

## Аномальный скин-эффект в магнитном поле: зависимость от формы поверхности Ферми

Л. Т. Цымбал, А. Н. Черкасов, О. Ф. Панченко

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины,  
Украина, 340114, г. Донецк, ул. Р. Люксембург, 72  
E-mail: tsymbal@host.dipt.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 16 июля 1998 г.

В результате рассмотрения проблемы взаимодействия мод в электронной плазме металла предложена нетрадиционная точка зрения на природу аномального скин-эффекта. Показано, что во внешнем магнитном поле аномальный скин-эффект фактически является результатом взаимодействия и связывания ряда собственных электромагнитных возбуждений, которые, в свою очередь, обусловлены нелокальными эффектами и специфическими свойствами доплеронных мод. Показано, что зависимость аномального скин-эффекта от магнитного поля связана с видом поверхности Ферми металла и аномальный скин-эффект для модели свободных электронов является частным случаем.

Внаслідок розгляду проблеми взаємодії мод в електронній плазмі металу запропоновано нетрадиційний кут зору на природу аномального скин-ефекту. Показано, що в зовнішньому магнітному полі аномальний скин-ефект фактично є наслідком взаємодії та зв'язування низки власних електромагнітних збуджень, котрі, в свою чергу, обумовлені нелокальними ефектами та специфічними властивостями доплеронних мод. Показано, що залежність аномального скин-ефекту від магнітного поля пов'язана з виглядом поверхні Фермі і аномальний скин-ефект для моделі вільних електронів є поодиноким випадком.

PACS: 72.55.+s, 72.15.Nj

*Посвящается И. М. Дмитренко и А. М. Косевичу — пионерам в области электронной физики металлов, ученым, «тем, кто ночами, забыв про кровать, усердно роется в книжной гряде, чтобы еще кое-что узнать из того, что знают другие люди» (Пит Хэйн).*

### Введение

Явление скин-эффекта тесно связано с проблемой возбуждения и распространения электромагнитных волн в проводящих средах и является одним из классических эффектов электродинамики металлов. В относительно «грязных» металлах возникает режим так называемого нормального скин-эффекта и волновой вектор электромагнитной волны в металле  $k_{ns} \propto (i\omega/\nu)^{1/2}$ . В чистых металлах при низких температурах связь между током и электрическим полем становится нелокальной, а скин-эффект — аномальным [1–3]. Волновой вектор  $k_{as} \propto (i\omega)^{1/3}$  и уже не зависит от частоты релаксации электронов  $\nu$ , что свидетельствует о бесстолкновительном механизме затухания волн.

Здесь  $\omega$  — частота электромагнитной волны. Разработанные теоретические методы были естественным образом распространены и на металлы, помещенные во внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$  [4–6]. Было показано, что в определенной области полей и частот наличие магнитного поля слабо влияет на аномальный скин-эффект.

На первый взгляд, явление аномального скин-эффекта изучено к настоящему времени исчерпывающим образом. Тем не менее есть основания еще раз вернуться к более тщательному его анализу, именно анализу аномального скин-эффекта во внешнем магнитном поле. Этому посвящена настоящая работа. При этом наше внимание сконцентрировано на двух аспектах проблемы.

1. Существование аномального скин-эффекта обусловлено нелокальными эффектами в проводимости металла. Следовательно, в формировании скиновых компонент поля принимают участие определенные выделенные группы носителей на поверхности Ферми (ПФ). В результате характер решения дисперсионного уравнения в существенной степени определяется особенностями энергетического спектра электронов и, как следствие, является «модельно зависимым». В настоящей работе наряду с обычно используемой моделью свободных электронов рассмотрено несколько простых, но характерных и достаточно реалистических моделей ПФ. Показано, что зависимость скин-эффекта от магнитного поля существенно определяется свойствами реальных ПФ и «классический» аномальный скин-эффект (для сферической ПФ) является, вообще говоря, частным случаем.

2. В достаточно сильных магнитных полях решения дисперсионного уравнения описывают спектр и затухание электромагнитных волн, представляющих собой систему связанных мод. В определенных интервалах значений внешних параметров эти моды обладают характерными признаками, вследствие чего, а также в силу исторических причин, имеют то или иное название. Нами показано, что аномальный скин-эффект во внешнем магнитном поле может быть интерпретирован как результат связывания этих электромагнитных мод, в конкретном случае геликонов и доплеронов. Существование же самой доплеронной моды и гибридизация ее с геликоном обусловлены нелокальными эффектами и специфическими свойствами доплеронов, выделяющими их из общего ряда коллективных возбуждений других типов.

Наше рассмотрение ограничено анализом спектров электромагнитных мод в безграничной трансляционно инвариантной среде в геометрии  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel \hat{z}$ . При этом предполагается, что ПФ металла обладает вращательной симметрией относительно оси  $\hat{z}$ . Тогда для циркулярно поляризованных компонент поля ( $E_{\pm} = E_x \pm iE_y$ ) дисперсионное уравнение имеет вид

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \sigma_{\pm}(k), \quad (\pm \text{ поляризация}), \quad (1)$$

где  $\sigma_{\pm} = \sigma_{xx} \pm i\sigma_{yx}$  — проводимость, определяемая интегралом по поверхности Ферми:

$$\sigma_{\pm}(k) = i \frac{2\pi e^2}{(2\pi\hbar)^3} \int_{FS} \frac{|m|v_{\perp}^2 dp_z}{\omega + iv \pm \omega_c - kv_z}. \quad (2)$$

Здесь  $v_z$  и  $p_z$  —  $z$ -компоненты скорости и импульса электрона;  $v_{\perp}$  — компонента скорости электрона, перпендикулярная оси  $\hat{z}$ ;  $\omega_c = eH/mc$  — циклотронная частота.

