

## Ток-фазовая зависимость сверхпроводящего короткого мостика с туннельным барьером

Г. А. Гогодзе

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины,  
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47  
E-mail: gogadze@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 10 апреля 1998 г.

Построена микроскопическая теория стационарного эффекта Джозефсона для короткого сверхпроводящего мостика, внутри которого имеется туннельный барьер. Исследовано влияние на ток процессов обычного рассеяния квазичастиц на недиагональном потенциале сверхпроводника  $\Delta$ . Показано, что в случае высокопроводящего барьера такие процессы могут быть существенны для высокотемпературных сверхпроводников. Рассчитана ток-фазовая зависимость мостика для произвольных температур.

Побудовано мікроскопічну теорію стаціонарного ефекту Джозефсона для короткого надпровідного містка, що містить тунельний бар'єр. Досліджено вплив на струм процесів звичайного розсіяння квазічастинок на недиагональному потенціалі надпровідника  $\Delta$ . Показано, що у випадку високопровідного бар'єру такі процеси можуть бути істотними для високотемпературних надпровідників. Розраховано струм-фазову залежність містка для довільних температур.

PACS: 74.50.+r, 74.80.Fr

Микроскопическая теория токовых состояний сверхпроводящих чистых микромостиков была построена Куликом и Омелянчуком [1,2]. Изучалась модель мостика в виде отверстия малого размера в непрозрачном экране, через которое электроны могли баллистически проникать из одного сверхпроводящего берега в другой. Было показано, что ток Джозефсона микроконтакта равен

$$J = \frac{\pi\Delta(T)}{eR_N} \sin(\Phi/2) \operatorname{th} \frac{\Delta(T) \cos(\Phi/2)}{2k_B T}, \quad (1)$$

$$-\pi < \Phi < \pi,$$

где  $2\Delta$  — энергетическая щель сверхпроводника;  $\Phi$  — разность фаз параметра порядка контактирующих сверхпроводников;  $R_N$  — сопротивление мостика в нормальном состоянии;  $T$  — температура;  $k_B$  — константа Больцмана. Вблизи критической температуры  $T_c$  формула (1) имеет вид, напоминающий результат Амбегаокара и Баратова [3] для туннельного перехода ( $j \sim \sin \Phi$ ), но для  $T = 0$  она дает зависимость тока от фазы вида  $\sin(\Phi/2)$ . При этом ток претерпевает скачок в точках  $\Phi = \pm \pi$ .

В дальнейшем Хеберкорн, Кнауер, Рихтер [4] и Зайцев [5] обобщили результаты работ [1,2] на случай точечного контакта, когда внутри мостика имеется туннельный барьер произвольной прозрачности  $0 < D_0 < 1$ :

$$J = \frac{\pi\Delta(T)}{2eR_N} \frac{\sin \Phi}{\sqrt{1 - D_0 \sin^2(\Phi/2)}} \times \operatorname{th} \left[ \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \sqrt{1 - D_0 \sin^2(\Phi/2)} \right]. \quad (2)$$

Здесь  $R_N$  — омическое сопротивление контакта,  $R_N^{-1} = e^2 k_F^2 S D_0 / (4\pi^2 \hbar)$ ;  $k_F$  — фермиевский волновой вектор;  $S$  — площадь контакта.

Видно, что при  $D_0 \ll 1$  формула (2) стремится к классическому выражению [3]. С ростом  $D_0$  (а также при убывании  $T$ ) наблюдается отклонение ток-фазовой зависимости от  $\sin \Phi$ . В пределе чистого контакта ( $D_0 \rightarrow 1$ ) формула (2) переходит в выражение (1).

Бинаккер [6] вывел формулу (2) для случая перехода сверхпроводник — нормальный металл — сверхпроводник (SNS-контакт), когда

нормальная прослойка описывается произвольным неупорядоченным потенциалом.

