

О динамических свойствах двумерного вырожденного электронного газа

Х. Буман¹, Р. Н. Гуржи², А. Н. Калинин², А. И. Копелиович²,
Л. В. Моленкамп¹, А. В. Яновский²

¹ *II. Physikalisches Institut RWTH Aachen, Templergraben 55, 52056 Aachen, Germany*
E-mail: buhmann@physik.rwth-aachen.de,
molenkamp@physik.rwth-aachen.de

² *Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47*
E-mail: gurzhi@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 28 апреля 1998 г.

В результате аналитического рассмотрения и численных расчетов построена детальная теория электрон-электронного рассеяния в двумерных вырожденных системах. Сформулированы условия и найдены значения характерных параметров, при которых реализуются предсказанные ранее на теорфизическом уровне специфические двумерные эффекты. Обнаружены новые свойства индикатрисы рассеяния: пучок электронов, которые летят почти антипараллельно первичному пучку, и очень узкий пучок дырок, летящих вперед.

У результаті аналітичного розгляду та чисельних розрахунків побудовано детальну теорію електрон-електронного розсіювання у двовимірних вироджених системах. Сформульовано умови та знайдено значення характерних параметрів, за яких реалізуються передказані раніше на теорфізичному рівні специфічні двовимірні ефекти. Виявлено нові властивості індикатрисы розсіювання: пучок електронів, які летять майже антипараллельно первинному пучку, та дуже вузький пучок дірок, що летять вперед.

PACS: 72.10.Bg

1. Введение

Как было нами показано ранее, процессы релаксации импульса в совершенных двумерных системах при низких температурах имеют качественно иной характер, чем в обычном трехмерном металле. Связано это с тем, что ограничения, возникающие при понижении размерности пространства, существенным образом изменяют динамические свойства вырожденного газа сталкивающихся между собой электронов при переходе от трех к двум измерениям. Поскольку речь идет о реальных (не виртуальных) процессах, которые разыгрываются в малой окрестности поверхности Ферми, в импульсном пространстве при этом происходит переход от двух к одному измерению.

Как следует из законов сохранения энергии и импульса (а также принципа Паули),

межэлектронные столкновения приводят к рассеянию на малый угол $\phi \sim T/\epsilon_F$ при условии, что сумма импульсов начальных состояний не слишком мала. Исключением являются столкновения электронов с почти антипараллельными импульсами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 : $p_F^{-1}|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2| \leq T/\epsilon_F$ — в этом случае угол рассеяния может быть любым, $\phi \sim 1$ (здесь T — температура, p_F и ϵ_F — импульс и энергия Ферми). Существенно, что в случае двух измерений вероятности процессов обоих типов по порядку величины совпадают. Процессы второго типа вполне эффективны при релаксации четного по импульсу электронного распределения, соответствующее время релаксации $\tau_{ee} \sim (\epsilon_F/T)^2$ по порядку величины такое же, как в трехмерном металле. Оба типа столкновений неэффективны при релаксации нечетных распределений (в частности, токовых состояний). Для

столкновений второго типа это объясняется тем, что поворот пары электронов со строго противоположными импульсами ($\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$) на произвольный угол φ вовсе не влияет на нечетное распределение [1–3].

Описанные закономерности имеют общий характер — они связаны только с размерностью системы и наличием в ней фермиевского вырождения. Главная цель настоящей работы — получить детальную картину электрон-электронного рассеяния в двумерном случае при различных значениях параметра вырождения $T/\varepsilon_F \ll 1$. В общем случае вместо T следует понимать характерную энергию неравновесных электронов, отсчитанную от уровня Ферми.

