

**Особенности использования величины работы  
при автоматическом индентировании  
для определения механических свойств материалов**

С. А. Фирстов, В. Ф. Горбань, Э. П. Печковский

*Методом автоматического индентирования 40 материалов различных типов и состояний с записью диаграмм внедрения индентора экспериментально и аналитически изучен способ определения твердости как работы, совершенная по вытеснению единицы объема материала, контактирующего с индентором —  $H_{Wc} = W_c/V_c$ . Значения этой твердости сопоставлены с твердостью, определенной по стандартной методике —  $H_{IT} = P_m/F_c$ . Установлено различие в значениях твердости, определенных этими способами, предложено его обоснование, аналитически получено соотношение между ними в виде  $H_{Wc} = 0,843H_{IT}$  (для индентора Берковича). Установлены соотношения между величинами работ, представленных на диаграмме автоматического индентирования.*

**Введение**

В серии работ [1—6] представлена новая методология обработки и анализа результатов автоматического индентирования материалов независимо от их типа, фазового и структурного состояний. В ее основе находится аналитически полученное, физически обоснованное и экспериментально подтвержденное фундаментальное уравнение индентирования [1—6]

$$H_{IT}/E^* = K (h_s/h_c), \quad (1)$$

где  $K = 0,687 \operatorname{ctg} \alpha$  — коэффициент формы индентора;  $H_{IT}$  — твердость по Мейеру;  $E^*$  — так называемый “эффективный”, или “контактный” модуль упругости пары материал—индентор —  $1/E^* = (1 - v^2)/E + (1 - v_0^2)/E_0$  (здесь  $v$  — коэффициент Пуассона;  $E$  — модуль Юнга материала, а индекс “0” относится к индентору);  $h_c$  — контактная глубина внедрения индентора в материал (в этой области отпечатка индентор и материал соприкасаются, рис. 1);  $h_s$  — внеконтактная глубина внедрения индентора — максимальное углубление (sink-in) в материале вокруг индентора (в этой области отпечатка индентор не соприкасается с материалом, который претерпевает только упругую деформацию, рис. 1);  $\alpha$  — угол заточки индентора (угол между высотой и гранью правильной пирамиды).

Для индентора Берковича уравнение индентирования имеет вид

$$H_{IT}/E^* = 0,3206 (h_s/h_c). \quad (2)$$

Уравнение индентирования является результатом синтеза двух уравнений, отражающих модельные процессы индентирования в работах [7, 8]

$$E^* = (\sqrt{\pi}/2)(dP/dh)_{h\max}/\sqrt{F_c} \quad (3)$$

и в работах [9, 10]

$$h_s = 0,72 P_{\max}/(dP/dh)_{h\max}. \quad (4)$$

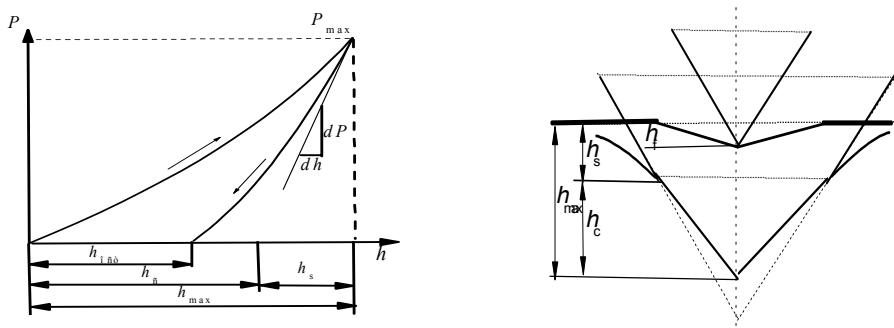


Рис. 1. Схемы диаграммы автоматического индентирования (а) и взаимодействия индентора с материалом (б). Пояснения см. в тексте.

Здесь  $F_c$  — площадь проекции отпечатка материала, контактирующего с индентором в нагруженном состоянии, то есть имеющего контактную глубину  $h_c$ ;  $P_{\max}$  — максимальная нагрузка.

Эти уравнения объединяет величина  $dP/dh$ , которая представляет собой изменение нагрузки и соответствующей ей глубины внедрения на вершине ветви разгрузки в том ее участке, где еще сохраняется “чисто” упругая деформация (только упругая, без сочетания с пластической).

Уравнение индентирования (1) отражает основные закономерности процесса индентирования и устанавливает непосредственную связь между твердостью  $H_{IT}$ , контактным модулем упругости  $E^*$  (а через него при известном коэффициенте Пуассона — с модулем Юнга  $E$  материала) и показателями диаграммы индентирования  $h_c$  и  $h_s$  (рис. 1). Физический смысл отношения показателей диаграммы индентирования  $h_s/h_c$  состоит в том, что эта величина характеризует упругую деформацию материала в условиях нагружения методом индентирования без сочетания с остаточной деформацией (как это имеет место в контактной области отпечатка — рис. 1) [1—6]. А величина отношения  $H_{IT}/E^*$  (нормированная твердость) соответствует этой упругой деформации.

Как следует из формул (1), (2), связь этих двух отношений является прямо пропорциональной и, следовательно, ее графическое представление имеет вид прямой линии (рис. 2). А поскольку все значения этих отношений для данного угла заточки индентора находятся на этой прямой независимо от типа материала, его фазового состава и структурного состояния, то эта прямая линия является тарировочной прямой (точнее, зависимостью) метода автоматического индентирования. В соответствии с уравнением индентирования (1) для каждого угла заточки индентора существует своя тарировочная прямая.