Ток через слабую связь осуществляется квазичастицами, которые когерентно переносятся от одного сверхпроводящего берега к другому. Для чистого *SNS*-контакта это впервые продемонстрировал Кулик [7], который исследовал квантовые состояния возбуждений с энергией  $E < \Delta$ . Было показано, что вследствие андреевского отражения квазичастиц на *NS*-границах [8] внутри нормальной прослойки контакта возникают связанные состояния (уровни Андреева), спектр которых существенно зависит от разности фаз  $\Phi$  параметров порядка берегов контакта. Сверхтекучий ток переносится через эти уровни Андреева и токовые состояния слабой связи параметризуются разностью фаз  $\Phi$ . Было высказано утверждение [7,9], что андреевское квантование и джозефсоновское туннелирование в *SNS*-контакте являются понятиями, неразрывно связанными друг с другом. В дальнейшем удивительным образом оказалось, что ток Джозефсона через туннельный контакт также переносится через связанные состояния, локализованные вблизи туннельного барьера. Как показали Фурусак и Цукада [10,11], при протекании тока через туннельный переход внутри энергетической щели ( $E < \Delta$ ) возникают дискретные уровни. Появление связанных состояний сопровождается процессами конверсии куперовской пары в квазичастицы (и обратно) вблизи диэлектрического барьера, так что ток через барьер переносят квазичастицы. Поэтому, сравнивая формулы (1), (2), можно высказать следующее утверждение. При расчете тока слабых связей в обоих случаях учитываются процессы андреевского рассеяния квазичастиц. Однако при выводе формулы (2) учтены также процессы обычного рассеяния квазичастиц на барьере при их пролете через контакт. Как показал Багвелл [12], включение отдельной примеси в слабую связь также подавляет ток Джозефсона.

В данной статье исследовано влияние нового механизма потенциального рассеяния квазичастиц на ток Джозефсона через чистый мостик при наличии в нем туннельного барьера (см. рис. 1). Речь идет о процессах обычного отражения возбуждений на недиагональном потенциале  $\Delta$ , в результате чего «частица» рассеивается в «частицу», а «дырка» в «дырку». Вероятность таких процессов легко рассчитывается, и для энергий  $E < \Delta$  имеет порядок  $(\Delta/\zeta)^2$  ( $\zeta$  — химический потенциал

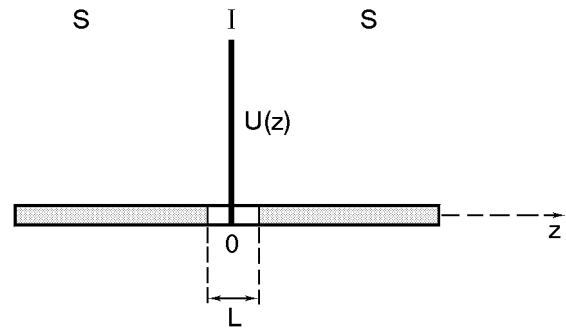


Рис. 1. Схема короткого мостика с туннельным барьером.

металла). Для обычных сверхпроводников эта вероятность настолько мала, что обычно этими процессами пренебрегают при расчете квантовых эффектов в слабых связях (так называемое андреевское приближение). Однако, как показали недавние эксперименты [13,14], для ряда высокотемпературных сверхпроводников параметр  $\eta_0 \equiv \Delta/\zeta$  может достигать численных значений  $\sim 0,1$ . Поэтому в этих материалах учет таких процессов может оказаться существенным при расчете квантовых эффектов. В работе [15] было выведено общее дисперсионное уравнение, описывающее спектр квазичастиц *SINIS*-структуры с учетом как процессов андреевского рассеяния, так и обычного рассеяния квазичастиц на границах раздела сред и потенциале  $\Delta$ .

Для расчета тока необходимо вычислить спектр квазичастиц мостика, внутри которого имеется диэлектрический барьер. Предположим, что переход трансляционно инвариантен в плоскости  $(x, y)$ . Поперечный размер мостика считается малым по сравнению с глубиной проникновения поля, что позволяет исключить из уравнений векторный потенциал [16]. Мы исходим из уравнений Боголюбова — де Жена [17]:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi. \quad (3)$$

Здесь  $\Psi = \begin{pmatrix} \psi \\ \phi \end{pmatrix}$  — двухкомпонентная волновая функция квазичастицы;  $E$  — ее энергия. Если ось  $Oz$  направлена вдоль нормали к туннельному барьеру, а недиагональный потенциал сверхпроводника  $\Delta$  и диагональный потенциал  $U$  зависят лишь от  $z$ , то матрица  $\hat{H}$  описывает одномерную задачу

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \hat{T} & \Delta \\ \Delta^* & -\hat{T} \end{pmatrix}, \quad \text{где } \hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{d^2}{dz^2} + \frac{2m\tilde{\zeta}}{\hbar^2} \right) + U(z);$$

$\tilde{\zeta} = \zeta - \mathbf{q}^2/2m$ ;  $\mathbf{q}(q_x, q_y, 0)$  — компонента квазиимпульса, параллельная границе сред;  $m$  — масса электрона.