2. Интеграл столкновений. Функция отклика

Пусть f — неравновесная часть электронного распределения. Линеаризованный по f интеграл межэлектронных столкновений может быть представлен в виде

$$\hat{I}f = -vf_{\mathbf{p}} + \int d^2\mathbf{p}' v_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} f_{\mathbf{p}'} \equiv -vf + \hat{K}f. \quad (1)$$

Здесь

$$v = v(\mathbf{p}) \equiv \int d^2\mathbf{p}' v_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}, \quad (2)$$

$$v_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} = \int d^2\mathbf{p}_1 d^2\mathbf{p}_2 \left\{ 2W_{\mathbf{p}\mathbf{p}'\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} \frac{n(\varepsilon)}{n(\varepsilon')} n(\varepsilon_1)(1 - n(\varepsilon_2)) \times \right. \\ \times \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}' - \mathbf{p}_2) \delta(\varepsilon + \varepsilon_1 - \varepsilon' - \varepsilon_2) - \\ \left. - W_{\mathbf{p}\mathbf{p}'\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} \frac{1 - n(\varepsilon)}{n(\varepsilon')} n(\varepsilon_1)n(\varepsilon_2) \times \right. \\ \left. \times \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}' - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \delta(\varepsilon + \varepsilon' - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) \right\}.$$

Величина $W_{\mathbf{p}\mathbf{p}'\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}$ пропорциональна квадрату матричного элемента взаимодействия; $\varepsilon \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}}$; $\varepsilon' \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}'}$; $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}_1}$; $\varepsilon_2 \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}_2}$; $\varepsilon_{\mathbf{p}}$ — энергия электрона с импульсом \mathbf{p} ; $n(\varepsilon)$ — равновесное фермиевское распределение.

Заметим, что ядро $v_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}$ оператора \hat{K} имеет смысл функции отклика: оно описывает изменение числа неравновесных квазичастиц в состоянии \mathbf{p} , обусловленное наличием неравновесного электрона в состоянии \mathbf{p}_0 (в формуле (1) следует положить $f_{\mathbf{p}'} = \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}_0)$). Функция отклика (так же как результат действия \hat{K} на произвольную функцию) состоит из двух частей: «дырочной» — отрицательной, описывающей возникновение неравновесной

дырки в состоянии \mathbf{p} , и «электронной» — положительно определенной:

$$v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0} = -v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0}^- + v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0}^+, \quad v^-, v^+ > 0. \quad (3)$$

Примем для простоты, что $\varepsilon = \mathbf{p}^2/2m$ (в случае гетероструктур на основе GaAs/AlGaAs это точный закон дисперсии) и пренебрежем относительно слабой зависимостью величины W от своих переменных. (Численные расчеты, которые мы здесь опустим, показывают, что использование более реалистичной модели для W качественно не изменяет результат.) Тогда из (2) имеем ($\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_{\mathbf{p}_0}$)

$$v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0}^- = \frac{n(\varepsilon)}{1 - n(\varepsilon_0)} W \int d\varepsilon_2 [\varepsilon\varepsilon_0 \sin^2 \varphi - \\ - (\varepsilon - \varepsilon_0)(\varepsilon_2 - \varepsilon_0)]^{-1/2} [1 - n(\varepsilon_2)][1 - n(\varepsilon_0 + \varepsilon - \varepsilon_2)] \times \\ \times \Theta(\varepsilon + \varepsilon_0 - \varepsilon_2) \Theta[\varepsilon\varepsilon_0 \sin^2 \varphi - (\varepsilon - \varepsilon_0)(\varepsilon_2 - \varepsilon_0)], \quad (4)$$

$$v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0}^+ = \frac{1 - n(\varepsilon)}{1 - n(\varepsilon_0)} 2W \int d\varepsilon_2 [\varepsilon\varepsilon_0 \sin^2 \varphi - \\ - (\varepsilon_0 + \varepsilon - 2\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cos \varphi)(\varepsilon_2 - \varepsilon)]^{-1/2} \times \\ \times n(\varepsilon_2)[1 - n(\varepsilon_0 + \varepsilon_2 - \varepsilon)] \Theta(\varepsilon_0 + \varepsilon_2 - \varepsilon) \times \\ \times \Theta[\varepsilon\varepsilon_0 \sin^2 \varphi - (\varepsilon_0 + \varepsilon - 2\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cos \varphi)(\varepsilon_2 - \varepsilon)]. \quad (5)$$

