Физика низких температур, 1996, т. 22, № 3, с. 296–300

О возможном вкладе метастабильных локализованных солитонов в динамический структурный фактор двумерных ферромагнетиков

А. К. Колежук, Д. В. Филин

Институт магнетизма НАН Украины, Украина, 252142, г. Киев, пр. Вернадского, 36-б

Статья поступила в редакцию 19 июня 1995 г., после переработки 11 июля 1995 г.

Показано, что локализованные магнитные солитоны с конечным временем жизни вносят характерный вклад в функции отклика.

Показано, що локалізовані магнітні солітони з скінченним часом життя дають характерний внесок у функції відгуку.

В настоящее время низкоразмерные магнитные системы привлекают к себе значительное внимание в связи с получением ряда новых материалов, проявляющих свойства одно- и двумерных магнетиков. Одной из многочисленных особенностей физики низкоразмерных систем является важная роль существенно нелинейных возбуждений — солитонов. Так, в одномерных системах это — кинки (доменные стенки), в двумерных — магнитные вихри или локализованные топологические солитоны (ЛТС) (см. обзоры [1–3]). Вихри существуют лишь в магнетиках с непрерывной симметрией типа «легкая плоскость». Наличие же дополнительных анизотропий, разрушающих непрерывную симметрию, приводит к формированию связанных состояний вихрь—антивихрь, которые могут рассматриваться как ЛТС. Энергия ЛТС конечна (в отличие от логарифмически расходящейся энергии вихря), поэтому при любой ненулевой температуре должна существовать конечная плотность таких солитонов. Экспериментально показано, что ЛТС вносят вклад в ширину линии электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) двумерных магнетиков. Так, в работах Валднера [4,5] анализировались результаты экспериментов по ЭПР в легкоосных двумерных магнетиках [6,7], в которых наблюдалась активационная зависимость ширины линии от температуры. Для четырех различных веществ экспериментальное значение энергии активации с точностью до 10% совпало с теоретическим значением энергии ЛТС, что является достаточно убедительным (хотя и косвенным) доказательством существования ЛТС в реальных магнетиках. Решающим аргументом могло бы быть наблюдение вклада ЛТС в динамический структурный фактор (ДСФ), но, насколько нам известно, эксперименты по нейтронной спектроскопии соответствующих веществ не проводились. Из общих соображений ясно, что наличие конечной плотности свободно движущихся ЛТС должно приводить к вкладу в ДСФ типа доплеровски уширенных пиков на частотах, отвечающих свободному движению.

Изучение вклада ЛТС в функции отклика и «солитонная» интерпретация результатов экспериментов [6,7] сталкиваются, однако, с проблемой устойчивости солитона: в простейших моделях статические ЛТС не устойчивы по отношению к коллапсу, в соответствии с теоремой Деррика—Хобарта [8,9]. Здесь необходимо сделать следующее замечание: хотя формально при континуальном описании топологические солитоны всегда абсолютно устойчивы (в силу сохранения топологического заряда), для локализованных солитонов этот запрет нарушается при учете дискретности реальной магнитной решетки. Поэтому после коллапса ЛТС до размеров, сравнимых с постоянной решетки, он может «развалиться» на магноны, преодолев конечный энергетический барьер высотой порядка обменного интеграла J. В литературе рассматривались различные весьма экзотические механизмы стабилизации статических ЛТС, связанные с наличием в энергии магнетика дополнительных инвариантов, линейных по производным [10] или включающих в себя члены высшего порядка по градиентам [11,12], и исследовался возможный вклад таких стабильных (относительно коллапса) ЛТС в функции отклика [13,14].