Форму ПФ будем описывать функциональной зависимостью  $S(p_z) = \pi(mv_{\perp})^2$ , где  $S(p_z)$  — площадь сечения ПФ плоскостью  $p_z = \text{const}$ . Перепишем (1) и (2), используя соотношение  $v_z = -(\partial S/\partial p_z)/2\pi m$  и вводя безразмерные параметры

$$q = \frac{kv_m}{\omega_c}, \quad \xi^3 = \frac{\omega_c^3 c^2}{\omega_p^2 \omega v_m^2}, \quad \gamma = \frac{v - i\omega}{\omega_c} \quad (3)$$

в виде

$$\mp q^2 \xi^3 = F_{\pm}(q), \quad (\pm \text{ поляризация}), \quad (4)$$

$$F_{\pm}(q) = \frac{2 \operatorname{sgn}(m)}{N(2\pi\hbar)^3} \int_{FS} \frac{S(p_z) dp_z}{1 \pm i\gamma \pm q(\partial S/\partial p_z)/|\partial S/\partial p_z|_m}. \quad (5)$$

В (3)–(5)  $v_m = |\partial S/\partial p_z|_m/2\pi m$ ;  $|\partial S/\partial p_z|_m$  — некоторое характерное, в данной работе максимальное, значение производной  $\partial S/\partial p_z$ ;  $\omega_p = (4\pi N e^2/m)^{1/2}$  — плазменная частота;  $F_{\pm}(q)$  — нелокальный множитель в проводимости ( $\sigma_{\pm} = \pm i(Nec/H)F_{\pm}$ );  $\operatorname{sgn}(m)$  — знак циклотронной массы;  $N$  — концентрация носителей, определяемая соотношением

$$N = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int_{FS} S(p_z) dp_z. \quad (6)$$

В настоящей работе не будем затрагивать вопрос о возбуждении электромагнитных волн в металле и связанную с ним сложную проблему границ, а ограничимся анализом решений дисперсионного уравнения, которое решалось численно. Нули аналитически заданной функции  $f = \mp q^2 \xi^3 - F_{\pm}$  находились с использованием метода Мюллера (обобщенный метод секущих) с дефляцией [7]. Для выяснения природы корней дисперсионного уравнения мы использовали также графический метод решения этого уравнения.

### Модели поверхности Ферми: проводимость металла

Существование ПФ обусловлено фермиевским вырождением электронов проводимости в металлах. Важным свойством реальных ПФ является наличие экстремальных сечений  $S(p_m) = S_m$  ( $\partial S/\partial p_z = 0$ ) и сечений с экстремальными значениями

производной  $\partial S/\partial p_z$ . Мы рассматриваем модели ПФ, для которых величина  $|\partial S/\partial p_z|$  как функция  $p_z$  изменяется непрерывно от нуля до некоторого значения  $|\partial S/\partial p_z|_m$ . Естественно, что эти модели выбираются достаточно простыми, чтобы облегчить получение аналитического выражения для проводимости и численного решения дисперсионного уравнения.

В интересующей нас области относительно низких частот и сильных полей, ограниченной неравенством

$$\omega \ll \nu \ll \omega_c, \quad (7)$$

столкновениями можно пренебречь. Поэтому функцию  $F_{\pm}$  (5) будем вычислять в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  ( $F_{\pm}|_{\gamma=0} = F_0$ ).

Рассмотрим несколько моделей ПФ, полагая для определенности, что все поверхности являются электронными. Три из них будем описывать четной функцией

$$S(p_z) = \pi p_0^2 (1 - |x|^n), \quad |x| \leq 1. \quad (8)$$

Здесь и далее  $x = p_z/p_0$ . Модель *A* ( $n = 2$ ) является базовой и представляет собой хорошо изученную модель свободных электронов. Две другие модели — модель *B* ( $n = 3$ ) и модель *C* ( $n = 3/2$ ) — предлагаются нами для того, чтобы выяснить, как влияет искажение сферической ПФ, описываемое изменением величины параметра  $n$  в ту или иную сторону относительно значения  $n = 2$ , на характер решений дисперсионного уравнения. Для этих трех моделей функция  $F_0$  имеет вид

$$F_0^A = \frac{3}{4q^2} \left[ \left(1 - \frac{1}{q^2}\right) \ln \frac{1+q}{1-q} + \frac{2}{q} \right], \quad (9)$$

$$F_0^B = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{q^{1/2}} \ln \frac{1+q^{1/2}}{1-q^{1/2}} + \frac{1}{q^2} \ln(1-q^2) + \frac{2}{q^{1/2}} \operatorname{arctg}(q^{1/2}) \right], \quad (10)$$

$$F_0^C = \frac{5}{3q^2} \left[ \left( \frac{1}{q^3} - 1 \right) \ln(1-q) - \left( \frac{1}{q^3} + 1 \right) \ln(1+q) + \frac{2}{q^2} + \frac{2}{3} \right]. \quad (11)$$

Графики функций  $\partial S/\partial p_z$  и  $F_0$  представлены на рис. 1, *a* и вставке на рис. 2 соответственно.

