетизма НАН Украины, Украина, 252680, г. Киев, пр. Вернадского, 36
E-mail: vbar@pic.uas.kiev.ua

Е. П. Стефановский

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины, Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72
E-mail: stefan@host.dipt.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 28 февраля 1996 г.

Проанализирована современная феноменологическая теория модулированных длиннопериодических фаз в магнитоупорядоченных кристаллах. Основное внимание уделено несоразмерным магнитным фазам, существование которых связано с наличием в свободной энергии магнетика инвариантов, линейных по первым пространственным производным компонентов моментов спиновой плотности. Проанализированы равновесные магнитные конфигурации ряда конкретных объектов.

Проаналізовано сучасну феноменологічну теорію модульованих довгоперіодичних фаз у магнітовпорядкованих кристалах. Основну увагу приділено несорозмірним магнітним фазам, походження яких зв'язано з присутністю у вільній енергії магнетика інваріантів, лінійних по першим просторовим похідним компонентів моментів спінової густини. Проаналізовано рівноважні магнітні конфігурації деяких конкретних об'єктів.

Твердотельные объекты, в которых наблюдается магнитное упорядочение, принято описывать на языке функции спиновой плотности S(r) (или моментов спиновой плотности — неприводимых магнитных моментов, которые будут определены ниже), введенной в физику магнитных явлений Дзялошинским [1].

В ряде случаев в магнитоупорядоченном состоянии системы пространственный период функции S(r) оказывается целым кратным по отношению к пространственному периоду кристаллической структуры, что говорит либо о совпадении магнитной и кристаллохимической элементарных ячеек, либо о мультипликации кристаллохимической элементарной ячейки. С точки зрения теории Ландау фазовых переходов (ФП) второго рода в этой ситуации имеет место подгрупповая связь между пространственными группами симметрии высокосимметричной (парамагнитной (ПМ)) и низкосимметричной (магнитоупорядоченной (МУ)) фазами кристалла, во-первых, а ФП ПМ⇄МУ происходит по так называемому лифшицевскому неприводимому представлению (НП) пространственной группы симметрии ПМ фазы [2,3], во-вторых.

Эксперимент, однако, показывает, что в значительном количестве систем (их более ста) в результате магнитного ФП типа беспорядок→порядок возникает магнитная структура, описываемая функцией спиновой плотности, пространственный период которой оказывается несоизмеримым с пространственным периодом кристаллической структуры, т.е. мы имеем дело с так называемыми несоразмерными магнитными фазами (НМФ). В различных системах этот пространственный период составляет по порядку величины единицы (это, как правило, обменные НМФ), и сотни, и тысячи (как правило, обменно-релятивистские и релятивистские НМФ) размеров элементарной кристаллохимической ячейки. Уместно заметить, что впервые предположения о существовании такого рода магнитных структур и возможных механизмах их возникновения были независимо высказаны в работах [4–6].

В том случае, когда пространственный период функции спиновой плотности значительно превосходит период кристаллической структуры, принято говорить о существовании в системе длиннопериодической (модулированной) магнитной структуры (мы используем терминологию работы

© В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, 1996

[7]). Именно в этих условиях появляется возможность использования феноменологической теории магнетизма с привлечением разложения по малым градиентам плотности термодинамического потенциала описываемых объектов.

С точки зрения этой теории возникновение НМФ (естественно, при таких соотношениях между магнитными константами материала, которые обеспечивают длиннопериодичность магнитной структуры) может быть обусловлено двумя факторами. Один из них — конкуренция взаимодействий, описываемых квадратичными по первым пространственным производным инвариантами от моментов спиновой плотности и инвариантами четвертой степени по этим производным в плотности термодинамического потенциала (этот механизм во многом аналогичен предложенному в [4–6]). На этом механизме мы ниже останавливаться не будем. Отметим лишь, что такого рода НМФ могут иметь место в магнитоупорядоченных системах с любой пространственной симметрией ПМ фазы.

Нас же интересуют, в основном, "симметрийно обусловленные" НМФ, возникновение которых связано с наличием в термодинамическом потенциале объекта инвариантов, линейных по первым пространственным производным от моментов спиновой плотности, и их конкуренцией с квадратичными по этим производным инвариантами. Заметим, что симметрийные условия существования таких инвариантов в магнитоупорядоченных системах оговорены в работе Дзялошинского [8].