Возможен, однако, и другой, чисто динамический, тип стабилизации ЛТС за счет наличия до-

© А. К. Колежук, Д. В. Филин, 1996

полнительных интегралов движения, например, z — проекции полного спина S^z [15] или углового момента поля намагниченности L^z [16]. В этом случае солитон является динамическим и условия теоремы Деррика—Хобарта нарушаются. Динамическая стабилизация, однако, не является абсолютной: при учете взаимодействия ЛТС с термостатом величины S^z и L^z перестают сохраняться и за конечное (но большое в меру малости константы релаксации) время ЛТС коллапсирует. Такие долгоживущие состояния также могут вносить вклад в наблюдаемые величины. Именно анализу этого вклада и посвящена данная работа. Мы покажем, что, несмотря на метастабильность, ЛТС вносят характерный вклад в ДСФ, который в принципе может быть зарегистрирован экспериментально.

Рассмотрим простейшую модель легкоосного ферромагнетика, описываемую функционалом свободной энергии вида

$$W = aM_0^2 \int\int dx\, dy \left\{ \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{m})^2 + \frac{\beta}{2} (m_x^2 + m_y^2) \right\} . \tag{1}$$

Здесь z — ось легкого намагничивания; $\mathbf{m}$ — единичный вектор намагниченности; M_0 — равновесное значение модуля вектора намагниченности; a — величина порядка постоянной решетки; α и β — константы неоднородного обмена и анизотропии соответственно. Динамическому ЛТС модели (1) отвечает решение вида

$$m_z = \cos\theta_s(r), \quad m_x + im_y = \sin\theta_s(r)\, e^{i\varphi_s} , \qquad \varphi_s = \varphi_0 + \omega t + \nu\chi , \tag{2}$$

где (r, χ) — полярные координаты с центром в центре ЛТС; ω — частота прецессии; $\nu = \pm 1, \pm 2, \ldots$ — топологический заряд. Локализованный топологический солитон малого радиуса может быть описан асимптотически точным выражением [17]:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_s}{2} = \frac{2}{(|\nu| - 1)!} \left(\frac{R}{2l_0} \right)^{|\nu|} K_{|\nu|} \left(\frac{r}{l_0} \right) . \tag{3}$$

$K_{|\nu|}(x)$ — модифицированная функция Бесселя. Здесь радиус солитона R предполагается малым по сравнению с характерной толщиной доменной стенки $l_0 = (\alpha/\beta)^{1/2}$, но много большим постоянной решетки a; величина R однозначно связана с интегралом движения $S^z = \hbar N$ (N имеет смысл числа магнонов, связанных с ЛТС) соотношением

$$N = \frac{M_0}{2\mu_B} \int dx\, dy \left(1 - \cos\theta_s\right) , \tag{4}$$

где μ_B — боровский магнетон. Частота прецессии ω определяется варьированием функции Лагранжа $L = \hbar\omega N - W$ по N, т.е. $\hbar\omega = \delta W/\delta N$. При учете взаимодействия с термостатом N (а следовательно, R и ω) становится функцией времени. В главном приближении энергия ЛТС, движущегося со скоростью v, может быть записана в виде [18,19]

$$E(N, v) = E_0|\nu| + \hbar\omega_0 N/|\nu| + mv^2/2 . \tag{5}$$

Здесь $E_0 = 4\pi\alpha a M_0^2$ — минимальная энергия ЛТС, совпадающая с энергией солитона Белавина—Полякова в изотропном магнетике [20]; $\hbar\omega_0$ — щель в спектре магнонов; $m = 3{,}4|\nu| E_0/(2\omega_0 l_0)^2$ — эффективная масса. Значение E_0 довольно велико ($E_0 \sim 4\pi J$), поэтому имеет смысл рассматривать лишь нижайшие солитонные ветви с $\nu = \pm 1$.