В уравнении индентирования отражены линейные показатели диаграммы индентирования  $h_c$  и  $h_s$ . Однако площади под различными ветвями диаграммы индентирования (рис. 1), как известно, соответствуют определенным значениям работы по выполнению того или иного вида деформации материала при внедрении в него индентора. В связи с этим представляет интерес установить, в какой мере значения этих работ являются отражением механических характеристик материала, в частности нормированной твердости  $H_{IT}/E^*$ . Настоящая статья посвящена решению этой задачи.

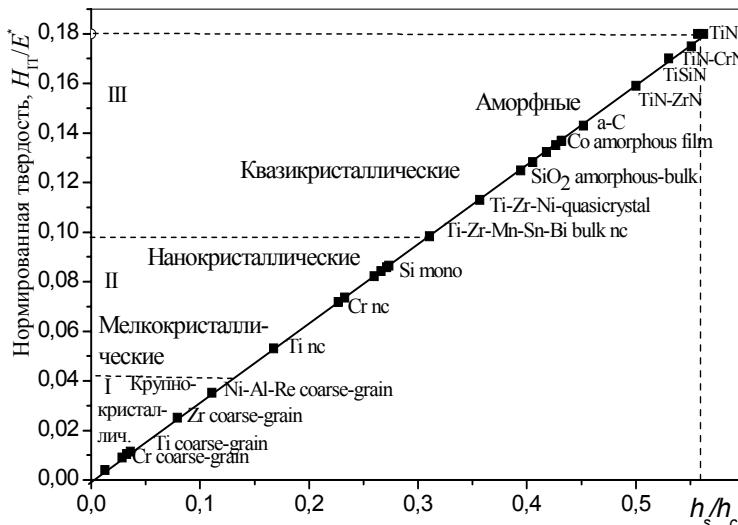


Рис. 2. Графическое представление уравнения индентирования (2) для материалов различных типов и структурных состояний. Таблица прямая для индентора Берковича.

### Методика эксперимента

В работе исследуются материалы различных составов, типов, фазовых и структурных состояний — крупно-, мелкокристаллические и наноматериалы, аморфные материалы, а также изучены эвтектические сплавы, химические соединения, новые машинообрабатываемые жаропрочные керамические материалы — компактные и пористые наноламинаты (таблица).

Микроиндентирование проводили на установке “Микрон-гамма” (нагрузка в пределах до  $P = 3$  Н) при комнатной температуре алмазной пирамидой Берковича ( $\alpha = 65^\circ$ ) с автоматически выполняемыми нагружением и разгружением на протяжении 30 с и записью диаграммы в координатах  $P-h$ . Точность определения силы  $P$  составляла  $10^{-3}$  Н, глубины внедрения  $h$  индентора —  $\pm 2,5$  нм. Показатели диаграммы  $P_{\max}$ ,  $h_{\max}$ ,  $h_{\text{ост}}$ ,  $h_c$  и  $h_s$  фиксировались автоматически по данным двух тысяч точек на диаграмме индентирования и, кроме того, проводилось автоматическое вычисление таких характеристик материала, как твердость  $H_{IT}$ , контактный модуль упругости  $E^*$ , модуль Юнга  $E$ , полная работа  $W_{\max}$  и работа в неконтактной области отпечатка  $W_s$ , выполняемые при индентировании.

### Экспериментальные результаты и их обсуждение

Международный стандарт [11] предлагает определять твердость методом автоматического индентирования как величину среднего контактного давления, возникающего в материале при нагружении:

$$H_{IT} = P_{\max}/F_c. \quad (5)$$

Твердость “по работе”  $H_W$ , как известно [12], определяется как средняя работа  $W$ , затраченная на вытеснение единицы объема  $V$  материала индентором.