Четвертая модель (*D*), описываемая выражением

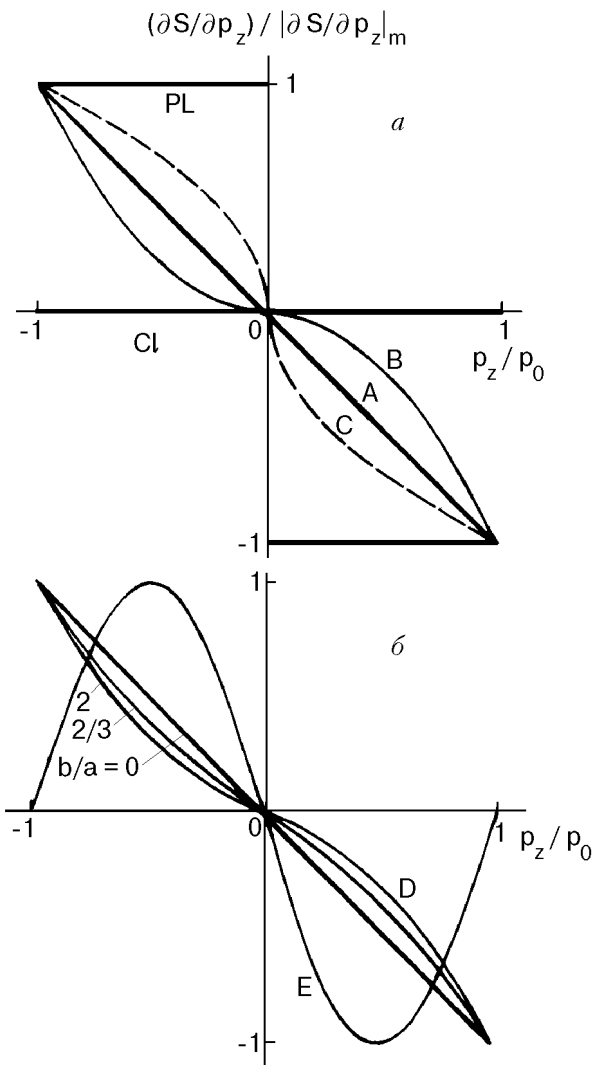


Рис. 1. Зависимость нормированной производной  $(\partial S/\partial p_z)/|\partial S/\partial p_z|_m$  от  $p_z/p_0$  для моделей *A*, *B* и *C* (см. (8)), а также модели «параболическая линза» (*PL*) и цилиндрической вдоль оси  $\hat{z}$  ПФ (*Cl*) (*a*); то же для моделей *D* и *E* (см. (12) и (13)) (*б*).

$$S(p_z) = \pi p_0^2 (1 - ax^2 - b|x|^3), \quad |x| \leq 1, \quad (12)$$

является «гибридом» моделей *A* и *B*. В (12)  $a + b = 1$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Мы не приводим здесь выражение для  $F_0^D$ , так как оно имеет очень громоздкий вид. Графики функции  $\partial S/\partial p_z$  в модели *D* для различных значений параметра  $b/a$  показаны на рис. 1, *б*.

Для моделей *A–D* функция  $\partial S/\partial p_z$  имеет экстремумы в точках  $p_z = \pm p_0$ , в которых  $S(p_z) = 0$  и  $\partial^2 S/\partial p_z^2 \neq 0$ . В результате функции  $F_0^{A–D}$  конечны при  $q^2 = 1$  даже в бесстолкновительном пределе, хотя в этих точках при  $q^2 = 1$  знаменатель подынтегрального выражения в (5) обращается в нуль (сингулярность типа «слабый логарифм»; см.

«иерархию» сингулярностей в [8]). Поэтому для сравнения рассмотрим еще одну модель (E) типа «гофрированный цилиндр» [8]:

$$S(p_z) = S_0 + S_1 \cos(\pi x), \quad |x| \leq 1. \quad (13)$$

Здесь  $S_0, S_1 < S_0$  и  $p_0$  — параметры модели. График функции  $\partial S / \partial p_z$  приведен на рис. 1, б. Для этой модели выражение для  $F_0$

$$F_0^E = (1 - q^2)^{-1/2} \quad (14)$$

имеет при  $q^2 = 1$  корневую сингулярность (ср. вставки на рис. 2 и 4).

### Анализ спектров электромагнитных мод

Численные решения дисперсионного уравнения будем представлять графически в координатах  $q\xi \propto k/\omega^{1/3}$ ,  $\xi \propto H/\omega^{1/3}$ . В пределе  $\gamma \rightarrow 0$  эти координаты имеют универсальный характер, так как полученные зависимости однозначно описывают спектр электромагнитных мод для любых значений внешних параметров  $\omega$  и  $H$  [9].

1. На рис. 2 приведены спектры электромагнитных мод в поляризации «-» для моделей A, B и C. Из графического решения

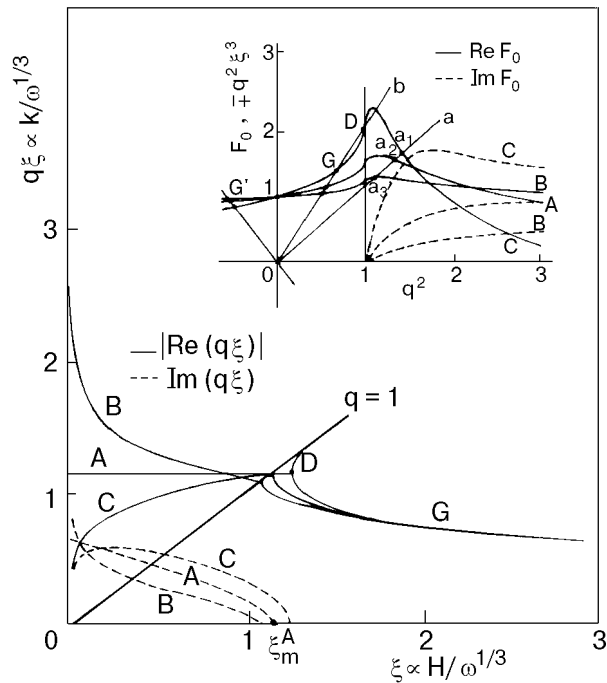


Рис. 2. Спектр электромагнитных мод в поляризации «-» для моделей A, B и C (численное решение (4) с проводимостью (9), (10) и (11) соответственно). На вставке: графическое решение (4) для моделей A, B и C. Кривые — функции  $F_0^A, F_0^B$  и  $F_0^C$ . Прямые  $a$  и  $b$  — левая часть (4) в поляризации «-» для последовательно больших значений  $\xi$ ;  $c$  — левая часть (4) в поляризации «+»;  $G$  и  $D$  — геликонное и доплеронное решения соответственно;  $G'$  — затухающий