Вклад ЛТС в динамический структурный фактор $S^{ij}(\mathbf{q}, \Omega)$, представляющий собой фурье-образ коррелятора намагниченности $\langle m^i(\mathbf{r}, t), m^j(0, 0)\rangle$, может быть вычислен в предположении малой плотности газа ЛТС, которое справедливо при низких температурах $T << E_0$. В этом случае основную роль играют одночастичные корреляции. Остановимся на вычислении продольной (по отношению к легкой оси) компоненты ДСФ S^{zz}; вклад поперечных компонент ДСФ сконцентрирован в области частот порядка средней частоты прецессии ω, которая при малых N стремится к ω_0 , поэтому вклад ЛТС в поперечный ДСФ будет маскироваться соответствующими магнонными пиками. Вклад одного солитона в S^{zz} описывается формулой вида

$$S_1^{zz}(\mathbf{q}, \Omega) = 2\mathrm{Re} \int_0^\infty dt\, e^{-i\Omega t} \langle \exp\left[iq(\mathbf{r}_s(t) - \mathbf{r}_s(0)) \right] \times \times F_z(\mathbf{q}, N(t))\, F_z(\mathbf{q}, N(0)) \rangle , \tag{6}$$

где угловые скобки обозначают термодинамическое усреднение; $\mathbf{r}$ — радиус-вектор центра ЛТС; $F_z(\mathbf{q}, N)$ — формфактор, описывающий структуру солитона:

$$F_z(\mathbf{q}, N) = \int\int dx\, dy\, e^{i\mathbf{qr}} \left(1 - \cos\theta_s(r)\right) . \tag{7}$$

Заметим, что при $N \to 0$ формфактор F_z также обращается в нуль, а в области малых переданных импульсов $q << 1/R$ величины F_z и N с точностью до множителя $M_0/2\mu_B$ приближенно совпадают. (Область малых q представляет для нас наибольший интерес, так как интенсивность ДСФ убывает с ростом q как $e^{-qR}/\sqrt{q}$).

Опишем динамику уединенного метастабильного ЛТС, взаимодействующего с термостатом, феноменологически с помощью уравнений Ланжевена для $\mathbf{r}_s$ и N:

$$\frac{d^2\mathbf{r}_s}{dt^2} + \frac{1}{\tau_r} = \frac{G}{m}\left[\mathbf{e}_z \times \frac{d\mathbf{r}_s}{dt}\right] + \frac{\mathbf{f}}{m}, \qquad \frac{dN}{dt} + \frac{1}{\tau_N} N = f_N . \tag{8}$$

Здесь τ_r — время вязкой релаксации скорости ЛТС; τ_N — характерное время коллапса; $G = 2\pi\nu M_0/\mu_B a$ — константа гиротропной силы [19]; $\mathbf{f}$ и f_N — гауссовы случайные силы, моделирующие взаимодействие ЛТС с термостатом:

$$\langle \mathbf{f}(t)\rangle = 0, \quad \langle f^i(t) f^j(0)\rangle = 2T(m/\tau_r)\,\delta^{ij}\delta(t), \qquad \langle f_N(t)\rangle = 0, \quad \langle f_N(t) f_N(0)\rangle = \Gamma\delta(t) . \tag{9}$$

Остановимся подробнее на смысле уравнений для N. Процесс «жизни» солитона представляет собой следующее: солитон рождается, число N в нем флуктуирует и в конце концов он коллапсирует (N становится равным нулю); весь цикл «жизни», на протяжении которого имеет смысл говорить об одночастичных корреляциях, занимает время порядка τ_N. Наше описание динамики N формально не является удовлетворительным, так как в нем N принимает значения как больше, так и меньше нуля, тогда как в действительности N должно быть всегда положительным. Этот недостаток, однако, нигде не проявляется из-за того, что прохождение N через нуль означает в нашей картине «смерть» солитона. В то же время в конечные формулы входит только коррелятор $\langle N(t)N(0)\rangle$, который, во-первых, всегда положителен, а во-вторых, затухает на временах порядка τ_N, обеспечивая учет корреляций лишь в пределах времени жизни. Константа Γ в корреляторе случайной силы f_N выбирается таким образом, чтобы значение $\langle N^2(t)\rangle$, вычисленное из уравнения Ланжевена, совпало с гиббсовским средним от N^2, вычисленным на основе (5). Для случая $\hbar\omega_0 \ll T \ll E_0$ (температуры ниже $\hbar\omega_0$ нет смысла рассматривать ввиду малой плотности газа ЛТС) получаем $\Gamma = 4(T/\hbar\omega_0)^2/\tau_N$ и