Здесь φ — угол между \mathbf{p} и \mathbf{p}_0 («угол рассеяния»). «Электронная» часть $v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0}$ выражается при этом через специальные функции $\text{Li}_{1/2}$ (полилогарифм по основанию 1/2):

$$v_{\mathbf{p}\mathbf{p}_0}^+ = 2W \frac{1 - n(\varepsilon)}{1 - n(\varepsilon_0)} \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{T}\right) - 1 \right]^{-1} \times \\ \times \left\{ \text{Li}_{1/2} \left[- \exp\left(-\frac{\varepsilon - \Delta - \varepsilon_F}{T}\right) \right] - \right. \\ \left. - \text{Li}_{1/2} \left[- \exp\left(-\frac{\varepsilon_0 - \Delta - \varepsilon_F}{T}\right) \right] \right\}, \quad (6)$$

где

$$\Delta = \frac{2m\varepsilon\varepsilon_0 \sin^2 \varphi}{|\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}|^2}. \quad (7)$$

Можно показать, что v_{pp_0} является острой функцией угла φ в том случае, если $T, \epsilon_0 - \epsilon_F \ll \epsilon_F$. Как следует из (4)–(7), несмотря на малость T/ϵ_F и ϵ_0 , в силу неаналитической зависимости v_{pp_0} от этих параметров нельзя получить единой асимптотики для функции отклика во всей области изменения переменных ϵ и φ . Однако в широком интервале углов $\varphi, \pi - \varphi \gg \sqrt{T/\epsilon_F}, \sqrt{\epsilon_0}, \sqrt{\epsilon}$, где $\epsilon = (\epsilon - \epsilon_F)/\epsilon_F, \epsilon_0 = (\epsilon_0 - \epsilon_F)/\epsilon_F$, нетрудно получить приближенное выражение:

$$v_{pp_0} \approx \frac{W}{p_F^3 \sin \varphi} \left\{ 2(\epsilon_0 - \epsilon)(1 - n(\epsilon)) \times \right. \\ \times \left[\exp\left(\frac{\epsilon_0 - \epsilon}{T}\right) - 1 \right]^{-1} - (\epsilon_0 + \epsilon - 2\epsilon_F) n(\epsilon) \times \\ \left. \times \left[\exp\left(\frac{\epsilon_0 + \epsilon - 2\epsilon_F}{T}\right) - 1 \right]^{-1} \right\}. \quad (8)$$

Таким образом, в главном приближении распределение рассеянных электронов оказалось четной функцией \mathbf{p} , т.е. инвариантной относительно замены $\varphi \rightarrow \pi - \varphi$ (по определению угол φ изменяется в пределах $[0, \pi]$). Следовательно, из требования сохранения импульса сталкивающихся частиц нечетная компонента v_{pp_0} сосредоточена в области углов $\varphi, \pi - \varphi \leq \sqrt{T/\epsilon_F}, \sqrt{\epsilon_0}$. Численные расчеты подтверждают этот вывод.

3. Высокоэнергетическое приближение

Если $\epsilon_0 - \epsilon_F \gg T$, то фермиевские функции в формуле для v_{pp_0} можно заменить на соответствующие ступенчатые функции. В этом случае выражение для функции отклика можно получить в явном виде:

$$v_{pp_0}^- = W\Theta(\epsilon_0 + \epsilon - 2\epsilon_F) \times \\ \times \Theta\left(\sqrt{(\epsilon_0 - \epsilon)^2 + 4\epsilon\epsilon_0 \sin^2 \varphi} - \epsilon_0 - \epsilon + 2\epsilon_F\right) \times \\ \times \arcsin \frac{\epsilon_0 + \epsilon - 2\epsilon_F}{[(\epsilon_0 - \epsilon)^2 + 4\epsilon\epsilon_0 \sin^2 \varphi]^{1/2}}, \quad (9)$$

$$v_{pp_0}^+ = 4W\Theta(\epsilon - \epsilon_F) \frac{1}{|\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}|} \left\{ \Theta(\epsilon_F + \Delta - \epsilon) \times \right.$$