дисперсионного уравнения (рис. 2, вставка) видно, что в поляризации «-» для всех  $\xi$ , больших некоторых пороговых значений  $\xi_m$ , одна из ветвей спектра соответствует чисто вещественному геликонному ( $G$ ) решению дисперсионного уравнения. Помимо этого в относительно узком интервале значений  $\xi$  существует еще одно доплеронное ( $D$ ) решение этого уравнения. При  $q^2 > 1$  функции  $F_0$  становятся комплексными вследствие бесстолкновительного затухания электромагнитных волн, обусловленного доплер-сдвинутым циклотронным резонансом (ДСЦР). Формальным условием ДСЦР является обращение в нуль знаменателя подынтегрального выражения в (2) и (5). Поэтому точки  $a_i$  не являются решениями дисперсионного уравнения, и при  $\xi < \xi_m$  решения также становятся комплексными. В поляризации «+» для всех моделей имеется единственное решение ( $G'$ ) — затухающий геликон. На рис. 2 эти решения не приведены, чтобы не загромождать рисунок.

Для модели A при  $\xi \rightarrow 0$  ( $H \rightarrow 0, \omega = \text{const}$ ) решение дисперсионного уравнения совпадает с известным решением  $q\xi = (3\pi i/4)^{1/3}$ , которое получено ранее в отсутствие магнитного поля. Естественно поэтому предположить, что все полученные нами решения при  $\xi < \xi_m$  описывают аномальный скин-эффект во внешнем магнитном поле. В поляризации «-» для каждой модели этих решений два, и они отличаются только знаком фазовой скорости волны, т.е. знаком величины  $\text{Re}(q\xi)$ .

Как видно на рис. 2, для модели A величина  $\text{Re}(q\xi)$  практически не зависит от  $\xi$  вплоть до порога геликона, а  $\text{Im}(q\xi)$  с ростом  $\xi$  монотонно уменьшается до нуля. Именно поэтому импеданс щелочных металлов слабо зависит от  $H$  при  $\xi < \xi_m$  [5]. В области малых  $\xi$  имеем  $|q^2| \gg 1$ , и, следовательно, решение дисперсионного уравнения определяется асимптотикой функции  $F_0^A$  в существенно нелокальном пределе  $q^2 \gg 1$ :  $F_0 \rightarrow \rightarrow \mp 3\pi i/4q + 3/q^2$ . Вторым слагаемым можно пренебречь, и из (4) получим известное выражение

$$k = \left( \frac{3\pi i}{4} \frac{\omega_p^2 \omega}{c^2 v_m} \right)^{1/3}. \quad (15)$$

Аномальный скин-эффект, определяемый асимптотикой  $F_0 \propto i/q$  ( $\gamma \rightarrow 0$ ), будем называть «классическим».

Очевидно, что при  $q^2 < 1$  в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  функция  $F_0$  является чисто вещественной. При

$q^2 > 1$  появляются сечения ПФ, для которых знаменатель подынтегрального выражения в (2) и (5) обращается в нуль, т.е. появляются электроны, для которых выполняется условие ДСЦР

$$\frac{\partial S / \partial p_z}{|\partial S / \partial p_z|_m} = \pm \frac{1}{q}. \quad (16)$$

В результате диссипативная часть проводимости при  $q^2 > 1$  становится неравной нулю. Из (16) видно, что при  $q^2 \gg 1$  «резонансные» сечения  $S_r(p_z = p_{zr})$  локализованы вблизи экстремальных сечений ПФ  $S_m$  (см., например, рис. 1). Следовательно, асимптотика  $\text{Im}(F_0)$  при больших  $q^2$  определяется поведением функции  $S(p_z)$  и ее производных в окрестности этих сечений. Используя разложение функции  $S(p_z)$  в точке  $p_{zr}$ , определяемой соотношением (16), из (5) нетрудно получить выражение для функции  $\text{Im}(F_0)$ :

$$\text{Im}(F_0) = \mp \frac{\pi i}{q} \left. \frac{S S_m^{(1)}}{V S^{(2)}} \right|_{p_z = p_{zr}}. \quad (17)$$

Здесь  $S^{(i)} = \partial^i S / \partial p_z^i$ ;  $V$  — объем, занимаемый электронами. Из (17) видно, что для модели свободных электронов (модель А) асимптотика функции  $\text{Im}(F_0^A)$  определяется тем, что вторая производная  $S^{(2)} = \text{const}$  и  $S_r \approx S_m$  в пределе  $q^2 \gg 1$ .

Используя (8), перепишем (17) в виде

$$\text{Im}(F_0) = \mp \frac{\pi i}{q^{1/(n-1)}} \frac{S_r}{S_m} \frac{n+1}{2n(n-1)}. \quad (18)$$

Видно, что только при  $n = 2$  аномальный скин-эффект будет классическим:  $\text{Im}(F_0^A) = \mp 3\pi i / 4q$  в пределе  $q^2 \gg 1$ . В частности, для модели В  $\text{Im}(F_0^B) = \mp \pi i / 3q^{1/2}$ , а для модели С  $\text{Im}(F_0^C) = \mp 5\pi i / 3q^2$ . Следовательно, спектры электромагнитных мод для моделей А, В и С в области малых  $\xi$  будут существенно отличаться. Не надо, конечно, забывать, что характер спектров определяется и асимптотикой функций  $\text{Re}(F_0)$ , так как  $|\text{Im}(F_0^A)| \gg \text{Re}(F_0^A)$  только для модели А. Для модели В имеем  $|\text{Im}(F_0^B)| = \text{Re}(F_0^B)$ , а для модели С  $|\text{Im}(F_0^C)| \ll \text{Re}(F_0^C)$ , причем  $\text{Re}(F_0^C) < 0$ . На рис. 2 видно, что спектры электромагнитных мод для моделей А, В и С в области аномального скин-эффекта кардинально отличаются друг от друга. В отличие от модели А, для модели В и мнимая, и действительная части  $q\xi$  при  $\xi \rightarrow 0$  неограниченно возрастают, а для