Для простоты используем модель с  $\delta$ -функциональным потенциалом  $U(z) = W\delta(z)$ , где  $W$  характеризует интенсивность обычного рассеяния электронов на барьере. Параметр порядка сверхпроводника  $\Delta(z)$  по обе стороны от барьера задается в виде

$$\Delta(z) = \begin{cases} \Delta \exp(i\Phi_+), & z > 0, \\ \Delta \exp(i\Phi_-), & z < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Мостик считается коротким, если его длина  $L$  удовлетворяет условиям  $a_0 \ll L \ll \xi_0$  ( $a_0$  — постоянная решетки,  $\xi_0$  — длина когерентности сверхпроводника). При расчете спектра используется модель скачкообразного изменения модуля параметра порядка SNS-контакта, т.е. пренебрегается эффектом близости. Эта модель работает тем лучше, чем интенсивнее рассеяние квазичастиц на диэлектрическом барьере.

Нас будут интересовать состояния квазичастиц с энергией  $E < \Delta$ . При решении уравнений Боголюбова—де Жена воспользуемся граничными условиями: непрерывность двухкомпонентной волновой функции в точке  $z = 0$  и наличие скачка ее производной в этой же точке. В результате приходим к однородной системе из четырех уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов для амплитуд волновых функций в средах. Из требования обращения в нуль определителя системы находим дисперсионное уравнение для спектра квазичастиц мостика с барьером. Удобно ввести следующие величины:  $Z = mW/\sqrt{2m\tilde{\zeta}}$  (безразмерный параметр  $Z$  характеризует интенсивность потенциального барьера, в отсутствие барьера  $Z = 0$ );  $\lambda = \sqrt{1 + i\eta t}$ ,  $t \equiv t(E) = \sqrt{1 - E^2/\Delta^2}$  ( $\lambda$  — безразмерный (в единицах  $\sqrt{2m\tilde{\zeta}}$ ) квазиимпульс). Параметр  $\eta = \Delta/\tilde{\zeta}$  учитывает процессы обычного (потенциального) рассеяния квазичастиц на недиагональном потенциале  $\Delta$  (случай  $\eta = 0$  соответствует андреевскому приближению). С их помощью дисперсионное уравнение запишем в виде

$$2\gamma^2(|\lambda|^2 + 1) \cos \Phi - 2|\lambda|^2(1 - \gamma^2) - 2\gamma^2 - (1 - \gamma^2)^2 \times \\ \times [2Z^2 + Z\eta t] - 2|\lambda|^2\gamma^4 + iZ(1 - \gamma^2)^2(\lambda - \lambda^*) = 0. \quad (5)$$

Здесь 
$$\gamma = \frac{\Delta}{E + i\sqrt{\Delta^2 - E^2}} \quad (E < \Delta);$$

$\Phi = \Phi_+ - \Phi_-$  — разность фаз параметров порядка берегов контакта. Считая  $Z$  произвольным, учтем в (5) лишь члены второго порядка малости по  $\eta$ . Тогда уравнение (5) примет вид

$$(1 - \gamma^2)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\eta t}{2} \right)^2 + \left( Z + \frac{\eta t}{2} \right)^2 \right] + \\ + 4\gamma^2 \left[ 1 + \left( \frac{\eta t}{2} \right)^2 \right] \sin^2 \frac{\Phi}{2} = 0. \quad (6)$$

Пусть  $Z = 0$ , тогда в отсутствие диэлектрического барьера обычное рассеяние на недиагональном потенциале  $\Delta$  дает поправку к спектру квазичастиц короткого мостика порядка  $\eta^2$ . Выход за рамки андреевского приближения дает для уровней энергии выражение ( $\alpha = \arccos(E/\Delta)$ )

$$\cos \alpha = \frac{E^\pm}{\Delta} = \pm \sqrt{\cos^2(\Phi/2) + (\eta^2/4) \sin^4(\Phi/2)}, \quad (7)$$

что совпадает с результатом работы Хурда и Вендина [18]. Для обычных сверхпроводников параметр  $\eta \sim 10^{-3}$ – $10^{-4}$  и этой поправкой к спектру можно пренебречь.