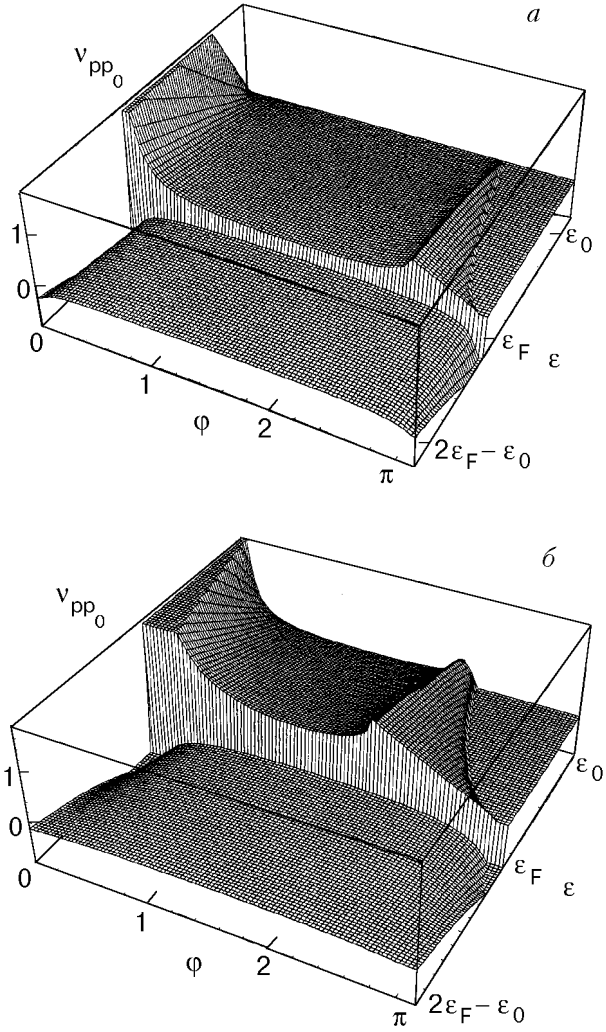


Рис. 1. Зависимость функции отклика v_{pp_0} от энергии ϵ и угла φ между \mathbf{p} и \mathbf{p}_0 в высокоэнергетическом приближении: $\epsilon_0 = 0,1$ (а); $0,32$ (б).

$$\times \left\{ \sqrt{\epsilon_F + \Delta - \epsilon} - \Theta(\epsilon_F + \Delta - \epsilon_0) \sqrt{\epsilon_F + \Delta - \epsilon_0} \right\}. \quad (10)$$

На рис. 1 представлена рассчитанная по формулам (9), (10) зависимость функции v_{pp_0} от энергии ϵ и угла φ для значений $\epsilon_0 = 0,1$ (рис. 1,а) и $\epsilon_0 = 0,32$ (рис. 1,б). Из сопоставления рисунков видно, что с увеличением параметра ϵ_0 области повышенной концентрации дырок вблизи $\varphi, \pi - \varphi \approx 0$ расширяются.

Интегрируя v_{pp_0} по энергии, получаем индикатрису рассеяния

$$g_0(\varphi) = v^{-1}(\epsilon_0) m \int d\epsilon v_{pp_0} \quad (11)$$

с асимптотическим поведением [3]