модели С стремятся к нулю. Очевидно, что такой качественно определенный характер спектров сохраняется для любых  $n > 2$  и  $n < 2$  соответственно. Обусловлено это асимптотикой второй производной  $S^{(2)}$  при  $p_z \rightarrow 0$  ( $p_{zr} \rightarrow 0$  при  $\xi \rightarrow 0$ ), так как ее величина обратно пропорциональна количеству резонансных (эффektivных [1]) электронов, участвующих в формировании скиновых компонент поля. Для моделей, описываемых формулой (8),  $S^{(2)} \rightarrow 0$  при  $n > 2$  и  $S^{(2)} \rightarrow \infty$  при  $n < 2$ . Следует, однако, отметить, что при  $\xi \rightarrow 0$  необходимо учитывать релаксацию электронов. Поэтому при  $\xi = 0$  величины  $\text{Re}(q\xi)$  и  $\text{Im}(q\xi)$  будут равны их значениям при  $\xi = \xi|_{\omega_c = v}$ . Отметим также, что в двух предельных случаях ( $n \rightarrow \infty$  и  $n \rightarrow 1$ ) формула (8) описывает еще две характерные модели ПФ. В первом пределе мы переходим к цилиндрической (относительно оси  $\hat{z}$ ) ПФ, для которой  $F_0 = 1$ , так как для всех электронов  $v_z = 0$  и нелокальные эффекты отсутствуют. В результате дисперсионное уравнение будет иметь только два решения:  $G$  и  $G'$  (см. прямую и кривую  $L$  на рис. 4). Во втором пределе — это модель «параболическая линза» [10], для которой  $\partial S / \partial p_z = \text{const}$  и  $\text{Im}(F_0) = 0$  ( $F_0 = (1 - q^2)^{-1}$ ), так как условие ДСЦР выполняется только при  $q^2 = 1$ . Тем не менее для этой модели дисперсионное уравнение имеет решения, описывающие аномальный скин-эффект. Спектр электромагнитных мод, соответствующий этим решениям, качественно подобен спектру для модели С.

2. Проанализируем теперь важный аспект рассматриваемой проблемы, связанный с корректностью выбора модели ПФ. Из-за наличия центра инверсии  $S(p_z)$  является четной функцией  $p_z$ . Мы полагаем, что в центре инверсии  $p_z = 0$ . Тогда, если в этой точке функция  $S(p_z)$  является аналитической, то ее можно представить в виде разложения только по четным степеням  $p_z$ :

$$S(p_z) = a_0 + a_1 p_z^2 + a_2 p_z^4 + \dots \quad (19)$$

Поэтому возникает очень важный для нас вопрос: должна ли быть аналитической функция  $S(p_z)$ , так как для  $n = 3$  и  $n = 3/2$  функция (8) в точке  $p_z = 0$  аналитической не является? Мы не можем здесь ответить на этот сложный вопрос и ограничимся далее анализом только аналитических функций  $S(p_z)$ . Таковой является функция (8) при  $n = 4$ . Но в этом случае выражение для  $F_0$  оказалось настолько сложным, что мы не смогли получить численное решение дисперсионного

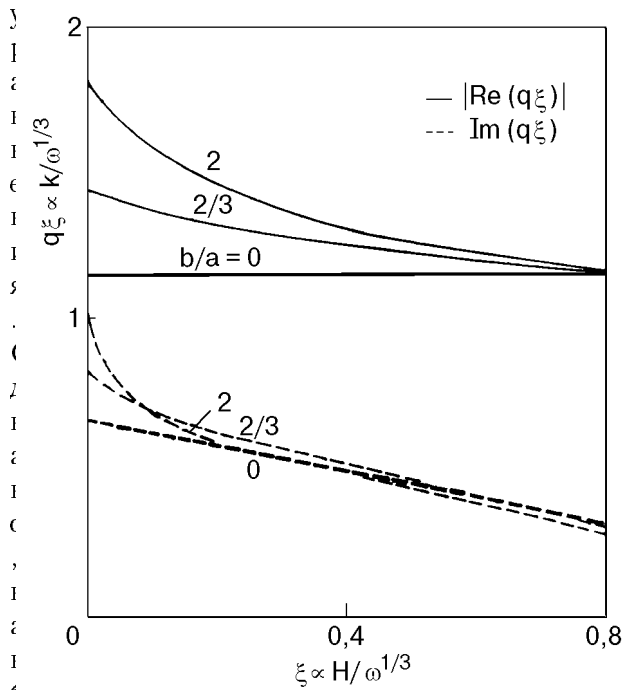


Рис. 3. Спектр электромагнитных мод в поляризации «+» для модели  $D$ . При  $b/a = 0$  модель  $D$  совпадает с моделью  $A$  (см. (8), (12) и рис. 1).

П оказано выше, модель  $B$  качественно достаточно хорошо описывает спектр электромагнитных мод и при  $n = 4$ . Непринципиальное количественное различие заключается, например, в том, что при малых  $\xi$  в случае  $n = 4$  кривая будет находиться выше соответствующей кривой, полученной для модели  $B$ . Это обусловлено непрерывным при  $n \rightarrow \infty$  переходом к цилиндрической ПФ. Очевидно, что модель ПФ (8) с  $n = 4$  описывает специфический частный случай. Поэтому рассмотрим более реалистическую модель, удержав в разложении (19) первые три члена, полагая, что последующие члены пренебрежимо малы при малых  $p_z$ . Однако в этом случае мы не можем получить аналитическое выражение для функции  $F_0$ . Очевидно, что качественно эту модель можно аппроксимировать моделью  $D$  (12), являющейся «гибридом» моделей  $A$  и  $B$ . При  $b/a = 0$  модель  $D$  совпадает с моделью  $A$ , а при  $b/a \rightarrow \infty$  мы переходим к модели  $B$ . На рис. 3 приведены спектры электромагнитных мод в поляризации «+» для модели  $D$ , полученные при различных значениях параметра  $b/a$ . Видно, что в области малых  $\xi$  решения дисперсионного уравнения становятся заметно зависящими от величины  $\xi$  даже для относительно малых значений  $b/a$ . В результате аномальный скин-эффект, описываемый этими решениями, уже не будет «классическим».