Феноменологическое описание отмеченных нами НМФ тесно связано с проблемой так называемых инвариантов Лифшица [3], т.е. инвариантов, линейных по первым пространственным производным от базисных функций (параметров порядка) неприводимых представлений пространственных групп ПМ фазы в плотности термодинамического потенциала. В теории магнитных явлений эти инварианты имеют вид

$$S_i^{\nu}\frac{\partial S_k^{\nu}}{\partial x_j} - S_k^{\nu}\frac{\partial S_i^{\nu}}{\partial x_j}, \qquad (1)$$

где $S_i^{\nu}(\mathbf{r})$ — i-компонент момента спиновой плотности, преобразующийся по ν-му неприводимому представлению (НП) пространственной группы симметрии ПМ фазы кристалла. В модели локализованных спинов (а магнитодиэлектрики относятся как раз к таким системам) величины S_i^{ν} — некоторые линейные комбинации компонентов намагниченностей ионов, находящихся в кристаллографически эквивалентных позициях.

В работе Лифшица [3] было сформулировано и доказано следующее утверждение. Непрерывный ФП из высокосимметричной в пространственно однородную низкосимметричную фазу (ФП по лифшицевскому НП ПМ фазы), т.е. непрерывный ФП без изменения или с мультипликацией элементарной кристаллохимической ячейки, запрещен, если неравновесный термодинамический потенциал системы содержит лифшицевские инварианты (в физике магнетизма — инварианты вида (1)), соответствующие базисным функциям этого НП. И наоборот, пространственно однородное низкосимметричное состояние кристалла, возникающее при ФП II рода по лифшицевскому НП высокосимметричной фазы, устойчиво, если неравновесный термодинамический потенциал системы не содержит инвариантов Лифшица. Еще раз подчеркнем, что в работе [3] шла речь именно о пространственно однородном низкосимметричном состоянии, возникающем в результате ФП II рода.

Ситуация оказывается отличной от вышеизложенной при некоторых специфических условиях, которые, как мы увидим, встречаются достаточно часто. На это обратил внимание в своей основополагающей работе [8] Дзялошинский. А именно, если в неравновесном термодинамическом потенциале, описывающем ФП с изменением магнитной структуры, коэффициент при инварианте вида (1) по каким-либо физическим причинам оказывается малым (понятие малости определим ниже) по сравнению с коэффициентом при квадратичном по первым пространственным производным инварианте, то возникает очень своеобразная ситуация.

В этом случае обсуждаемый ФП возможен, но не в состояние, описываемое мультипликацией элементарной кристаллохимической ячейки (волновой вектор структуры $\mathbf{k}_0$), а в состояние с волновым вектором структуры $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 + \mathbf{q}$, где малая величина $|\mathbf{q}|$ определяется конкуренцией вышеуказанных инвариантов в разложении по малым градиентам плотности термодинамического потенциала. Возникающая в результате ФП магнитная структура на малых пространственных масштабах (порядка постоянной кристаллической структуры) соответствует магнитной структуре с волновым вектором $\mathbf{k}_0$, а на больших — на нее наложена длиннопериодическая модуляция с периодом $\sim 1/|\mathbf{q}|$.

Соответствующая малость линейного по первым пространственнным производным инварианта, как показано в [8], может быть обеспечена резкой пространственной анизотропией обменного взаимодействия и релятивистскими взаимодействиями спин–спин и спин–решетка. Подчеркнем, что в те-

ории [8], объяснившей возникновение НМФ обменного происхождения в системе β-MnO_2, речь идет о ФП по одному из НП пространственной группы симметрии ПМ фазы, и результатом магнитного ФП беспорядок$\rightleftarrows$порядок всегда (!) является НМФ.

Несколько позднее в рамках теории Дзялошинского [8] был обнаружен обменно-релятивистский механизм [9], обеспечивающий возникновение НМФ в результате магнитного упорядочения и объяснивший наличие НМФ в системах MnSi и FeGe [9,10].

Однако, как оказалось [11–13], и ситуация, описанная Дзялошинским [8], не исчерпывает всех возможностей образования НМФ в объектах, термодинамический потенциал которых содержит инварианты, линейные по первым пространственным производным. Нередко в непрерывный ФП могут быть втянуты два НП пространственной группы симметрии ПМ фазы. Именно эта картина наблюдается (и описана нами) в системах Cr_2BeO_4 [13,14], $TbAsO_4$ [16], системах типа MnOOH [17], MnP, Mn_3B_4 [18,19] и др. В этом случае инварианты термодинамического потенциала, линейные по первым пространственным производным, по внешнему виду напоминают инварианты (1) и могут быть записаны как

$$S_i^{\nu}\frac{\partial S_k^{\nu'}}{\partial x_j} - S_k^{\nu'}\frac{\partial S_i^{\nu}}{\partial x_j}, \qquad (2)$$

однако нужно помнить, что $\nu \neq \nu'$.

Можно сделать общие утверждения относительно наличия инвариантов вида (2) в термодинамическом потенциале систем и возможности образования с их помощью НМФ.