**Свойства материалов, твердость  $H_{W_c}$  и отношение  $H_{W_c}/H_{IT}$ , определенные по формулам (9) и (13)**

| Материал, % (мас.)                             | $H_{IT}$ , ГПа | $E^*$ , ГПа | $H_{IT}/E^*$ | $H_{W_c}$ , ГПа |               | $H_{W_c}/H_{IT}$ |               |
|--|----------------|-------------|--------------|-----------------|---------------|------------------|---------------|
|  |                |             |              | $W_c$<br>(9)    | $W_c$<br>(13) | $W_c$<br>(9)     | $W_c$<br>(13) |
| Хром монокристал.                              | 1,13           | 203,5       | 0,006        | 1,15            | 0,95          | 1,018            | 0,843         |
| Титан йодидный                                 | 0,94           | 99,3        | 0,010        | 0,96            | 0,79          | 1,021            | 0,843         |
| Хром деформиров.                               | 2,51           | 260,0       | 0,010        | 2,53            | 2,12          | 1,008            | 0,843         |
| Титан монокристал.                             | 1,11           | 95,5        | 0,012        | 1,10            | 0,94          | 0,991            | 0,843         |
| Титан ВТ-1                                     | 3,25           | 208,1       | 0,016        | 3,27            | 2,74          | 1,006            | 0,843         |
| Вольфрам монокристал.                          | 5,80           | 395,0       | 0,018        | 5,90            | 4,89          | 1,017            | 0,843         |
| Цирконий монокристал.                          | 2,76           | 106,5       | 0,026        | 2,78            | 2,33          | 1,007            | 0,843         |
| Ni—Al—Re                                       | 4,85           | 131,5       | 0,037        | 4,93            | 4,09          | 1,016            | 0,843         |
| Fe—3C  | 8,15           | 214,0       | 0,038        | 8,79            | 6,87          | 1,079            | 0,843         |
| Сталь 35ХГСА                                   | 6,44           | 168,0       | 0,038        | 7,25            | 5,43          | 1,126            | 0,843         |
| Сплав СКМ                                      | 3,34           | 69,6        | 0,048        | 3,47            | 2,82          | 1,039            | 0,843         |
| Сталь булатная                                 | 9,09           | 191,0       | 0,048        | 10,39           | 7,67          | 1,143            | 0,843         |
| Титан ВТ-22                                    | 5,13           | 101,9       | 0,050        | 5,01            | 4,33          | 0,977            | 0,843         |
| Тикад  | 7,30           | 142,4       | 0,051        | 7,23            | 6,16          | 0,990            | 0,843         |
| Ti <sub>3</sub> SiC <sub>2</sub> — наноламинат | 7,54           | 144,3       | 0,052        | 6,82            | 6,36          | 0,905            | 0,843         |
| Cr—ZrCr <sub>2</sub>                           | 8,48           | 158,9       | 0,053        | 7,93            | 7,15          | 0,935            | 0,843         |
| Титан деформиров.                              | 5,16           | 98,6        | 0,054        | 5,00            | 4,35          | 0,969            | 0,843         |
| Ti—15Nb—10V                                    | 2,08           | 36,1        | 0,058        | 2,04            | 1,75          | 0,981            | 0,843         |
| Ti—20V   | 2,84           | 48,7        | 0,058        | 2,60            | 2,39          | 0,915            | 0,843         |
| Ti—20Cr—20V—10Si                               | 9,33           | 142,2       | 0,066        | 8,88            | 7,87          | 0,952            | 0,843         |
| Al—40Cu—18Fe                                   | 8,25           | 125,8       | 0,066        | 7,60            | 6,96          | 0,921            | 0,843         |
| Ti—10Nb—10V—5Ta—15Zr—5Hf                       | 2,82           | 41,6        | 0,068        | 2,71            | 2,38          | 0,961            | 0,843         |
| Ti—41Zr—17Ni                                   | 7,19           | 85,3        | 0,084        | 6,81            | 6,06          | 0,947            | 0,843         |
| Ti—50Cr—14Si                                   | 3,50           | 34,5        | 0,102        | 3,40            | 2,95          | 0,971            | 0,843         |
| Ti—25Cr—15Cu—10Si                              | 13,50          | 128,8       | 0,105        | 11,48           | 11,39         | 0,850            | 0,843         |
| Ti—27Cr—10Ni—6Si                               | 8,90           | 84,5        | 0,105        | 7,29            | 7,51          | 0,819            | 0,843         |
| Cu—20B   | 11,41          | 101,6       | 0,112        | 9,54            | 9,62          | 0,836            | 0,843         |
| Fe—2Cr—4Si—14B (2)                             | 10,62          | 93,1        | 0,114        | 8,77            | 8,96          | 0,826            | 0,843         |
| 60Cu—30Zr—10Ti                                 | 7,84           | 66,0        | 0,118        | 6,91            | 6,61          | 0,881            | 0,843         |
| Co—3,5Fe—8Si—10B                               | 13,31          | 112,1       | 0,119        | 10,97           | 11,23         | 0,824            | 0,843         |
| SiO <sub>2</sub> — кварц (2)                   | 8,30           | 68,7        | 0,121        | 7,15            | 7,00          | 0,861            | 0,843         |
| Ti—37Cr—20V—10Si                               | 13,63          | 106,1       | 0,128        | 12,23           | 11,50         | 0,897            | 0,843         |
| Fe—2Cr—4Si—14B (1)                             | 12,28          | 94,9        | 0,129        | 10,09           | 10,36         | 0,822            | 0,843         |
| SiO <sub>2</sub> — кварц (1)                   | 8,78           | 64,9        | 0,135        | 7,23            | 7,41          | 0,823            | 0,843         |
| Углерод — нано (1)                             | 8,18           | 54,3        | 0,151        | 6,93            | 6,90          | 0,847            | 0,843         |
| Углерод — нано (2)                             | 11,77          | 74,4        | 0,158        | 9,86            | 9,93          | 0,838            | 0,843         |

Применительно к индентированию остроконечным пирамидалльным индентором с углом  $\alpha$  при вершине выражение для расчета твердости с использованием работы  $W$  на глубине внедрения  $h$  приобретает вид [5]

$$H_W = W / 1,732 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot h^3. \quad (6)$$

Для индентора Берковича оно становится таким:

$$H_W = W/7,965 h^3 = 0,125 W/h^3. \quad (7)$$

## Уравнение индентирования, выраженное через работу

В случае автоматического индентирования, сопровождаемого автоматической записью диаграммы  $P—h$ , обычно работа  $W$  определяется как площадь под кривой нагружения  $0P_{\max}h_{\max}$  на диаграмме индентирования, то есть глубина внедрения индентора принимается равной  $h_{\max}$  (см. рис. 1). Однако, как показано в работах [9, 10] и проанализировано в работах [1—6], максимальная глубина внедрения  $h_{\max}$  включает две составляющие: контактную глубину внедрения  $h_c$  и внеконтактную  $h_s$  (область верхней части отпечатка, в которой отсутствует соприкосновение индентора с материалом). Если принять, что соприкасающаяся с материалом часть индентора и вытесненный ею объем материала имеют одинаковые форму и размеры, последний может быть вычислен с использованием диаграммы индентирования: величина работы, затраченная на вытеснение материала из контактной области отпечатка, соответствует площади под кривой  $0P_{\max}h_c$  (рис. 1). В этом случае выражение (6) приобретет вид

$$H_{Wc}=0,125 W_c/h_c^3. \quad (8)$$

Здесь величине контактной глубины внедрения  $h_c$  соответствует величина работы по совершению упругопластической деформации  $W_c$  (площадь фигуры  $0P_{\max}h_c$ ); ее можно определить как разность между полной работой внедрения  $W_{\max}$  и работой по совершению внеконтактной упругой деформации  $W_s$ :

$$W_c = W_{\max} - W_s, \quad (9)$$

которая соответствует площади прямоугольного треугольника  $h_c P_{\max} h_{\max}$ :

$$W_s = 0,5 P_{\max} \cdot h_s. \quad (10)$$

Работа  $W_c$  совершена для выполнения деформации в неконтактной области отпечатка, в которой, как уже отмечалось, деформация является чисто упругой и максимальная ее глубина составляет  $h_s$ .