$$\langle N(t)N(0)\rangle = 2(T/\hbar\omega_0)^2 \exp(-t/\tau_r) . \tag{10}$$

Усреднение по координате солитона $\mathbf{r}_s$ может быть проведено независимо. В итоге, для вклада ЛТС в продольный ДСФ получаем выражение

$$S^{zz}(q,\Omega) = 2S_0 n_s \left(\frac{T}{\hbar\omega_0}\right)^2\left(\frac{2\mu_B}{M_0}\right)^2 I(q,\Omega),$$

$$I(q,\Omega) = 2\mathrm{Re}\int_0^\infty dt \exp\left(-(i\Omega + \frac{1}{\tau_N})t\right)\exp\left(-\frac{q^2\Delta\mathbf{r}_s^2(t)}{4}\right), \tag{11}$$

где S_0 — площадь магнетика; $n_s \sim \exp(-E_0/T)$ — средняя плотность газа ЛТС, а среднеквадратичное смещение солитона $\Delta\mathbf{r}_s^2(t) = \langle[\mathbf{r}_s(t) - \mathbf{r}_s(0)]^2\rangle$ дается громоздкой формулой [13]:

$$\Delta\mathbf{r}_s^2(t) = \frac{4v_T^2\tau_r}{1 + (\omega_g\tau_r)^2}\left\{t + \tau_r\left[1 - e^{-t/\tau_r}\cos(\omega_g\tau_r)\right] + \frac{2\tau_r}{[1 + (\omega_g\tau_r)^2]^{1/2}}\left[e^{-t/\tau_r}\cos(\omega_g t + \mathrm{arctg}(\omega_g\tau_r)) - \frac{1}{[1 + (\omega_g\tau_r)^2]^{1/2}}\right]\right\} . \tag{12}$$

Здесь $v_T = (T/m)^{1/2}$ имеет смысл среднеквадратичного значения проекции скорости ЛТС на произвольное направление, а $\omega_g = G/m$ — гирочастоты, характеризующей свободное движение ЛТС. Асимптотики ДСФ при разных соотношениях параметров задачи могут быть проанализированы подобно тому, как это сделано в работе [14], поэтому мы не будем останавливаться подробно на их получении, а приведем лишь сводку результатов.

Рассмотрим сначала случай, когда $\tau_r \ll \tau_N$ и определяющим является время вязкой релаксации скорости τ_r. В рамках этого случая можно выделить гиротропный режим движения, когда $\omega_g\tau_r \gg 1$, и вязкий, при котором $\omega_g\tau_r \ll 1$. В вязком режиме имеется два характерных масштаба: средняя длина свободного пробега $l_r = v_T\tau_r$ и средний пробег за время жизни $l_N = v_T\tau_N$, при этом $l_r \ll l_N$. В области $q \ll 1/l_r$ функция $I(q,\Omega)$, описывает один центральный пик (ЦП) лоренцевской формы

$$I(q,\Omega) = \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + \Omega^2} \tag{13}$$

с полушириной $\Gamma = 1/\tau_N + Dq^2$, где $D = v_T^2\tau_r$ — коэффициент диффузии. При малых $q \ll 1/l_N$ полуширина ЦП практически не зависит от q, $\Gamma \simeq 1/\tau_N$. При $q \gg 1/l_r$ пик принимает гауссову форму

$$I(q, \Omega) = \left(\frac{2\pi}{q^2 v_T^2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\Omega^2}{2q^2 v_T^2}\right) \qquad (14)$$

с полушириной $\Gamma = qv_T$.