Во-первых, очевидно, что инварианты этого вида присутствуют в термодинамическом потенциале изучаемого объекта в том и только в том случае, если прямое произведение вовлеченных в ФП НП ν и ν' пространственной группы симметрии ПМ фазы содержит векторное представление. Тогда x_j — направление длиннопериодических модуляций пространственно однородной магнитной структуры (волновой вектор которой — k_0), определяемое волновым вектором НМФ q. Нетрудно, понятно, исследовать все возможные варианты для всех точечных групп, используя таблицы характеров их НП. Это условие — необходимое.

Во-вторых, как было нами показано [13,14,18,19], образование НМФ при выполнении необходимого условия имеет место при достаточно «близких» по температуре спонтанных непрерывных ФП по каждому из соответствующих НП, вовлеченных в рассматриваемый переход. Это условие — достаточное. Мы не выписываем его здесь в аналитической форме, так как оно выглядит достаточно громоздко.

Таким образом, необходимо подчеркнуть, что в рассмотренной ситуации НМФ возникает в результате магнитного упорядочения не с неизбежностью, а лишь при выполнении некоторых условий, налагаемых на магнитные параметры системы.

Так, например, в работах [13,14] нами подробно исследовано магнитное упорядочение в магнитоупорядоченном кристалле Cr_2BeO_4. ФП в этом объекте приводит к НМФ, так как в нем выполнены два вышеприведенных условия. Важным оказалось то обстоятельство, что в этой системе (пространственная группа симметрии ПМ фазы — P_{bnm}) температуры магнитного упорядочения подсистем ионов Cr_I и Cr_{II}, находящихся в различных кристаллографических позициях, оказались «близкими» в нужном смысле. Это и приводит, в конечном итоге, к образованию НМФ.

Интересно, что точно такой же пространственной симметрией обладают, например, редкоземельные ортоферриты $RFeO_3$. Но в них позиции одного из Cr_j занимают ионы Fe, а второго — ионы редкой земли R. С другой стороны, хорошо известно, что температуры спонтанных ФП магнитного упорядочения в каждой из подсистем (железо и редкая земля) очень «далеки» друг от друга (отличаются на сотни градусов Кельвина). Именно это, как следует из нашей теории, и приводит к невозможности образования в редкоземельных ортоферритах (ортохромитах) НМФ*.

Ниже мы рассмотрим, в качестве примера, равновесные свойства (равновесные магнитные состояния и ФП между ними) некоторых конкретных магнитоупорядоченных объектов, ограничившись при этом теми, в которых НМФ имеют обменно-релятивистское происхождение.

* Заметим, что сильное разбавление железной магнитной подсистемы, например диамагнитными ионами, может привести к резкому падению температуры магнитного упорядочения в железной подсистеме и как к результату — сближению соответствующих температур и образованию НМФ в этих объектах.

I. Равновесные несоразмерные магнитные фазы и фазовые переходы в магнитоупорядоченных системах типа $CsCuCl_3$, MnSi и FeGe

Отметим прежде всего, что во всех этих объектах к образованию НМФ приводит феноменологический механизм, предложенный Дзялошинским [8].

В квазиодномерной в магнитном отношении системе $CsCuCl_3$ ниже температуры магнитного упорядочения $T_N = 10{,}7$ K имеет место треугольная антиферромагнитная НМФ с волновым вектором структуры вдоль c-оси гексагонального кристалла (пространственная группа ПФ фазы — $P6_122$) с большим периодом пространственной модуляции (около 12 постоянных кристаллической решетки); магнитные моменты ионов Cu^{2+} расположены в базисной плоскости системы, т.е. в плоскости, перпендикулярной c-оси (эти сведения почерпнуты из работ [20–24]).

Элементарная кристаллохимическая ячейка этого соединения содержит шесть ионов Cu^{2+} в b-позициях, т.е. элементарная магнитная ячейка, необходимая для описания треугольной антиферромагнитной структуры — 18 магнитоактивных ионов Cu^{2+}. Однако использование симметрийных соображений, в частности метода расширенной трансляционной симметрии [25], позволяет эффективно уменьшить элементарную магнитную ячейку в шесть раз в направлении гексагональной оси и перейти к трехподрешеточному описанию рассматриваемой системы [26]. При этом термодинамический потенциал рассматриваемого объекта в рамках феноменологической теории может быть записан в виде [27,28]

$$W = M_0^2 \int dr w(\mathbf{r}),$$

$$w(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{3} \left\{ \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial z} \right)^2 + \frac{\alpha_\perp}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial y} \right)^2 \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta}{2} m_{nz}^2 + \alpha_1 \left(m_{nx} \frac{\partial m_{ny}}{\partial z} - m_{ny} \frac{\partial m_{nx}}{\partial z} \right) - \mathbf{h} \mathbf{m}_n \right\} +$$

$$+ \delta (\mathbf{m}_1 \mathbf{m}_2 + \mathbf{m}_1 \mathbf{m}_3 + \mathbf{m}_2 \mathbf{m}_3), \qquad (3)$$