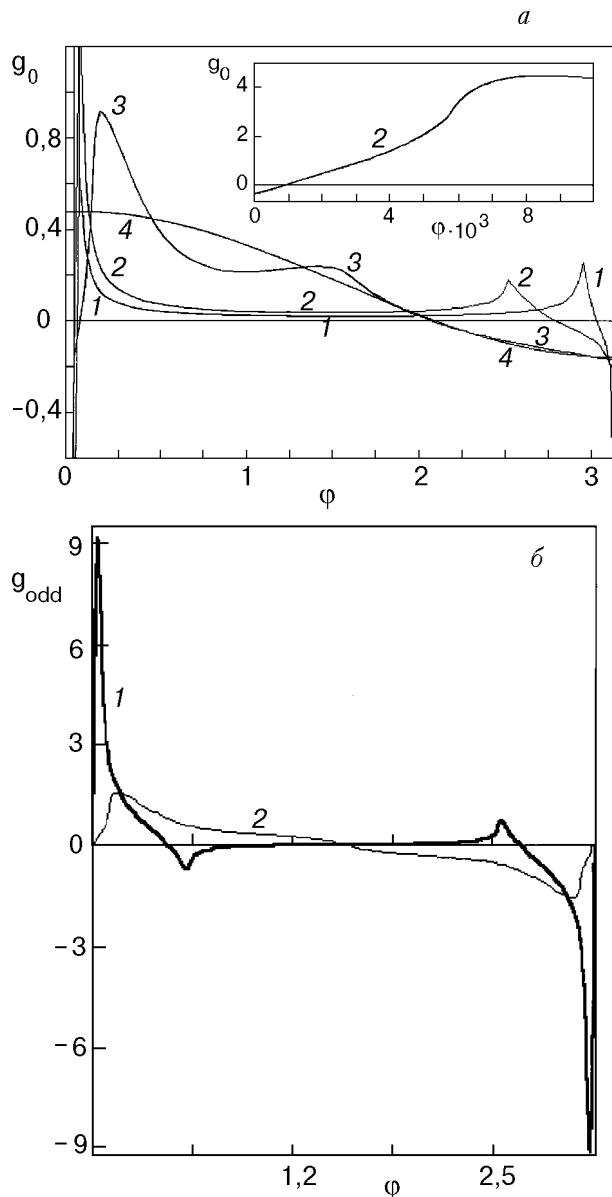


Рис. 2. *a* – Индикатриса рассеяния высокоэнергетических электронов $g_0(\varphi)$ при $\epsilon_0 = 0,01$ (1); 0,1 (2); 1 (3); кривая 4 – результат, полученный методом Каллуэя. Вставка: область малых углов, виден узкий пучок дырок. *б* – Нечетная компонента индикатрисы рассеяния $g_0(\varphi)$ при $\epsilon_0 = 0,1$ (1); 1 (2).

$$g_0(\varphi) \propto \sin^{-1} \varphi, \quad \varphi, \pi - \varphi \gg \sqrt{\epsilon_0}. \quad (12)$$

При выбранной здесь нормировке, $\int d\varphi g_0(\varphi) = 1$, величина $|g_0(\varphi)| d\varphi$ дает вероятность возникновения в интервале $d\varphi$ неравновесного электрона, если $g_0 > 0$, или неравновесной дырки, если $g_0 < 0$.

Специфические особенности $2D$ релаксации отчетливо видны на графиках для индикатрисы рассеяния (см. рис. 2, *a*). Расчет производился по формулам (9)–(11) для значений параметра $\epsilon_0 = 0,01$ (кривая 1), $\epsilon_0 = 0,1$ (кривая 2), $\epsilon_0 = 1$

(кривая 3). Для сравнения с $3D$ случаем приведен результат, полученный методом Каллуэя [4] (кривая 4), когда нечетная часть g_0 просто пропорциональна $\cos \varphi$, а четная – константа:

$$g_0(\varphi) = c_1 \cos \varphi + c_2.$$

Здесь постоянные c_1, c_2 определяются из законов сохранения импульса и числа частиц при столкновениях. Приближение Каллуэя соответствует предположению об установлении дрейфового распределения в электронной системе за время нескольких столкновений; в качественном отношении оно справедливо для $3D$ систем. Отметим, что, в отличие от $2D$ случая, вид угловой зависимости $3D$ индикатрисы рассеяния слабо зависит от параметра ϵ_0 , этот факт отражается в приближении Каллуэя.

Как видно на рис. 2, *a*, уже при $\epsilon_0 = 0,1$ существенным образом проявляются двумерные эффекты. Прежде всего, это узкие пучки электронов, летящих вперед, и дырок, летящих назад. Дырки, летящие назад, сосредоточены в узком интервале углов $\pi - \varphi < 0,32$ (в полном согласии с теоретической оценкой [3]: $\pi - \varphi < \sqrt{\epsilon_0} \approx 0,33$).