Интересен случай мостика из ВТСП материала, когда диэлектрический барьер имеет высокую прозрачность,

$$1 \sim Z \gg \eta t/2. \quad (8)$$

Теперь в уравнении (6) можно сохранить лишь члены первого порядка по  $\eta$ , тогда выражение для спектра имеет вид

$$E^\pm(\Phi; \mathbf{q}) = \pm \Delta \times \\ \times \left\{ 1 - D \sin^2(\Phi/2) [1 - \eta D \sqrt{1 - D} \sin(\Phi/2)] \right\}^{1/2}. \quad (9)$$

Здесь введено обозначение прозрачности потенциального барьера  $D = 1/(1 + Z^2)$ . Спектр (9) удовлетворяет условию  $dE/d\Phi|_{\Phi=\pi} = 0$  [10–12]. Обе функции  $D = D(\mathbf{q})$  и  $\eta = \eta(\mathbf{q})$  зависят от  $\mathbf{q}$ . Видно, что при учете возмущения (обычного рассеяния квазичастиц на барьере и на потенциале  $\Delta$ ) в спектре андреевских уровней возникает энергетическая щель, что подавляет величину критического тока Джозефсона мостика. Для  $\Phi = \pi$  щель равна

$$E_g = 2\Delta \sqrt{1 - D[1 - \eta D(1 - D)^{1/2}]} \approx \\ \approx 2\Delta \sqrt{1 - D} + \Delta \eta D^2.$$

Ток Джозефсона, вообще говоря, содержит вклады дискретного и непрерывного спектров слабой связи. Однако при расчете тока через короткий мостик достаточно ограничиться учетом лишь вклада дискретного спектра [6,10–12].

Ток через дискретные уровни Андреева вычисляем по формуле [19]

$$J(\Phi) = \frac{2e}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}} \left[ \frac{dE^+}{d\Phi} f(E^+) + \frac{dE^-}{d\Phi} f(E^-) \right], \quad (10)$$

где  $f(E)$  — фермиевская функция квазичастиц. Учитывая, что  $E^+ = -E^-$ ,  $f(E^+) = 1 - f(E^-)$ , получаем после подстановки спектра (9) в (10) и интегрирования по  $\mathbf{q}$  выражение для тока

$$J(\Phi) \approx \frac{\pi \Delta(T)}{2e R_N} \frac{\sin \Phi [1 - {}^{3/2} \eta D_0 \sqrt{1 - D_0} \sin(\Phi/2)]}{[1 - D_0 \sin^2(\Phi/2) + \eta_0 D_0^2 \sqrt{1 - D_0} \sin^3(\Phi/2)]^{1/2}} \times \\ \times \text{th} \left[ \frac{\Delta(T)}{2k_B T} [1 - D_0 \sin^2(\Phi/2) + \eta_0 D_0^2 \sqrt{1 - D_0} \sin^3(\Phi/2)]^{1/2} \right]. \quad (11)$$

Здесь  $D_0$ ,  $\eta_0 = \Delta/\zeta$  — максимальные значения коэффициента прозрачности и параметра  $\eta$  (максимальный ток через барьер связан со значением  $\mathbf{q} = 0$ ). Выражение (11) справедливо для сверхпроводников с  $\eta_0 \approx 0,1$  при выполнении условия (8). Видно, что наличие обычных процессов рассеяния квазичастиц на потенциале  $\Delta$  уменьшает ток Джозефсона.

Любопытно отметить, что поправка первого порядка по  $\eta$  к току обращается в нуль в двух предельных случаях: 1) прозрачность барьера  $D_0 \rightarrow 0$  ( $Z \rightarrow \infty$ ); 2)  $D_0 \rightarrow 1$  ( $Z \rightarrow 0$ ). В этих случаях поправки к току имеют более высокий порядок малости. Для туннельного перехода ( $Z \gg 1$ ) это связано с ослаблением когерентности берегов контакта. Для чистого контакта ( $Z \rightarrow 0$ ) процессы обычного рассеяния квазичастиц на потенциале  $\Delta$  дают вклад в ток лишь порядка  $\eta^2$  (см. (7)). При включении потенциального барьера интенсивность процессов рассеяния «частица» — «частица» возрастает. Для высокопроводящего барьера ( $Z \sim 1$ ) вклад в ток оказывается порядка  $\eta$ , т.е. убывание тока оказывается более сильным, чем для чистого безбарьерного мостика.