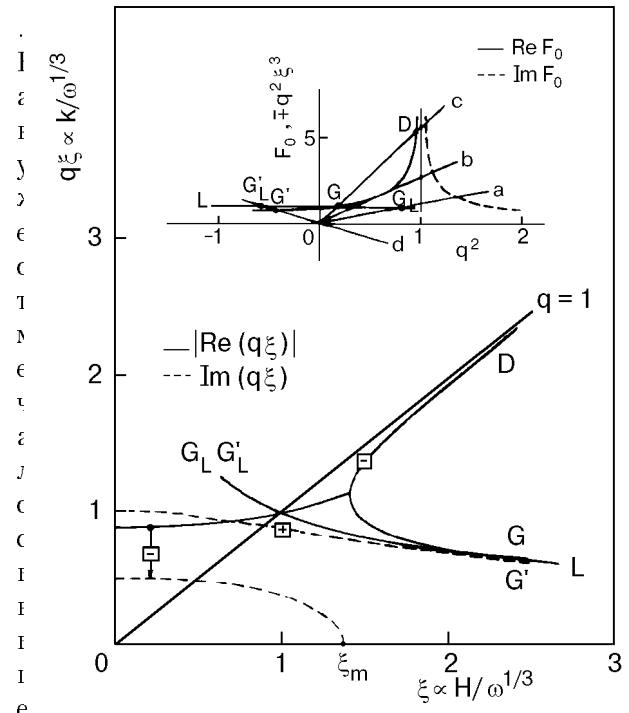


Рис. 4. Спектр электромагнитных мод для модели  $E$  (численное решение (4) с проводимостью (14)). Знаки круговой поляризации указаны в квадратах. На вставке: а — графическое решение (4), (14). Кривые — функция  $F_0^E$  (14). Прямая  $L$  — функция  $F_0^E$  в локальном ( $q^2 \rightarrow 0$ ) пределе; прямые  $a, b$  и  $c$  — левая часть (4) в поляризации «+» для последовательно больших значений  $\xi$ ;  $d$  — левая часть (4) в поляризации «+»;  $G$  и  $D$  — геликонный и доплеронное решения соответственно;  $G'$  — затухающий геликон;  $G_L$  и  $G'_L$  — геликон и затухающий геликон в локальном пределе.

а нормального скин-эффекта при малых  $\xi$  для модели свободных электронов (модель  $A$ ) определяется асимптотикой диссипативной части проводимости при  $q^2 \gg 1$ , так как для этой модели  $\text{Im}(F_0) \gg \text{Re}(F_0)$  при больших  $q^2$ . Следовательно, естественно полагать, что для модели свободных электронов аномальный скин-эффект обусловлен бесстолкновительным поглощением электромагнитных волн вследствие ДСЦР. Однако нами отмечалось, что при достаточно больших  $n$  и  $n \sim 1$  при  $q^2 \gg 1$   $|\text{Re}(F_0)| \gg \text{Im}(F_0)$ . Однако и для этих моделей существуют комплексные решения дисперсионного уравнения, описывающие скин-эффект, являющийся по своей природе аномальным, хотя и не «классическим». Сейчас мы не затрагиваем вопрос о корректности использования таких моделей. Для нас важно принципиальное наличие решений, которые указывают на тот факт, что скин-эффект в магнитном поле может не быть обусловлен бесстолкновительным затуханием

электромагнитных волн. Этот факт хорошо иллюстрируют решения дисперсионного уравнения для модели  $PL$ . Проанализируем поэтому спектр электромагнитных мод с нетрадиционной точки зрения. Не ограничивая общности нашего рассмотрения, используем для этого модель  $E$  (13).

На рис. 4 приведен спектр электромагнитных мод для модели  $E$ . Видно, что в отличие от моделей  $A-C$  доплеронное решение ( $D$ ) является чисто вещественным для всех  $\xi > \xi_m$ . Обусловлено это тем, что для модели  $E$  сингулярность в проводимости (14) является корневой (ср. графическое решение дисперсионного уравнения на рис. 2 и 4). Простота выражения для функции  $F_0^E$  (14) позволяет записать дисперсионное уравнение в виде

$$(q^2 - q_{G_L}^2)(q^2 - q_{G'_L}^2)(q^2 - q_D^2) = -q^2/\xi^6, \quad (20)$$

где  $q^2 = 1$  — уравнение прямой, соответствующей на рис. 4 краю бесстолкновительного затухания волн, обусловленного ДСЦР;  $q_{G_L}^2 = q_{G'_L}^2 = \xi^{-3}$  — решения (4) в локальном пределе (кривая  $L$  на рис. 4). Видно, что записанное в таком виде дисперсионное уравнение можно трактовать как уравнение трех связанных мод. Две из них естественно идентифицировать как геликонную и затухающую геликонную моду, а третью можно назвать ДСЦР-модой или доплероном. Из (20) и рис. 4 видно, что при относительно больших значениях  $\xi$ , вдали от точки вырождения мод ( $\xi = 1$ ), связыванием мод можно пренебречь. С уменьшением  $\xi$   $G$ - и  $D$ -ветви спектра сближаются и при  $\xi = \xi_m$  ( $\xi_m = (27/4)^{1/6}$ ) связываются, точнее, гибридизируются. В результате в поляризации « $\leftrightarrow$ » в интервале  $\xi < \xi_m$  решения дисперсионного уравнения становятся комплексными, т.е. возникает область «непрозрачности» или «щель». Существенно заметить, что точка, в которой моды связываются, лежит ниже прямой  $q^2 = 1$ :  $q_{G,D}^2 = 2/3$  при  $\xi = \xi_m$ . Следовательно, в этой точке и ее окрестности нет электронов, для которых выполняется условие ДСЦР (16). Очевидно, что все три решения при  $\xi < \xi_m$  описывают аномальный скин-эффект во внешнем магнитном поле для модели  $E$ . При малых  $\xi$  они совпадают с решениями, полученными для модели  $A$ , с точностью до множителя  $3\pi/4$  в правой части (15).