В гиротропном режиме ($\omega_g \tau_r >> 1$, $\tau_r << \tau_N$) ДСФ содержит набор пиков на частотах кратных ω_g, и появляется еще один характерный масштаб $r_g = v_T/\omega_g$, имеющий смысл среднего радиуса «ларморовской окружности», являющейся траекторией свободного движения ЛТС. В широкой области $q << (\omega_g \tau_r)^{1/2}/r_g$ ДСФ может быть описан единым сложным выражением, подобным формуле (16), приведенной в [14]:

$$I(q, \Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\exp(-q^2 r_g^2)}{m!(m + |n|)!} \left(\frac{q^2 r_g^2}{2}\right)^{2m+|n|} \times$$

$$\times \frac{2\Gamma_{mn}}{(\Omega - n\omega_g)^2 + \Gamma_{mn}^2}, \qquad (15)$$

$$\Gamma_{mn} = \left(\frac{r_g}{l_r}\right)^2 Dq^2 + \frac{2m + |n|}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_N}.$$

Отсюда видно, что при $q << 1/r_g$ наиболее ярко выражен центральный пик ($n = 0$), являющийся «почти лоренцевым» с полушириной порядка $1/\tau_N$. По мере роста q интенсивность боковых пиков растет, а сами пики уширяются и приобретают более сложную форму. При дальнейшем возрастании q, ($q >> (\omega_g \tau_r)^{1/2}/r_g$) вся эта система пиков сливается в один гауссов центральный пик вида (14).

Когда определяющим является время коллапса $\tau_N << \tau_r$, также возможны два случая, которые можно назвать режимом свободного движения ($\omega_g \tau_N << 1$) и гиротропным режимом ($\omega_g \tau_N >> 1$). В режиме свободного движения существенным является лишь масштаб l_N, и при $q << 1/l_N$ получаем лоренцев пик вида (13) с $\Gamma = 1/\tau_N$, а при $q >> 1/l_N$ — гауссов ЦП (14). Гиротропный режим сложнее: если $q << (\omega_g \tau_r)^{1/2}/r_g$, то основной вклад в $I(q, \Omega)$ вносят времена много меньшие τ_r, но не малые по сравнению с ω_g^{-1}. Тогда, используя интегральное представление для модифицированных функций Бесселя $I_n(z)$, при $\omega_g \tau_N >> 1$, $q << (\omega_g \tau_r)^{1/2}/r_g$ получаем

$$I(q, \Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-q^2 r_g^2} I_n(q^2 r_g^2) \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + (\Omega - n\omega_g)^2},$$

$$\Gamma = (r_g/l_r)^2 Dq^2 + 1/\tau_N. \qquad (16)$$

При больших переданных импульсах $q >> (\omega_g \tau_r)^{1/2}/r_g$ интеграл в (11) определяется временами меньшими ω_g^{-1}, и мы опять получаем гауссов ЦП (14).

Подводя итог анализа асимптотик ДСФ, можно сказать, что в наиболее актуальной для эксперимента области малых q вклад метастабильных ЛТС в динамический структурный фактор имеет вид центрального пика с не зависящей от q полушириной порядка $1/\tau_N$, где τ_N — характерное время коллапса ЛТС. При разумных (не слишком малых) значениях τ_N, отвечающих слабому взаимодействию солитона с термостатом, такой вклад вполне может быть наблюдаем как в экспериментах по нейтронной спектроскопии, так и в более «дешевых» ЭПР экспериментах. При солитонной интерпретации ЭПР экспериментов необходимо иметь в виду, что, согласно формулам (13), (15), (16), вклад ЛТС в ширину линии ЭПР (пропорциональный $S(q = 0, \omega_e)$, где ω_e — частота ЭПР) ведет себя с температурой как $n_s T^2 \tau_N/(1 + \omega_e^2 \tau_N^2)$, где n_s и τ_N также неочевидным образом зависят от T. В частности, $n_s \sim C(T)\, e^{-E_0/T}$, где поведение предэкспоненты $C(T)$ может отличаться от тривиального максвелловского $C \sim \sqrt{T}$ за счет перенормировки магнонной плотности состояний в присутствии солитона [1]. При не очень высоких температурах естественно ожидать, что время релаксации τ_N определяется двухмагнонными процессами и при этом $\tau_N \sim 1/T$.