Специфически $2D$ эффектом является также слабое уширение нечетной по \mathbf{p} части распределения по сравнению с четной. Нечетная часть индикатрисы рассеяния показана на рис. 2, *б*. При $\epsilon_0 = 0,1$ в интервале $\varphi < \sqrt{\epsilon_0} \approx 0,33$ сосредоточено более 90% состояний из нечетной части распределения. Четная часть является более плавной – для нее в этом интервале сосредоточено лишь 35% состояний. Как показали вычисления, с уменьшением ϵ_0 это различие между четной и нечетной частями будет усиливаться.

Кроме того, на рис. 2 видны некоторые незамеченные ранее особенности индикатрисы рассеяния: вторичный пучок электронов при $\varphi \approx \pi - 2\sqrt{\epsilon_0}$ и дырочный провал при самых малых углах $\varphi < 0,1\epsilon_0^{3/2}$. Дополнительный электронный пик при углах $\varphi \approx \pi - 2\sqrt{\epsilon_0}$ является чисто $2D$ эффектом, так как он связан с поворотами нестрого антипараллельных пар с характерным углом отклонения от антипараллельности $\psi \sim \sqrt{\epsilon_0}$ (согласно [3], $\psi \Delta\varphi \leq \epsilon_0$, где $\Delta\varphi$ – угол поворота пары). Возникновение «дырок» при углах $\varphi < 0,1\epsilon_0^{3/2}$ является следствием законов сохранения: электрон может отдать излишек энергии равновесным партнерам только при рассеянии на

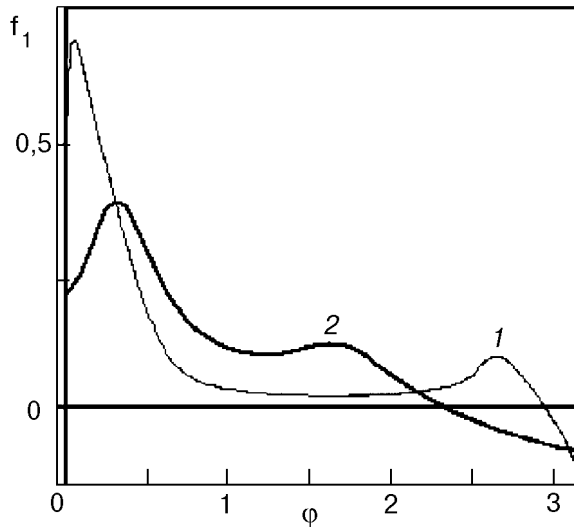


Рис. 3. Зависимость рассеянных электронов для гауссовского начального распределения ($\sigma = 0,3$) при $\epsilon_0 = 0,1$ (1); 1 (2).

конечный угол. Этот эффект ослаблен в 3D системах по параметру $\epsilon_0 \ll 1$.

На рис. 3 изображена угловая зависимость распределения рассеянных электронов f_1 для гауссовского начального распределения f_0 :

$$f_1(\varphi) = v^{-1}(\epsilon_0)m \int d\epsilon \hat{K} f_0,$$

$$f_0(\mathbf{p}) \propto \delta(\epsilon_p - \epsilon_{p_0}) \exp(-\varphi^2/\sigma^2).$$

Принято значение $\sigma \approx 0,3$, характерное для экспериментов с инжектируемыми в двумерный вырожденный электронный газ пучками [5,6].

Из расчетов следует, что предсказанные в [3] особенности двумерной межэлектронной релаксации в полной мере проявляются вплоть до энергий возбуждения $0,2\epsilon_F$. Заметные отличия от 3D случая остаются даже при энергиях возбуждения порядка ϵ_F .

4. Релаксация термализованных распределений

Рассмотрим эволюцию равновесных по энергии (термализованных) распределений. В этом случае релаксация идет только по угловой переменной. Неравновесная часть функции распределения имеет вид