Для модели  $E$ , также как и для моделей  $A-D$ , фазовая ( $v_{ph} = \omega/k$ ) и групповая ( $v_{gr} = d\omega/dk$ ) скорости доплерона, в отличие от геликона,

противоположно направлены. В этом легко убедиться, используя уравнение (4), из которого в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  можно получить соотношение

$$v_{gr} = 2v_{ph} \frac{\xi^3 - \partial F_0/\partial(q^2)}{\xi^3}, \quad (21)$$

связывающее величины  $v_{gr}$  и  $v_{ph}$ . На рис. 4 (вставка) видно, что для доплерона  $\xi^3 < \partial F_0$ , тогда как для геликона  $\xi^3 > \partial F_0$ , что и подтверждает сказанное выше. Следовательно, гибридизируются доплеронная и геликонная моды с совпадающими по направлению фазовыми скоростями, но распространяющиеся навстречу друг другу. Именно этим обстоятельством и обусловлены гибридизация  $G$ - и  $D$ -ветвей спектра и образование «щели». В противном случае спектральные ветви не связываются вместе, а «расталкиваются», что хорошо иллюстрирует структура спектра связанных мод при геликон-фононном резонансе в режиме сильной связи геликона со звуком [11].

Мы рассмотрели несколько простых моделей ПФ и показали, что аномальный скин-эффект может быть интерпретирован как результат связывания слабозатухающих электромагнитных мод геликонов и доплеронов. Рассмотрим теперь более сложную модель  $E'$ , состоящую из двух электронных поверхностей (13) равного объема ( $N_1 = N_2 = N$ ), но с разными значениями  $|\partial S/\partial p_z|_m$ . Для этой модели функция  $F_{\pm}$  имеет вид

$$F_{\pm}^{E'} = [(1 \pm i\gamma)^2 - q^2]^{-1/2} + [(1 \pm i\gamma)^2 - \beta^2 q^2]^{-1/2}, \quad (22)$$

где  $q = kv_{m1}/\omega_c$ ;  $\beta = |\partial S/\partial p_z|_{m2}/|\partial S/\partial p_z|_{m1}$ . Индексами  $m1$  и  $m2$  маркированы параметры, относящиеся к первой и второй группе электронов соответственно. В отличие от (14) в (22)  $\gamma \neq 0$ , что облегчает идентификацию различных ветвей спектра. При этом мы полагаем, что  $m = \text{const}$  и  $v = \text{const}$  для всех носителей.

На рис. 5 приведен интересующий нас фрагмент спектра электромагнитных мод для модели  $E'$  с параметрами

$$N = 10^{22} \text{ см}^{-3}, \quad |\partial S/\partial p_z|_m/2\pi\hbar = 10^8 \text{ \AA}^{-1}, \quad (23)$$

$$\omega = 10^8 \text{ с}^{-1}, \quad v = 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}, \quad \beta = 1/3.$$

Из графического решения (4), (22) видно (см. вставку на рис. 5), что в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  и в пренебрежении бесстолкновительным затуханием ( $\text{Im}(F_0) = 0$ ) дисперсионное уравнение имеет

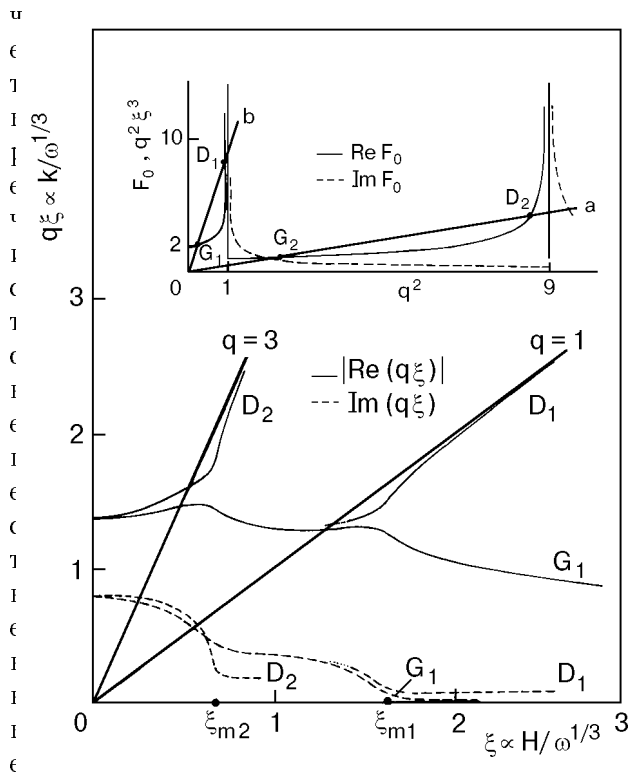


Рис. 5. Фрагмент спектра электромагнитных мод в поляризации «-» для модели  $E'$  (численное решение (4) с проводимостью (22)). На вставке: графическое решение (4), (22) в пределе  $\gamma \rightarrow 0$ . Кривые — функция  $F_0^{E'}$  (22). Прямые  $a$  и  $b$  — левая часть (4) в поляризации «-» для последовательно больших значений  $\xi$ ;  $G_1$  — геликонное решение;  $D_1$  и  $D_2$  — доплеронные решения; точка  $G_2$  решением уравнения не является, так как в этой области значений  $q^2$  величины  $\text{Re}(F_0)$  и  $\text{Im}(F_0)$  одного порядка.