Из изложенного следует, что отношение работ  $W_s/W_c$ , аналогично отношению глубин внедрения  $h_s/h_c$  в уравнении индентирования, может характеризовать нормированную твердость  $H_{IT}/E^*$ . Экспериментально полученная зависимость нормированной твердости  $H_{IT}/E^*$  от  $W_s/W_c$  для различных материалов представлена на рис. 3. Видно, что с достаточной степенью приближения эта зависимость является прямолинейной с коэффициентом пропорциональности, равным  $(H_{IT}/E^*)/(W_s/W_c) = 0,18$  (для индентора Берковича). Следовательно, имеет место соотношение

$$H_{IT}/E^* = 0,18 (W_s/W_c), \quad (11)$$

которое, по существу, является уравнением индентирования (2), выраженным через работу индентирования.

Работа  $W_c$ , так же, как и работа  $W_s$  (10), может быть выражена через показатели диаграммы индентирования. Действительно, подставив в уравнение (11) вместо  $H_{IT}/E^*$  соответствующее значение из уравнения индентирования (2), получаем следующее соотношение между показателями работы и глубинами внедрения (для индентора Берковича):

$$W_s/W_c = 1,778 (h_s/h_c). \quad (12)$$

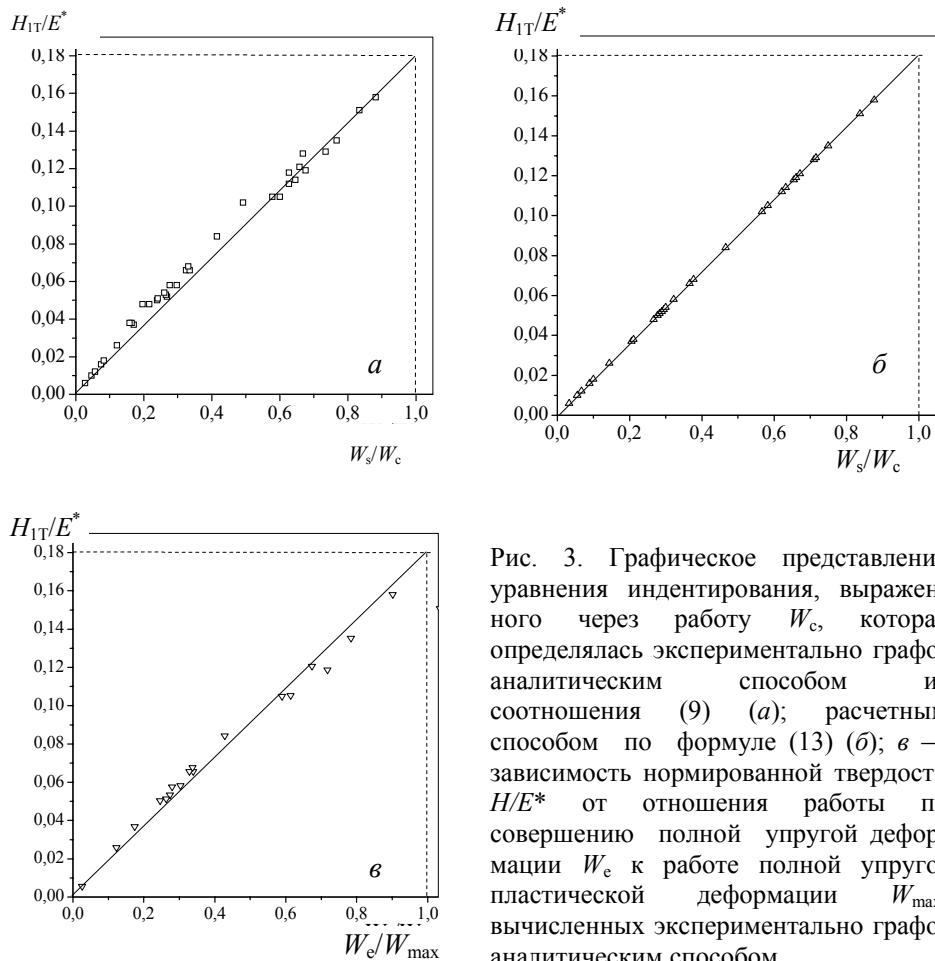


Рис. 3. Графическое представление уравнения индентирования, выраженного через работу  $W_c$ , которая определялась экспериментально графоаналитическим способом из соотношения (9) (а); расчетным способом по формуле (13) (б); в — зависимость нормированной твердости  $H/E^*$  от отношения работы по совершению полной упругой деформации  $W_e$  к работе полной упругопластической деформации  $W_{max}$ , вычисленных экспериментально графоаналитическим способом.

С помощью этого соотношения, а также (10) становится возможным получить аналитическое выражение для работы по совершению упругопластической (контактной) деформации  $W_c$ :

$$W_c = 0,281 P_{max} \cdot h_c. \quad (13)$$

Таким образом, в отличие от экспериментального графоаналитического способа определения величины  $W_c$  как разности  $W_c = W_{max} - W_s$ , приводящего к методическим неточностям, выражение (13) позволяет получить ее непосредственно аналитически в строгом соответствии с модельными представлениями [7—10] и сохранением закона подобия отпечатка (равенство формы и размеров индентора и контактной области отпечатка) на протяжении диаграммы индентирования, когда соблюдается соотношение  $P = \beta h^2$  (где  $\beta = \text{const}$ ).