где $\mathbf{m}_n = \mathbf{M}_n / M_0$, $\mathbf{M}_n$ — намагниченности подрешеток, $n = 1,2,3$, $|\mathbf{M}_n| = M_0 = \text{const}$; $\alpha > 0$, $\alpha_\perp > 0$ — постоянные неоднородного обменного взаимодействия вдоль цепочек, образуемых ионами Cu^{2+} в направлении гексагональной z-оси кристалла, и в базисной плоскости системы, которую мы считаем изотропной; $\delta > 0$ — постоянная однородного обменного взаимодействия между подрешетками (цепочками); $\beta > 0$ — постоянная одноосной магнитной анизотропии, приводящая к легкоплоскостному характеру равновесной магнитной структуры; $\mathbf{h} = \mathbf{H}/M_0$, $\mathbf{H}$ — внешнее магнитное поле; α_1 — постоянная неоднородного обменно-релятивистского взаимодействия, знак которой несуществен для образования НМФ.

Несколько слов об иерархии взаимодействий в квазиодномерной в магнитном отношении системе $CsCuCl_3$. $\alpha \sim JC_0^2$, $\alpha_\perp \sim \delta a_0^2$, где C_0 и a_0 — постоянные кристаллической решетки в направлении гексагональной оси и в базисной плоскости соответственно. Квазиодномерность обеспечивается соотношениями $\delta \ll J$, т.е. $\alpha_\perp \ll \alpha$. В рассматриваемом объекте $\delta \gg \beta$. Величина $\alpha_1 \sim (v/c)\alpha C_0^{-1}$, где v и c — фермиевская скорость электронов и скорость света соответственно. Декартова ось z ориентирована вдоль гексагональной оси кристалла, а оси X и Y — в базисной плоскости.

Параметризуем векторы намагниченностей подрешеток полярными и азимутальными углами θ_n и φ_n, а внешнего магнитного поля — θ_H и φ_H (полярная ось сферической системы координат совпадает с гексагональной осью системы), т.е. полагаем

$$m_{nz} = \cos\theta_n,$$

$$m_n^{\pm} = m_{nx} \pm i m_{ny} = \sin\theta_n \exp(\pm i\varphi_n),$$

$$h_z = \cos\theta_H, \quad h^{\pm} = h_x \pm i h_y = \sin\theta_H \exp(\pm i\varphi_H) \qquad (4)$$

и рассматриваем случаи ориентации внешнего магнитного поля вдоль гексагональной оси и в базисной плоскости.

а) $\mathbf{h} \parallel z$ ($\theta_H = 0$).

При такой ориентации внешнего магнитного поля, как нетрудно убедиться, уравнения, описывающие равновесные магнитные состояния, т.е. $\delta W/\delta\theta_n = 0$ и $\delta W/\delta\varphi_n = 0$, имеют решение вида

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta,$$

$$\varphi_1 = \varphi, \ \varphi_{2,3} = \varphi \pm 2\pi/3, \qquad (5)$$

а углы θ и φ удовлетворяют уравнениям

$$\sin\theta \left[\alpha\varphi'' \sin\theta + 2(\alpha\varphi' + \alpha_1)\theta' \cos\theta \right] = 0,$$

$$\alpha\theta'' + \sin\theta\,[(3\delta + \beta - \alpha\varphi'^2 - 2\alpha_1\varphi')\cos\theta - h] = 0, \tag{6}$$

где $A' \equiv dA/dz$, что является отражением пространственной одномерности структуры (см. эксперименты [21–23]).

Сразу заметим, что существующее вне зависимости от величины внешнего магнитного поля h решение системы уравнений (6) с $\theta = \text{const} = 0$, очевидно, не представляет для нас интереса, так как оно описывает ферромагнитное состояние системы типа «легкая ось», которое не реализуется в отсутствие внешнего магнитного поля при $\beta > 0$ и $\delta > 0$.

Система уравнений (6) имеет в качестве наиболее энергетически выгодного решения FS-структуру (ферромагнитную спираль) с параметрами

$$\varphi(z) = q_0 z,\ q_0 = -\alpha_1/\alpha,$$

$$\cos\theta = \text{const} = h/(3\delta + \beta - \alpha q_0^2 - 2\alpha_1 q_0). \tag{7}$$

С учетом сделанных выше оценок для феноменологических параметров выражения (3), очевидно, что

$$q_0 \sim (v/c)C_0^{-1} \ll C_0^{-1}, \tag{8}$$

т.е. мы имеем дело с длиннопериодической НМФ.