Авторы благодарны Б. А. Иванову за обсуждение результатов. Данная работа выполнена при частичной поддержке Международного научного фонда (грант UB 7000 и UB 7200), а также Государственного комитета Украины по вопросам науки и технологий (грант 2.3/194).

1. H. J. Mikeska and M. Steiner, *Adv. Phys.* **40**, 191 (1990).
2. Б. А. Иванов, А. К. Колежук, *ФНТ* **21**, 355 (1995).
3. D. G. Wiesler, H. Zabel, and S. M. Shapiro, *Z. Phys.* **B93**, 227 (1994).
4. F. Waldner, *J. Magn. Magn. Mater.* **31–34**, 1203 (1983).
5. F. Waldner, *J. Magn. Magn. Mater.* **54–57**, 873 (1986).
6. H. R. Boesch, U. Schmoker, F. Waldner, K. Emerson, and J. E. Drumheller, *Phys. Lett.* **A36**, 461 (1971).
7. H. W. de Wijn, L. R. Walker, J. L. Davis, and H. J. Guggenheim, *Solid State Commun.* **11**, 803 (1972).
8. R. Hobart, *Proc. Phys. Soc.* **82**, 201 (1963).
9. G. H. Derrick, *J. Math. Phys.* **5**, 1252 (1964).
10. В. Г. Барьяхтар, Б. А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **55**, 598 (1992).
11. U. Enz, *J. Math. Phys.* **19**, 1304 (1978).
12. Б. А. Иванов, В. А. Стефанович, *ЖЭТФ* **91**, 638 (1986).
13. Б. А. Иванов, А. К. Колежук, *ФНТ* **16**, 335 (1990).
14. А. К. Колежук, Д. В. Филин, *ФНТ* **20**, 992 (1994).
15. А. С. Ковалев, А. М. Косевич, К. В. Маслов, *Письма в ЖЭТФ* **30**, 321 (1979).

16. Б. А. Иванов, *Письма в ЖЭТФ* **56**, 118 (1992).
17. В. П. Воронов, Б. А. Иванов, А. М. Косевич, *ЖЭТФ* **84**, 2235 (1983).
18. А. М. Косевич, Б. А. Иванов, А. С. Ковалев, *Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны*, Наукова думка, Киев (1983).
19. B. A. Ivanov and V. A. Stefanovich, *Phys. Lett.* **A4**, 89 (1989).
20. А. А. Белавин, А. М. Поляков, *Письма в ЖЭТФ* **22**, 503 (1975).

On possible contribution of metastable localized solitons in the dynamic structure factor of two-dimensional ferromagnets

A. K. Kolezhuk and D. V. Filin

It is shown that localized magnetic solitons with finite lifetime make a characteristic contribution to the response functions.

Дополнение при корректуре

Уже после того, как данная работа была отправлена в печать, нам стало известно о выходе статьи C. E. Zaspel, T. E. Grigereit, and J. E. Drumheller, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4539 (1995)., посвященной вкладу ЛТС в ширину линии ЭПР слоистых магнетиков. Мы хотели бы отметить, что, с нашей точки зрения, эта работа содержит серьезные упущения. Во-первых, при описании магнитной динамики соединений, содержащих ферромагнитные слои со слабой антиферромагнитной связью между слоями, т.е. являющихся, «с двумерной точки зрения», ферромагнетиками, использованы уравнения динамики антиферромагнетика. Во-вторых, анализируется случай чисто изотропного магнетика, т.е. солитоны Белавина—Полякова; при этом средний радиус солитона имеет порядок среднего расстояния между солитонами, что делает сомнительным фактическое использование авторами приближения разреженного солитонного газа (учет лишь односолитонных корреляций). Вместе с тем эта работа содержит новые экспериментальные данные для $(n\text{-PA})_2MnCl_4$, указывающие на активационную температурную зависимость ширины линии ЭПР с энергией активации, совпадающей с энергией солитона Белавина—Поляковского с точностью до 2%, и поддерживающие вывод о существовании ЛТС в двумерных магнетиках.