$$f = \left(-\frac{\partial n}{\partial \epsilon} \right) \chi(\varphi),$$

индикатриса рассеяния

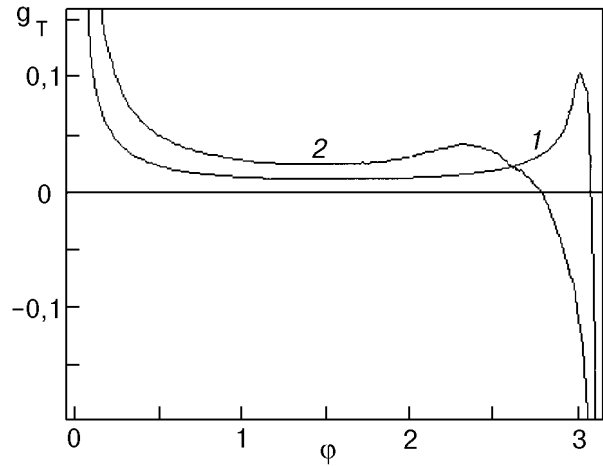


Рис. 4. Индикатриса рассеяния термализованных электронов $g_T(\varphi)$ при $T/\epsilon_F = 0,005$ (1); 0,2 (2).

$$g_T(\varphi) = mv^{-1}(T) \int d\epsilon \hat{K} f_0, \quad f_0 = \left(-\frac{\partial n}{\partial \epsilon} \right) \delta(\varphi). \quad (13)$$

Аналитически удается получить только асимптотику

$$g_T(\varphi) \approx \frac{\pi^2 m W v^{-1}(T)}{3} \left(\frac{T}{\epsilon_F} \right)^2 \sin^{-1} \varphi, \quad (14)$$

$$\varphi, \pi - \varphi \gg \sqrt{T/\epsilon_F}.$$

На рис. 4 изображены построенные по формулам (3), (4), (13) кривые для функции $g_T(\varphi)$. Как видно, в качественном отношении основные свойства угловой релаксации термализованных распределений повторяют свойства высокоэнергетических. (Наилучшее совпадение достигается при $T/\epsilon_F \sim \epsilon_0/3$ в соответствии с качественными соображениями [2,3].) Однако дырочный провал при самых малых углах отсутствует. Число дырок с понижением T возрастает. Это трудно увидеть на рис. 4 (кривая 1), так как дырки сосредоточены в чрезвычайно малом интервале углов $\pi - \varphi < 0,1$. Количество дырок может быть найдено из требования сохранения параллельной пучку компоненты импульса:

$$\int d\varphi (1 - \cos \varphi) g_T(\varphi) = 0.$$

Был рассмотрен также и общий случай конечных температур и произвольной начальной энергии электрона ϵ_0 . Переход от высокоэнергетического к температурному пределу происходит при $T \sim (\epsilon_0 - \epsilon_F)/3$.

5. Одностолкновительное приближение

Полученные выше результаты непосредственно описывают эволюцию электронных распределений (пучков) в импульсном пространстве за времена малые по сравнению с характерным временем межэлектронных столкновений τ_{ee} . В одностолкновительном приближении решение кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \hat{I}f, \quad f(t=0, \mathbf{p}) = f_0(\mathbf{p}), \quad t \ll \nu^{-1} \quad (15)$$

имеет вид

$$f = \exp(-t\hat{I})f_0 \approx (1 - t\nu)f_0 + t\hat{K}f_0. \quad (16)$$

Отметим, что в случае высокоэнергетических пучков с характерной энергией $(\epsilon_0 - \epsilon_F) \gg T$ вероятность вторичного столкновения приблизительно на порядок выше, чем первичного [2,3]. Это связано с тем, что энергия первоначального электрона перераспределяется между тремя партнерами: $\bar{\epsilon} \approx 3^{-1}\epsilon_0$, $\nu(\bar{\epsilon}) \approx 3^{-2}\nu(\epsilon_0)$ (здесь $\bar{\epsilon} = (\bar{\epsilon} - \epsilon_F)/\epsilon_F$, $\bar{\epsilon}$ — характерная энергия рассеянных электронов). Это позволяет рассмотреть времена $t > \nu^{-1}(\epsilon_0)$. Из (16) имеем

$$f = f_0 - t(\nu - \hat{K})f_0 + \frac{t^2}{2!}(\nu - \hat{K})^2f_0 - \dots \quad (17)$$