Итак, полученное решение совместно с (4) и (5) описывает длиннопериодическую модуляцию FS-типа простой треугольной антиферромагнитной структуры с волновым вектором структуры, ориентированным вдоль гексагональной оси и имеющим величину q_0. Другими словами, мы имеем дело со скоррелированными в треугольную антиферромагнитную структуру в базисной плоскости системы тремя FS-структурами того же типа, которые были впервые описаны нами в [9] и дают понимание образования НМФ в системах MnSi и FeGe*.

В отсутствие внешнего магнитного поля гармоническая FS-структура путем непрерывного ФП трансформируется в структуру SS-типа (простая спираль) с $\theta = \pi/2$. Во внешнем же магнитном поле, величина которого определяется выражением

$$h_c = 3\delta + \beta - \alpha_1^2/\alpha, \tag{9}$$

НМФ «схлопывается» — имеет место непрерывный ФП в ферромагнитное состояние с $\theta = 0$.

б) $\mathbf{H} \perp z, \mathbf{H} \parallel x$ $(\theta_H = \pi/2, \varphi_H = 0)$.

В этой ситуации, как легко убедиться, термодинамический потенциал (3) принимает вид

$$W = SM_0^2\delta z_0 \int_{-L/2z_0}^{L/2z_0} du w(u),$$

$$w(u) = \sum_{n=1}^{3}\left[\frac{1}{2}\varphi_n'^2 + a\varphi_n' + \tilde{h}\cos\varphi_n\right] +$$

$$+ \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \cos(\varphi_2 - \varphi_3), \tag{10}$$

где L — длина образца вдоль гексагональной оси (вдоль направления волнового вектора структуры), S — площадь сечения в базисной плоскости, $a = \alpha_1/\sqrt{\alpha\delta}$, $\tilde{h} = h/\delta$, $u = z/z_0$, $z_0 = \sqrt{\alpha/\delta}$, а соответствующая система дифференциальных нелинейных уравнений второго порядка, описывающая равновесное магнитное состояние, может быть записана как

$$\begin{cases} \varphi_1'' + \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin(\varphi_1 - \varphi_3) = \tilde{h}\sin\varphi_1, \\ \varphi_2'' - \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin(\varphi_2 - \varphi_3) = \tilde{h}\sin\varphi_2, \\ \varphi_3'' - \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - \sin(\varphi_2 - \varphi_3) = \tilde{h}\sin\varphi_3. \end{cases} \tag{11}$$

Из этой системы уравнений видно, что в отсутствие внешнего магнитного поля мы, по-прежнему, имеем дело с НМФ, описываемой выражениями (4), (5) и (7). Решить же систему уравнений (11) во внешних магнитных полях произвольной величины весьма затруднительно, поэтому далее мы остановимся на анализе «деформирования» НМФ при $\tilde{h} = 0$ в «слабых» внешних магнитных полях (объяснение термина см. ниже).

Естественно считать, что в «слабых» полях равновесная НМФ мало отличается от структуры при $\tilde{h} = 0$, т.е. положим

$$\varphi_1 = \varphi,$$

$$\varphi_2 = \varphi + 2\pi/3 + \psi_1, \tag{12}$$

$$\varphi_3 = \varphi + 4\pi/3 + \psi_2,$$

* Совершенно очевидно, что для перехода к термодинамическому потенциалу работы [9], описывающему системы MnSi и FeGe, необходимо в выражении (3) для термодинамического потенциала принять $\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}$, $\mathbf{M}_2 = 0$, $\mathbf{M}_3 = 0$, $\delta = 0$, $\alpha_\perp = 0$.

причем величины ψ_i малы в меру «малости» $\tilde{h}$ и при $\tilde{h} \to 0$ все $\psi_i \to 0$.

Можно показать, что с учетом формулы (12) система уравнений (11) имеет единственное решение вида

$$\varphi(v) = kv + \varphi_0 - \frac{2\tilde{h}}{3(1+k^2)} \sin(kv + \varphi_0),$$

$$\psi_1(v) = \frac{\tilde{h}}{1+k^2}\left[\sin(kv+\varphi_0) - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos(kv+\varphi_0)\right],$$

$$\psi_1(v) = \frac{\tilde{h}}{1+k^2}\left[\sin(kv+\varphi_0) + \frac{1}{\sqrt{3}}\cos(kv+\varphi_0)\right], \quad (13)$$

где $v = \sqrt{3/2}\, u$. Величины k и φ_0 представляют собой постоянные интегрирования системы уравнений (11), причем φ_0 — постоянная несущественная, зависящая лишь от выбора точки отсчета углов.