Экспериментальное обнаружение дополнительного вклада в ток мостика процессов рассеяния «частица» — «частица» на недиагональном потенциале  $\Delta$  представляет непростую задачу. Требуется высокая точность измерения величины тока, протекающего через

В андреевском приближении ( $\eta = 0$ ) для мостика с барьером она равна  $2\Delta \sqrt{1 - D}$  [12], а для чистого безбарьерного мостика ( $D = 1$ ) и конечного  $\eta$  ее значение совпадает с результатом работы [18].

контакт. Это накладывает жесткие требования на качество туннельных переходов в мостике, в частности, границы раздела фаз должны быть совершенны на атомных масштабах. Бозович и Экстейн [20] сообщили об изготовлении высокотемпературного туннельного SIS-перехода. Развитая ими технология позволяет получать туннельные переходы и сверхрешетки с атомно резкими поверхностями раздела сред, демонстрирующих высокую воспроизводимость экспериментальных результатов. Технология получения туннельных переходов с механически контролируемой величиной зазора между металлами (МКЗ) [21] имеет свои преимущества для точного измерения тока и сравнения его с теорией. В работе Акименко и др. [22] с помощью МКЗ техники удалось получить переходы с чистыми и атомно плоскими поверхностями разлома (достаточно большой площади) на основе монокристалла  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ . При малой раздвижке электродов (туннельный режим) можно реализовать «микромостик» с контролируемым сопротивлением перехода.

Автор выражает благодарность А. М. Косевичу и А. Н. Омелянчуку за обсуждение работы, И. К. Янсону за ценное замечание. Работа финансировалась Государственным фондом фундаментальных исследований, проект № 2.4/165.

1. И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, *ФНТ* **3**, 945 (1977).

2. И. О. Кулик, А. Н. Омелянчук, *ФНТ* **4**, 296 (1978).
3. V. Ambegaokar and A. Baratoff, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 486 (1963); *ibid.* **11**, 104 (E) (1963).
4. W. Haberkorn, H. Knauer, and J. Richter, *Phys. Status Solidi* **A47**, K161 (1978).
5. А. В. Зайцев, *ЖЭТФ* **86**, 1742 (1984).
6. С. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3836 (1991).
7. И. О. Кулик, *ЖЭТФ* **57**, 1745 (1969).
8. А. Ф. Андреев, *ЖЭТФ* **46**, 1823 (1964).
9. И. О. Кулик, *Теория квантовых когерентных явлений в сверхпроводниках*, Докторская диссертация, Харьков (1972).
10. A. Furusaki and M. Tsukada, *Physica* **B165–166**, 967 (1990).
11. A. Furusaki and M. Tsukada, *Phys. Rev.* **B43**, 10164 (1991).
12. P. F. Bagwell, *Phys. Rev.* **B46**, 12573 (1992).
13. J. R. Kirtley, *Int. J. Mod. Phys.* **4**, 201 (1990).
14. K. Karrai, E. J. Choi, F. Dunmore, S. Liu, H. D. Drew, Qi Li, D. B. Fenner, Y. D. Zhu, and Fu-Chun Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 152 (1992).
15. Г. А. Гогадзе, А. М. Косевич, *ФНТ* **24**, 716 (1998).
16. К. К. Likharev, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979).
17. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, Москва (1968).
18. M. Hurd and G. Wendin, *Phys. Rev.* **B49**, 15258 (1994).
19. P. W. Anderson, *Ravello Lectures on the Many Body Problem*, v. 2, E. R. Gaianello (ed.), Acad. Press. (1963).
20. I. Bozovic and J. N. Eckstein, *Appl. Surf. Sci.* **113–114**, 189 (1997).
21. C. J. Muller, J. M. van Ruitenbeek, and L. J. de Jongh, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 140 (1992).
22. А. I. Akimenko, T. Kita, J. Yamasaki, and V. A. Gudimenko, *J. Low Temp. Phys.* **107**, 511 (1997).

## Current-phase relation for superconducting point contact with tunneling barrier

G. A. Gogadze

A microscopic theory of the dc Josephson effect for a short superconducting clean point contact with the a tunnel barrier is developed. The influence of ordinary quasi-particle scattering by a non-diagonal potential of the superconductor,  $\Delta$ , is investigated. It is shown that for a high-transmittance barrier such effects may be essential in high- $T_c$  superconductors. A current-phase relation for the point contact at arbitrary temperatures is calculated.