Графическое представление уравнения индентирования “по работе” (11) с учетом выражения для  $W_c$  (13) для тех же материалов имеет вид прямой линии (рис. 3, б), то есть отсутствует разброс данных. Это означает, во-первых, достоверность экспериментально полученного коэффициента пропорциональности, равного 0,18, между отношениями  $H_{1T}/E^*$  и  $W_s/W_c$  (рис. 3, а). Во-вторых, в рамках использованных моделей индентирования [7—10] и при условии сохранения закона подобия

отпечатка при нагружении полученное ранее уравнение индентирования (1) может быть представлено в виде связи нормированной твердости  $H_{IT}/E^*$  не только с отношением глубин внедрения  $h_s/h_c$  (2), но и с отношением соответствующих им работ  $W_s/W_c$  (11). Этот факт обусловлен тем, что твердость, вычисленная по работе  $H_{W_c}$  (8), приведена к условиям вычисления твердости по площади проекции отпечатка  $H_{IT}$  (5).

### Соотношения между величинами работы

Исходя из того, что полная работа индентирования определяется как  $W_{max} = W_s + W_c$ , с учетом выражений для  $W_s$  (10) и  $W_c$  (13) получаем

$$W_{max} = P_{max} (0,5h_s + 0,281h_c), \quad (14)$$

то есть для вычисления полной работы  $W_{max}$  могут быть использованы непосредственно фиксируемые показатели диаграммы автоматического индентирования.

По результатам экспериментальных данных построена также зависимость  $H_{IT}/E^*$  от  $W_e/W_{max}$  (рис. 3, в), где  $W_e$  — работа по совершению полной упругой деформации, осуществляющейся в контактной и в неконтактной областях отпечатка (на диаграмме индентирования соответствует площади  $h_{oc}P_{max}h_{max}$  (рис. 1)). Как видно, эта зависимость может быть аппроксимирована прямой линией с таким же коэффициентом пропорциональности 0,18, как и на рис. 3, а. Следовательно, с учетом выражения (12) является справедливым соотношение

$$W_e/W_{max} = W_s/W_c, \quad (15)$$

которое устанавливает связь между работами по выполнению всех представленных на диаграмме индентирования величин деформации.

Особый интерес вызывает работа по выполнению упругой деформации  $W_{ce}$ , которая является частью работы по выполнению общей упругой деформации  $W_e$  и в то же время частью работы по выполнению упругопластической деформации  $W_c$  в контактной области отпечатка.

Принимая, что  $W_{ce} = W_e - W_s$  (см. рис. 1), и исходя из соотношения (15), получаем

$$W_{ce} = W_s^2 / W_c. \quad (16)$$

С учетом уравнений для  $W_s$  (10) и  $W_c$  (13) выражаем  $W_{ce}$  через показатели диаграммы автоматического индентирования:

$$W_{ce} = 0,89P_{max} \cdot (h_s^2/h_c). \quad (17)$$

Также интересно сравнить  $W_{ce}$  с работой по выполнению упругой деформации в неконтактной области отпечатка  $W_s$ . Подставляя в выражение (16) формулу (12), получаем

$$W_{ce}/W_s = 1,778 (h_s/h_c). \quad (18)$$

Поскольку отношение  $h_s/h_c$ , как известно [1—6], изменяется в пределах  $0 < h_s/h_c \leq 0,5625$ , значит, отношение  $W_{ce}/W_s$  может изменяться в пределах  $0 < W_{ce}/W_s \leq 1$ . Следовательно, работа по выполнению упругой деформации в контактной области отпечатка  $W_{ce}$  всегда меньше работы по выполнению упругой деформации в неконтактной области отпечатка  $W_s$ . И только в предельном случае, когда  $(W_{ce}/W_s)^{пред} = 1$ , они равны между собой:  $W_{ce}^{пред} = W_s^{пред}$ .

Подставив предельное значение  $(h_s/h_c)^{\text{пред}} = 0,5625$  в уравнение (12), получаем предельно возможное значение для соответствующего отношения работ внедрения:

$$(W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1 \text{ или } W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}}. \quad (19)$$

С учетом полученного соотношения  $W_{ce}^{\text{пред}} = W_s^{\text{пред}}$  в предельном случае  $W_{ce}^{\text{пред}}$  переходит в  $W_c^{\text{пред}}$ .

Подтверждение справедливости соотношения (19) можно получить также из следующих рассуждений. Если в (19) подставить (15) и (18) и использовать полученные ранее соотношения  $h_s^{\text{пред}} = 0,36 h_{\max}$  и  $h_c^{\text{пред}} = 0,64 h_{\max}$  [1—6], имеем равенство  $W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}} = 0,1803 h_{\max}$ .

Исходя из соотношения  $(W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1$ , получаем, что предельное значение нормированной твердости, выраженной через работу (11), равно  $(H_{IT}/E^*)^{\text{пред}} = 0,1803$ , то есть имеет такую же величину, как и в уравнении индентирования, выраженным через площадь проекции (5). Это означает, что величины работ  $W_s$  (10),  $W_c$  (13),  $W_{ce}$  (17) и  $W_{\max}$  (14), полученные экспериментально-аналитически, соответствуют модельным представлениям процесса индентирования [7—10] в такой же мере, как и величина твердости  $H_{IT}$ .