Постоянная же интегрирования k, определяющая период модуляции в НМФ, может быть найдена из условия минимума полного термодинамического потенциала системы как функции параметра k. Нетрудно видеть, что выражение для плотности неравновесного термодинамического потенциала в этом случае есть

$$w = \frac{3}{2}\left[\frac{3}{2}k^2 + \sqrt{6}ak - 1\right] - \frac{1+k^2}{2}\tilde{h}^2, \quad (14)$$

откуда равновесное значение k_h величины k

$$k_h = k_0\left(1 + \frac{2}{9}\tilde{h}^2\right), \quad k_0 = -\sqrt{\frac{2}{3}}\, a. \quad (15)$$

Из выражения (15) сразу следует, что область «слабых» внешних магнитных полей должна быть определена как

$$\tilde{h} \ll 1, \text{ т. е. } H \ll \delta M_0 = H_e. \quad (16)$$

Из выражения (15) хорошо видно, что в этой области внешних магнитных полей величина волнового вектора НМФ растет по мере увеличения поля, т.е. период структуры порядка $1/k_h$ уменьшается пропорционально $\sqrt{H_c^2 - H^2}$. Выражение для равновесной плотности термодинамического потенциала при учете (15) принимает вид

$$w_{eq} = \frac{3}{2} - \frac{9}{4}k_0^2 - \frac{1+k_0^2}{2}\tilde{h}^2 \quad (17)$$

По мере увеличения внешнего магнитного поля можно было бы ожидать «схлопывание» НМФ, т.е. магнитный ФП типа порядок-порядок из полученной нами НМФ в пространственно однородное деформированное внешним магнитным полем треугольное антиферромагнитное состояние. Однако анализ показывает, что плотность термодинамического потенциала такого состояния есть

$$w_{eq,0} = -\frac{3}{2} - \frac{\tilde{h}^2}{2}. \quad (18)$$

Другими словами, во всей области «слабых» магнитных полей (16) энергетически более выгодной является НМФ и такой ФП отсутствует.

2. Обменно-релятивистская несоразмерная магнитная фаза в системе $TbAsO_4$

Как мы уже отмечали выше, возникновение НМФ в магнитодиэлектриках может быть связано не только с механизмом Дзялошинского [8], а именно, инвариант, линейный по первым пространственным переменным, составлен из компонентов неприводимых магнитных векторов (моментов спиновой плотности), преобразующихся по разным НП пространственной группы симметрии ПМ фазы. Именно такая ситуация реализуется в системе $TbAsO_4$, и ее реализации можно ожидать в системах $DyAsO_4$, $DyVO_4$ и др.

В системе $TbAsO_4$ (пространственная группа — D_{2h}^{24}) два магнитоактивных иона тербия (система двухподрешеточная) расположены в a-позициях примитивной кристаллохимической ячейки. При $T_N = 1{,}5$ K (см., например, [16]) в ней имеет место непрерывный ФП в НМФ (структура SS-типа) с волновым вектором структуры q вдоль направления [001] и периодом модуляций около 200 Å ($\approx$ 30 постоянных решетки). Магнитные моменты (намагниченности) ионов тербия лежат в плоскости (001).

Симметрийный анализ [16] показывает, что при учете инвариантов лишь обменного и обменно-релятивистского происхождения плотность термодинамического потенциала имет вид

$$w = \alpha_1\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\right)^2 + \alpha_2\left(\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_i}\right)^2 + \alpha_0 \mathbf{M}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{L} + \delta_1 \mathbf{M}^2 + \delta_2 \mathbf{L}^2, \quad (19)$$

где $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$, $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$, **M** и **L** — векторы намагниченности и антиферромагнетизма, $\mathbf{M}_i$ — векторы намагниченностей подрешеток кристалла соответственно, постоянные α_i и δ_i описывают обменные, а α_0 — обменно-релятивистское взаимодействия. В работе [15] была впервые указана возможность спиральной структуры с коллинеарными направлениями векторов **M** и **L** за счет инварианта вида Mrot L. Если направить декартову ось z вдоль c-оси, а декартовы оси x и y — вдоль a- и b-осей ромбического кристалла, то, в соответствии с [16], в выражении (19) при исследовании равновесного состояния необходимо учитывать лишь пространственные производные по координате z.