По своей природе решения  $G_1$  и  $G_2$  являются геликонными, а решения  $D_1$  и  $D_2$  — доплеронными. При  $\text{Im}(F_0) \neq 0$  точка  $G_2$  решением уравнения уже не является, так как в соответствующей области значений  $q^2$  величина  $\text{Re}(F_0) \leq \text{Im}(F_0)$ . Решение же  $D_2$  будет существенно вещественным, если величина  $\text{Re}(F_0)$  (а точнее  $\partial(\text{Re}(F_0))/\partial(q^2)$  [12]) будет достаточно большой по сравнению с  $\text{Im}(F_0)$ . При  $v \neq 0$  комплексными становятся все четыре решения [12]. На рис. 5 видно, что геликонная  $G_1$  и доплеронная  $D_1$  моды связываются в окрестности некоторого значения  $\xi = \xi_{m1}$ , и при  $\xi < \xi_{m1}$  оба решения становятся комплексными. С дальнейшим уменьшением  $\xi$  одна из мод, а именно та, для которой  $v_{gr}$  и  $v_{ph}$  имеют один и тот же знак, в окрестности второго критического значения  $\xi = \xi_{m2}$  связывается теперь уже с доплеронной модой  $D_2$ . В результате при  $\xi < \xi_{m2}$  мы переходим в режим аномального скин-эффекта, «классического» в области

достаточно малых  $\xi$ : при  $q^2 \gg 1$   $\text{Im}(F_0^{E'}) \approx \pm i(1 + \beta^{-1})/q$ .

### Заключение

В настоящей работе проанализированы природа и характер аномального скин-эффекта в нормальных металлах во внешнем магнитном поле. Анализ базировался на графическом и численном решении дисперсионного уравнения. Несколько достаточно простых, но характерных моделей ПФ рассмотрено для того, чтобы установить взаимосвязь между особенностями энергетического спектра электронов и деталями спектра электромагнитных мод. Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом:

1. С классической точки зрения аномальный скин-эффект обусловлен нелокальными эффектами в проводимости и существованием области бесстолкновительного поглощения волн. Функция  $F_0 \propto i/q$  в пределе  $q^2 \gg 1$ , и в области относительно слабых полей решения дисперсионного уравнения почти не зависят от  $H$  (см. рис. 2, модель А; рис. 4 и 5). Анализ спектров электромагнитных мод для моделей А–D показал, что в реальной ситуации такой режим реализуется, если в разложении (19) при малых  $p_z$  можно пренебречь всеми членами, кроме двух первых. В противном случае аномальный скин-эффект уже не является «классическим», так как решения дисперсионного уравнения могут существенно зависеть от магнитного поля. Следует также заметить, что в отсутствие поля это приводит к зависимости аномального скин-эффекта от величины  $v$ .

2. Нами предложена нетрадиционная точка зрения на природу аномального скин-эффекта. Показано, что аномальный скин-эффект может интерпретироваться как результат связывания электромагнитных мод: геликонов и доплеронов. Механизм, ответственный за связывание этих мод, — нелокальные эффекты, которые приводят, во-первых, к появлению доплеронного решения дисперсионного уравнения, а во-вторых, к гибридизации геликонной и доплеронной ветвей спектра. В результате в полях меньших порогового возникает «щель», так как решения дисперсионного уравнения становятся существенно комплексными (см. рис. 2 и 4). Эти решения и описывают аномальный скин-эффект во внешнем магнитном поле. Проблему связывания электромагнитных мод хорошо иллюстрирует модель  $E'$  (рис. 5), для которой одна из ветвей спектра последовательно гибридизируется с



двумя доплеронными ветвями. Следует, однако, заметить, что режим «классического» аномального скин-эффекта возникает только в области  $\xi < \xi_{m2}$ . В интервале же  $\xi_{m2} < \xi < \xi_{m1}$  режим скин-эффекта в общепринятом смысле не возникает, так как помимо комплексных решений дисперсионного уравнения существует решение, соответствующее слабозатухающей доплеронной моде  $D_2$ .

Работа поддержана государственным Фондом фундаментальных исследований Украины, проект № 2.4/211.

1. A. B. Pippard, *Proc. Roy. Soc.* **191A**, 385 (1947).
2. G. E. H. Reuter and E. H. Soundheimer, *Proc. Roy. Soc.* **195A**, 336 (1948).
3. A. B. Pippard, *Rep. Progr. Phys.* **23**, 176 (1960).
4. М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *ДАН СССР* **XCIV**, 41 (1954).
5. R. C. Alig, *Phys. Rev.* **165**, 833 (1968).
6. А. В. Кобелев, В. П. Силин, *ФММ* **39**, 231 (1975).
7. D. E. Muller, *Math. Tables and Other Aids to Comput.* **10**, 208 (1956).
8. D. S. Falk, B. Gerson, and J. F. Carolan, *Phys. Rev.* **B1**, 406 (1970).
9. V. P. Naberezhnikh, D. E. Zhrebchevskii, L. T. Tsymbal, and T. M. Yeryomenko, *Solid State Commun.* **11**, 1529 (1972).

10. R. G. Chambers and V. G. Skobov, *J. Phys.* **F1**, 202 (1971).

11. E. A. Kaner and V. G. Skobov, *Adv. Phys.* **17**, 605 (1968).

12. Л. Т. Цымбал, А. Н. Черкасов, *ФНТ* **24**, 250 (1998).

### Anomalous skin-effect in the magnetic field: Fermi surface model dependence

L. T. Tsymbal, A. N. Cherkasov,  
and O. F. Panchenko

Based on the analysis of the problem of the coupling modes in metal plasma, non-traditional point of view concerning the nature of the anomalous skin-effect in the static magnetic field has been proposed. It is shown that the anomalous skin-effect is the result of the coupling of the collective electromagnetic modes. The mechanism responsible for the coupling is the nonlocal effects resulting, first, in the appearance of a specific doppleron solution of the dispersion equation and, second, in the hybridization of spectral branches. It is found that the behavior of anomalous skin-effect roots in a magnetic field seems to depend on the shape of the Fermi surface. The anomalous skin-effect regime for the free electron model is a special case.