Из соотношения  $(W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1$  также следует, что справедливы следующие равенства:

$$W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}} = 0,5W_{\max} \text{ или } (W_s/W_{\max})^{\text{пред}} = (W_c/W_{\max})^{\text{пред}} = 0,5. \quad (20)$$

Для предельных значений работы по совершению упругой деформации в контактной области отпечатка  $W_{ce}$  с привлечением выражений (16) и (19) получаем

$$W_{ce}^{\text{пред}} = (W_s^2/W_c)^{\text{пред}} = W_s^{\text{пред}} = W_c^{\text{пред}}. \quad (21)$$

### Соотношение между величинами твердости “по силе” $H_{IT}$ и “по работе” $H_{Wc}$

Как видно на рис. 3, а, в, большая часть экспериментально полученных значений для соотношений  $H_{IT}/E^* - W_s/W_c$  и  $H_{IT}/E^* - W_e/W_{\max}$ , в которых работы  $W_c$  и  $W_e$  определялись как разности соответствующих площадей диаграммы индентирования, не укладывается на прямые линии, соединяющие предельные значения их отношений, как это имеет место на тарировочной прямой для зависимости  $H_{IT}/E^* - h_s/h_c$  (см. рис. 2). Одна из возможных причин такого несоответствия может заключаться в различии способов определения твердости как усредненного напряжения, возникающего в материале при индентировании: твердость вычисляется как сила, действующая на единицу площади отпечатка —  $H_{IT} = P_{\max}/F_c$ , и твердость вычисляется как работа по вытеснению единицы объема материала в контактной области отпечатка —  $H_{Wc} = W_e/V_c$ .

В уравнении индентирования (11) отражена связь твердости  $H_{IT}$  со значениями работ  $W_s$  и  $W_c$ , которые можно применить для определения твердости “по объему”. Используя выражение для расчетной (“теоретической”) величины  $W_c$  (13), а также выражения для площади отпечатка (основание пирамиды)  $F_c = 5,196 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot h_c^2$  и “контактного” объема  $V_c = 1,732 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot h_c^3$ , получаем отношение величин твердости в виде

$$H_{Wc}/H_{IT} = (0,281 P_{\max} \cdot h_c \cdot 5,196 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot h_c^2) / (1,732 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot h_c^3 \cdot P_{\max}).$$

После преобразования имеем

$$H_{Wc}/H_{IT} = 0,843 \text{ или } H_{Wc} = 0,843H_{IT} \text{ или } H_{Wc} = H_{IT}/1,186. \quad (22)$$

Точно такое же соотношение для твердости, определенной двумя способами, получено при сопоставлении двух уравнений индентирования, выраженных через отношения глубин внедрения  $H_{IT}/E^* = 0,3206$  ( $h_s/h_c$ ) и соответствующих величин работы  $H_{IT}/E^* = 0,1803$  ( $W_s/W_c$ ).

Действительно, подставив величины  $W_s = 0,5P_{max} \cdot h_s$  и  $W_c$  из соотношения  $H_{Wc} = 1,255 (W_c/h_c^3)$  и выполнив преобразования с учетом выражений для твердости  $H_{IT} = 0,418P_{max}/h_c^2$  и уравнения индентирования (2), получаем соотношение между величинами твердости в контактной области отпечатка по площади проекции (по силе)  $H_{IT}$  и “по работе”  $H_{Wc}$ :

$$H_{Wc} = 0,844 H_{IT} \text{ или } H_{Wc} = H_{IT}/1,185.$$

Таким образом, соотношение (22) является аналитическим выражением одной из закономерностей метода автоматического индентирования материалов, а величина  $H_{Wc}/H_{IT} = 0,843$  — константой этого метода.

С учетом выражения (13) твердость “по работе”  $H_{Wc}$ , приведенную к условиям определения твердости “по силе”  $H_{IT}$ , можно вычислять непосредственно через первичные показатели диаграммы индентирования:

$$H_{Wc} = 1,25(W_c/h_c^3) = 1,255(0,281P_{max} h_c/h_c^3) = 0,3526P_{max}/h_c^3. \quad (23)$$

Выражение (23) наглядно отражает соответствие условий определения твердости по площади отпечатка  $H_{IT} = 0,418P_{max}/h_c^3$  и по вытесненному объему материала  $H_{Wc} = 0,3526P_{max}/h_c^3$ . При этом соблюдается соотношение  $H_{Wc}/H_{IT} = 0,3526/0,418 = 0,8435$ .

Еще раз обратим внимание на то, что эти соотношения получены, исходя из модельных представлений [7—10] процесса индентирования и сохранения закона подобия отпечатка [12] на всем протяжении ветви нагружения, то есть эти соотношения соответствуют идеализированным условиям протекания процесса внедрения индентора в материал при непрерывном увеличении нагрузки.

### Интерпретация экспериментальных данных

В связи с тем, что твердость “по работе”  $H_{Wc}$  ниже твердости “по силе”  $H_{IT}$ , возникают два вопроса: во-первых, чем это можно объяснить и, во-вторых, какой из этих величин следует пользоваться.

Если из выражения (22) выделить отношение  $0,281h_c/(1,732\tg^2\alpha \cdot h_c^3)$  и представить его в виде  $1/(6,164\tg^2\alpha \cdot h_c^2)$ , получается, что в знаменателе находится площадь фигуры, которая соотносится с площадью отпечатка как  $5,196/6,164 = 0,843$ . Почти такую же величину имеет отношение площади основания правильной трехгранной пирамиды к площади ее боковой поверхности —  $F_{осн}/F_{поверх} = 0,906$ . Несоответствие между ними составляет  $\sim 7\%$ . Значит, с точностью до такого несоответствия можно утверждать, что работа  $W_c$  по вытеснению единицы контактного объема материала равнозначна силе  $P_{max}$ , приложенной к единице площади его отпечатка. А поскольку площадь поверхности отпечатка пирамиды больше площади ее основания, соответственно, твердость “по работе”  $H_{Wc}$  меньше твердости “по силе”  $H_{IT}$ .