Учитывая, что

$$\hat{K}\nu f_0 \sim \nu(\epsilon_0)\hat{K}f_0 \gg \nu\hat{K}f_0 \sim \nu(\bar{\epsilon})\hat{K}f_0, \quad (18)$$

в главном приближении по $t\nu(\bar{\epsilon}) \ll 1$ получаем

$$f = e^{-t\nu(\epsilon_0)}f_0 + (1 - e^{-t\nu(\epsilon_0)})\nu^{-1}(\epsilon_0)\hat{K}f_0. \quad (19)$$

Ясно, что при больших временах, когда существенны многократные столкновения, роль двумерных эффектов может только усилиться. За несколько столкновений четная часть начального распределения f_0 изотропизуется, а релаксация нечетной будет происходить за транспортные времена, характерные для малоугловых процессов [2,3].

Одностолкновительное приближение можно использовать и для рассмотрения задач об изменении профиля узкого пучка по мере удаления от инжектора на расстояниях гораздо меньших $l_{ee} = v_F\tau_{ee}$. Однако при детальном сравнении с экспериментом необходимо учитывать целый ряд обстоятельств, которые выходят за рамки данной работы (в частности, отражение электронов и дырок от границ [7]).

Результаты предварительных расчетов не противоречат эксперименту [5,6].

6. Заключение

Перечислим основные специфические особенности релаксации электронных распределений в двумерном вырожденном газе сталкивающихся между собой электронов.

1. Слабое уширение антисимметричной части пучка; излучение узких пучков электронов, летящих почти параллельно начальному пучку, и дырок, летящих в противоположном направлении. Эти эффекты выражены при $\epsilon_0 \leq 0,2$ в случае высоких энергий или при $T/\epsilon_0 \leq 0,1$ для термализованных распределений. Однако они остаются заметными даже при $\epsilon_0 \sim T/\epsilon_F \sim 1$.

2. «Вторичный пучок» электронов на углах, близких к $\pi - 2\sqrt{\epsilon_0}$. Этот эффект можно наблюдать либо в достаточно высокоэнергетических пучках при значениях параметров $3T/\epsilon_F < \epsilon_0 < 0,2$, либо для термализованных распределений при очень низких температурах $T/\epsilon_F < 0,01$.

3. Пучок дырок, летящих вперед при самых малых углах ($\phi < 0,1\epsilon_0^{3/2}$). Этот эффект существует только в высокоэнергетических пучках, если $\epsilon_0 > 3T/\epsilon_F$.

Работа выполнена при частичной поддержке Фонда «Volkswagen-Stiftung» (грант No. I/72 531) и Министерства науки Украины (грант 2.4/160).

1. R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko, and A. I. Kopeliovich, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3872 (1995).
2. R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko, and A. I. Kopeliovich, *Phys. Rev.* **B52**, 4744 (1996).
3. Р. Н. Гуржи, А. Н. Калинин, А. И. Копелиович, *ФНТ* **23**, 58, (1997).
4. J. Callaway, *Phys. Rev.* **113**, 1046 (1959).
5. L. W. Molenkamp, M. J. P. Brugmans, H. van Houten, and C. T. Foxon, *Semicond. Sci. Technol.* **7**, B228 (1992).
6. Th. Shäpers, M. Krüger, J. Appenzeller, A. Förster, B. Lengeler, and H. Lüth, *Appl. Phys. Lett.* **66**, 3603 (1995).
7. A. S. D. Heindrichs, H. Buhmann, S. F. Godijn, and L. W. Molenkamp, *Phys. Rev.* **B57**, 3961 (1998).

On dynamic properties of two-dimensional degenerate electron gas

H. Buhmann, R. N. Gurzhi, A. N. Kalinenko,
A. I. Kopeliovich, L. W. Molenkamp,
and A. V. Yanovsky

As a result of analytical treatment and numerical calculations, the detailed theory of electron-electron scattering in two-dimensional degenerate system in

heterostructures has been built. The conditions have been formulated and the values of specific parameters found at which the essential two-dimensional effects predicted on a pure theoretical level are real-

ized. The new properties of the scattering indicatrix are found — a beam of electrons which fly almost antiparallel to the primary beam and a very narrow beam of holes flying forward.