Решение задачи об основном состоянии магнетика ищем в виде гармонической НМФ

$$M_x = M \sin qz, \; L_x = L \sin (qz - \varphi),$$
$$M_y = M \cos qz, \; L_y = L \cos (qz - \varphi), \qquad (20)$$

где $q = |\mathbf{q}|$. Очевидно, что взаимное расположение векторов **M** и **L** фиксируется инвариантом, линейным по первым производным компонентов неприводимых магнитных векторов, и, как нетрудно видеть, минимуму термодинамического потенциала (19) соответствует $\varphi = 0$ при $\alpha_0 < 0$ и $\varphi = \pi$ при $\alpha_0 > 0$.

Отметим одно важное обстоятельство. В НМФ, которая будет получена чуть ниже, отличны от нуля как вектор намагниченности **M**, так и вектор антиферромагнетизма **L** при их параллельном (антипараллельном) взаимном расположении. Это возможно лишь в том случае, если $|\mathbf{M}_1| \neq |\mathbf{M}_2|$. С другой стороны, в исходной ПМ фазе оба магнитоактивных иона тербия находились в кристаллографически эквивалентных позициях. Следовательно, можно сделать утверждение, что одновременно с непрерывным ФП ПМ→НМФ благодаря магнитострикции должны произойти деформации исходной кристаллической структуры, вызывающие кристаллографическую неэквивалентность магнитных ионов.

Минимизация выражения (19) с учетом (20) и $\varphi = 0, \pi$ по переменным M, L и q приводит к системе линейных алгебраических однородных уравнений для величин M и L, условием появления нетривиальных решений которой есть равенство нулю ее детерминанта

$$(\delta_1 + \alpha_1 q^2)(\delta_2 + \alpha_2 q^2) - \frac{\alpha_0^2 q^2}{4} = 0, \qquad (21)$$

причем

$$M = \lambda L, \qquad (22)$$

$$\lambda = \frac{2(\delta_1 + \alpha_1 q^2)}{\alpha_0 q} = \frac{\alpha_0 q}{2(\delta_2 + \alpha_2 q^2)}, \qquad (23)$$

и выражению для величины волнового вектора НМФ

$$(\alpha_1 + \lambda^2 \alpha_2) q = \frac{\lambda \alpha_0}{2}. \qquad (24)$$

Нетрудно убедиться, используя (23), что уравнение (24) для величины волнового вектора структуры q имеет решение

$$q = 0. \qquad (25)$$

При этом условие (21), определяющее точку непрерывного ФП по температуре T, трансформируется в

$$\delta_1(T)\delta_2(T) = 0. \qquad (26)$$

Отсюда непосредственно следует, что при температуре T_1, которая определяется соотношением

$$\delta_1(T_1) = 0, \qquad (27)$$

и достаточно «большой» величине $\delta_2(T_1) > 0$ в системе имеет место непрерывный ФП из ПМ фазы в ферромагнитное состояние с $M \neq 0$ и $L = 0$, $q = 0$. При температуре T_2, определяемой как

$$\delta_2(T_2) = 0, \qquad (28)$$

и достаточно "большой" величине $\delta_1(T_2) > 0$ в системе происходит непрерывный ФП из ПМ фазы в антиферромагнитное состояние с $M = 0$ и $L \neq 0$, $q = 0$.

Из выражений (21)–(24) видно, что, если температуры T_1 и T_2 спонтанных непрерывных ФП по ферромагнитному и антиферромагнитному каналам разнесены не слишком «далеко» в том смысле, что

$$\left[\frac{\delta_1(T)}{\alpha_1} - \frac{\delta_2(T)}{\alpha_2}\right] \leq \frac{\alpha_0^2}{4\alpha_1\alpha_2}, \qquad (29)$$

причем и $\delta_1 > 0$, и $\delta_2 > 0$, уравнение (24) для величины q волнового вектора структуры имеет решение с $q \neq 0$, а именно

$$q^2 = \frac{\delta_2}{\alpha_2}\,\frac{(\alpha_0^2/4\alpha_1\alpha_2) - [(\delta_2/\alpha_2) - (\delta_1/\alpha_1)]}{(\alpha_0^2/4\alpha_1\alpha_2) + [(\delta_2/\alpha_2) - (\delta_1/\alpha_1)]} =$$

$$= \frac{\delta_1}{\alpha_1}\,\frac{(\alpha_0^2/4\alpha_1\alpha_2) + [(\delta_2/\alpha_2) - (\delta_1/\alpha_1)]}{(\alpha_0^2/4\alpha_1\alpha_2) - [(\delta_2/\alpha_2) - (\delta_1/\alpha_1)]} \geq 0. \quad (30)$$

Нетривиальные же решения для величин M и L появляются на линии $(\delta_1/\alpha_1,\ \delta_2/\alpha_2)$ — фазовой диаграммы, определяемой уравнением

$$[(\delta_2/\alpha_2) - (\delta_1/\alpha_1)]^2 -$$

$$- \frac{\alpha_0^2}{2\alpha_1\alpha_2}[(\delta_2/\alpha_2) - (\delta_1/\alpha_1)] + \frac{\alpha_0^4}{16\alpha_1^2\alpha_2^2} = 0. \quad (31)$$