Кроме того, как уже отмечалось, при обработке экспериментальных данных для построения зависимостей на рис. 3, *a*, *в* величину  $W_c$  рассчитывали из соотношения  $W_c = W_{\max} - W_s$ . Наблюдаемые отклонения ее значений относительно прямолинейной теоретической зависимости можно объяснить двумя основными факторами — инструментальным и связанным со свойствами материалов.

При автоматическом индентировании полную работу  $W_{\max}$  определяли по ветви нагружения как сумму площадей двух тысяч прямоугольников со сторонами  $P_i h_i$ . При таком способе определения полученное значение работы  $W_{\max}$  очень точное, поскольку учитываются все особенности хода ветви нагружения. Однако, как показывает анализ диаграмм индентирования различных материалов, начальные участки ветви нагружения, как правило, не в полной мере соответствуют закону подобия отпечатка при нагружении, то есть не соблюдается пропорциональность в соотношении  $P = \beta h^2$  ( $\beta \neq \text{const}$ ). Это хорошо видно на зависимостях, построенных в координатах  $P - h^2$ , а также  $H_{\text{IT}} - P$ . Такой эффект можно объяснить, например, неидеальной формой вершины индентора (вершина представляет собой не точку, а имеет определенный радиус закругления). При наличии такого фактора очень точно определенные значения работы  $W_{\max}$  (а значит, и  $W_c$ ) не в полной мере соответствуют “истинным” значениям (то есть отвечающим закону подобия отпечатка).

Вывод о влиянии такого фактора, как свойства материала, следует из анализа данных таблицы. С повышением  $H_{\text{IT}}/E^*$  величина отношения  $H_{Wc}/H_{\text{IT}}$  изменяется от 1 до теоретической, равной 0,843, с определенной закономерностью. В соответствии с работами [1—6] величина  $H_{\text{IT}}/E^*$  характеризует сопротивление контактной пары материал—индентор упругой деформации в неконтактной области отпечатка. Чем меньше упругая деформация, тем меньше величина  $h_s$ , тем меньше  $H_{\text{IT}}/E^*$  и тем меньше вклад работы  $W_s$  в общую работу  $W_{\max}$ , а при очень малых отношениях  $W_s/W_c$  значения твердости по объему и площади практически равны. С увеличением упругого сопротивления возрастает работа  $W_s$  и, соответственно, отношение  $W_s/W_c$ . При этом величина отношения  $H_{Wc}/H_{\text{IT}}$  снижается и по достижении  $H_{\text{IT}}/E^* \approx 0,1$  приобретает “теоретическое” значение, равное 0,843.

Таким образом, наличие этих двух факторов и, что очень важно, соотношение их величин между собой приводят к отклонению экспериментально полученных значений твердости “по работе” для различных материалов от тарировочной зависимости. Если вычислить значения отношений  $H_{Wc}/H_{\text{IT}}$ , где  $H_{Wc}$  определяется через показатели диаграммы индентирования по формуле (23), то есть “теоретической”, модельной, то для всех материалов соблюдается соотношение  $H_{Wc}/H_{\text{IT}} = 0,843$  (см. таблицу).

В связи с тем, что ветвь нагружения отвечает закону подобия отпечатка не на всем протяжении, а только в своей верхней части (по разным данным, протяженность “правильной” кривой от максимальной глубины внедрения индентора  $h_{\max}$  составляет 50—80%), принято определять характеристики материала при индентировании (в первую очередь, твердость и модуль упругости) по величине контактной глубины внедрения  $h_c$  [11]. Эта величина вычисляется с

использованием участка начала ветви разгружения, который в соответствии с моделью индентирования [7—10] совпадает с участком конца ветви нагружения, и подчиняется закону подобия отпечатка:

$$h_c = h_{\max} - h_s = h_{\max} - 0,72 P_{\max}/(dP/dh)_{h\max}.$$

То есть глубина внедрения  $h_c$ , которая используется для расчетов характеристик материалов, определяется по показателям диаграммы индентирования (в первую очередь, величины  $(dP/dh)_{h\max}$ ) при максимальных нагрузках и глубине внедрения, где соблюдается закон подобия отпечатка.

Глубина внедрения  $h_c$ , вычисляемая как  $h_c = h_{\max} - h_s$ , включает погрешность определения величины  $h_{\max}$  на начальном участке кривой нагружения (точность определения глубины внедрения  $h_s$ , как видно, контролируется только величиной  $(dP/dh)_{h\max}$ ). При вычислении работы эта погрешность увеличивается, следовательно, ошибка определения твердости “по работе” более высокая.

Таким образом, принимается допущение, что экспериментально определенные значения величин  $W_{\max}$  и  $W_c$  не в полной мере соответствуют закону подобия отпечатка и неполностью учитывают упругие свойства материалов, в то время как величина  $h_c$  находится в большем соответствии с этими требованиями. В то же время аналитически полученные выражения для работы  $W_c$  (13) и твердости по работе  $H_{W_c}$  (23) соответствуют закону подобия отпечатка и при этом в такой же мере, как и стандартная величина твердости  $H_{IT}$  (2).

### Выводы

При использовании диаграмм  $P-h$  автоматического индентирования материалов в дополнение к известным величинам работ по совершению отдельных видов деформации (работ по совершению общей деформации материала  $W_{\max}$ , полной упругой деформации  $W_e$  и пластической (остаточной) деформации  $W_{pl}$ ) могут быть идентифицированы новые виды работ. Это — работа по совершению упругопластической деформации  $W_c$ , которая происходит в контактной области отпечатка; работа по совершению “чисто” упругой деформации  $W_s$ , которая происходит в неконтактной области отпечатка; работа по совершению упругой деформации  $W_{ce}$ , которая является частью общей упругой деформации  $W_e$  и одновременно частью упругопластической деформации  $W_c$  материала в контактной области отпечатка.

Установлены соотношения между всеми величинами работ, представленных на диаграмме автоматического индентирования:

$$\begin{aligned} W_e/W_{\max} &= W_s/W_c; \quad W_{ce} = W_s^2/W_c; \quad (W_s/W_c)^{\text{пред}} = 1; \\ W_s^{\text{пред}} &= W_c^{\text{пред}} = W_{ce}^{\text{пред}} = 0,5 \cdot W_{\max}. \end{aligned}$$

В связи с тем, что ход ветви нагружения в начальной части не в полной мере соответствует закону подобия отпечатка, использование экспериментально полученных значений всех видов работ (кроме  $W_s$ ) для вычисления характеристик материалов, определяемых как площади под соответствующими ветвями полной диаграммы индентирования, приводит к их некорректным значениям и к значительному разбросу данных.

В настоящей работе такое несоответствие устранено для всех видов работ благодаря аналитически полученным выражениям, которые приведены к условиям общепринятого и стандартизованного способа вычисления твердости  $H_{IT} = 0,418P_{max}/h_c^2$  (для индентора Берковича), то есть при соблюдении закона подобия отпечатка на всем протяжении ветви нагружения диаграммы индентирования:

$$W_{max} = P_{max} (0,5h_s + 0,281h_c); \quad W_s = 0,5P_{max} \cdot h_s; \quad W_c = 0,281P_{max} \cdot h_c; \\ W_{ce} = 0,89P_{max} \cdot (h_s^2/h_c).$$

Показано, что отношения работ  $W_s/W_c$  и соответствующих им глубин внедрения  $h_s/h_c$  находятся между собой в прямой пропорциональной зависимости:  $W_s/W_c = 1,778(h_s/h_c)$ . В результате уравнение индентирования  $H_{IT}/E^* = 0,3206(h_s/h_c)$  принимает вид  $H_{IT}/E^* = 0,1803(W_s/W_c)$ .

Аналитически установлено, что соотношение между твердостью, определяемой как работа, совершенная по вытеснению единицы объема материала,  $H_{Wc} = W_c/V_c$ , и твердостью, определяемой как сила, приложенная к единице площади отпечатка пирамиды,  $H_{IT} = P_{max}/F_c$  в контактной области отпечатка, имеет вид  $H_{Wc} = 0,843H_{IT}$ . Коэффициент 0,843 является константой метода автоматического индентирования. В результате представляется возможным вычислять твердость  $H_{Wc}$ , как и твердость  $H_{IT}$ , непосредственно через первичные показатели диаграммы индентирования:  $H_{Wc} = 0,3526 P_{max}/h_c^2$ .

Использование работы  $W_c$  и твердости  $H_{Wc}$  оказывается эффективным при индентировании материалов с градиентной структурой, когда индентор проникает сквозь несколько слоев, различных по составу, структуре, свойствам (поверхностно упрочненные материалы, листовые композиты, пленки, покрытия и др.). Отклонение значений твердости от тарировочной зависимости является индикатором наличия в материале неоднородной структуры слоистого типа, а их величина может характеризовать тип неоднородности.

1. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Мамека Н. А. Уравнение индентирования // Доп. Національної академії наук України. — 2007. — № 12. — С. 100—106.
2. Горбань В. Ф., Мамека Н. А., Печковский Э. П., Фирстов С. А. Идентификация структурного состояния материалов методом автоматического индентирования // Сб. докл. Харьковской нанотехнологической ассамблеи-2007, 23—27 апреля 2007 г., Харьков. — Т. I. Наноструктурные материалы. — С. 52—55.
3. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Мамека Н. А. Связь прочностных характеристик материалов с показателями автоматического индентирования // Материаловедение. — М.: Наука и Технологии. — 2007. — № 11. — С. 26—31.
4. Фирстов С. А., Горбань В. Ф., Печковский Э. П. Предельные деформации и напряжения в наноматериалах // Сб. докл. Харьковской нанотехнологической ассамблеи, Харьков, 2008. — Т. II. Наноматериалы — новые фавориты индустрии. — С. 145—153.
5. Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Фирстов С. А. Микроиндентирование наноламинатов  $Ti_3SiC_2$  и  $Ti_3AlC_2$  инденторами с углами заточки 45—85 градусов // Металлофиз. новейшие технологии. — 2006. — № 1. — С. 67—82.

6. Горбань В. Ф., Печковский Э. П., Фирстов С. А. и др. Влияние состава и пористости спеченных титановых наноламинатов—композитов на механические свойства при комнатной температуре // Электронная микроскопия и прочность материалов. — 2008. — Вып. 15. — С. 89—98.
7. Булычев С. И., Алексин В. П., Шоришоров М. Х., Терновский А. П. Исследование механических свойств материалов с помощью кинетической диаграммы нагрузка—глубина отпечатка при микровдавливании // Проблемы прочности. — 1976. — № 9. — С. 79—83.
8. Булычев С. М. Достижения и перспективы испытания материалов непрерывным вдавливанием индентора // Заводская лаборатория. — 1992. — 38, № 3. — С. 29—36.
9. Doerner M. F. and Nix W. D. Indentation problems // J. Mater. Res. — 1986. — 1. — P. 601—614.
10. Oliver W. C. and Pharr G. M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // Ibid. — 2004. — 19, No.1. — P. 3—21.
11. ISO 14577-1:2002(E). Instrumented indentation test for hardness and materials parameters. Part 1: Test method. — Date: 2002-09-22.
12. Григорович В. К. Твердость и микротвердость металлов. — М.: Наука, 1976. — 230 с.