Таким образом, можно утверждать, что если термодинамический путь системы таков, что он пересекает линию (31) на фазовой диаграмме между двумя так называемыми лифшицевскими точками

$$1)\ \delta_1/\alpha_1 = |\alpha_0|/2\sqrt{\alpha_1\alpha_2},\ \delta_2/\alpha_2 = 0,$$

$$2)\ \delta_2/\alpha_2 = |\alpha_0|/2\sqrt{\alpha_1\alpha_2},\ \delta_1/\alpha_1 = 0, \quad (32)$$

то в точке пересечения имеет место непрерывный ФП из ПМ фазы в НМФ (20), т.е. с вовлечением в ФП различных НП соответствующей группы симметрии ПМ фазы с волновым вектором структуры, определяемым (30). Это и есть достаточное условие возникновения НМФ в рассматриваемой ситуации, а наличие инварианта $\sim \mathbf{M}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{L}$ в выражении для плотности термодинамического потенциала — условие необходимое. Авторы выражают благодарность своему постоянному соавтору по исследованию НМФ в магнитодиэлектриках Д. А. Яблонскому.

1. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **32**, 1547 (1957).
2. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **7**, 627 (1937)
3. Е. М. Лифшиц, *ЖЭТФ* **11**, 255 (1941).
4. T. Villain, *Phys. Chem. Solidi* **11**, 303 (1959).
5. T. A. Kaplan, *Phys. Rev.* **116**, 888 (1959).
6. A. Yoshimori, *J. Phys. Soc. Jpn.* **14**, 807 (1959).
7. Ю. А. Изюмов, *УФН* **144**, 439 (1984).
8. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **46**, 1420 (1964).
9. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, *ФТТ* **11**, 1946 (1969).
10. P. Bak and M. H. Jensen, *J. Phys.* **C13**, 1881 (1980).
11. Т. К. Соболева, Е. П. Стефановский, *ФТТ* **23**, 2866 (1981).
12. Т. К. Соболева, Е. П. Стефановский, *ФММ* **54**, 186 (1982).
13. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *Письма в ЖЭТФ* **42**, 258 (1985).
14. В. Г. Барьяхтар, Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *ФТТ* **28**, 504 (1986).
15. И. Е. Чупис, *ФНТ* **12**, 330 (1986).
16. Е. П. Стефановский, *ФТТ* **28**, 3452 (1986).
17. Е. П. Стефановский, *ФНТ* **13**, 740 (1987).
18. E. P. Stefanovskii and D. A. Yablonskii, in: *Plasma theory and nonlinear and turbulent processes, World Scientific*, Singapore New Jersey, Hong Kong (1988), p. 957.
19. Е. П. Стефановский, в кн: *Проблемы физической кинетики и физики твердого тела*, Наукова Думка, Киев (1990) с. 346-357.
20. F. T. Rioux and B. C. Gerstein, *J. Chem. Phys* **53**, 1795 (1970).
21. H. Kubo, I. Yahara, and K. Hirakawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **40**, 591 (1976).
22. K. Adaski, N. Achiwa, and M. Mekota, *J. Phys. Soc. Jpn.* **49**, 545(1980).
23. Y. Yazuke, H. Tanaka, K. Iio, and K. Negata, *J. Phys. Soc. Jpn.* **50**, 3919 (1980).
24. Н. В. Федосеева, Р. С. Гехт, А. Д. Балаев, В. А. Долина, в кн: *Физические свойства магнитодиэлектриков*, Изд-во ИФ СО АН СССР, Красноярск (1987), с. 14-32.
25. А. Л. Алистратов, Д. А. Яблонский, *ЖЭТФ* **94**, 194 (1988).
26. А. Л. Алистратов, Е. П. Стефановский, Д. А. Яблонский, *ФНТ* **16**, 1306 (1990).
27. Е. П. Стефановский, А. Л. Сукстанский, *Письма в ЖЭТФ* **57**, № 5, 285 (1993).
27. Е. П. Стефановский, А. Л. Сукстанский, *ЖЭТФ* **104**, 3434 (1993).

«Symmetry-dependent» incommensurate magnetic phases in magnetodielectrics

V. G. Bar'yakhtar and E. P. Stefanovskii

Modern phenomenological theory of modulated longperiodic structures in magnetically ordered crystals is analysed. Main attention is paid to incommensurate magnetic phases which exist due to the free energy invariants linear with respect to the first space derivatives of the spin density moments. Equilibrium magnetic configurations of some specific objects are analysed.