Физика низких температур, 1997, т. 23, № 12, с. 1345–1348

*Краткие сообщения*

# Осцилляции спектра акустических фононов, взаимодействующих с композитными фермионами

А. Л. Зазунов, Д. В. Филь

*Институт монокристаллов НАН Украины, Украина, 310001, г. Харьков, пр. Ленина, 60*
E-mail: fil@isc.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 7 июля 1997 г.

Рассмотрено взаимодействие коллективных возбуждений в системе композитных фермионов с фононными модами. Показано, что при параметрах, отвечающих реальным системам, в которых наблюдается дробный квантовый эффект Холла, фазовая скорость акустических фононов имеет осцилляционную зависимость от волнового вектора. Найденная осцилляционная структура спектра фононов существенно зависит от внешнего магнитного поля и концентрации электронов.

Розглянуто взаємодію колективних збуджень у системі композитних ферміонів з фононними модами. Показано, що при параметрах, які відповідають реальним системам, в яких спостерігається дрібний квантовий ефект Холла, фазова швидкість акустичних фононів має осциляційну залежність від хвильового вектора. Знайдена осциляційна структура спектра фононів суттєво залежить від зовнішнього магнітного поля та концентрації електронів.

PACS: 71.10.Pm, 63.20.Ls, **63.22.+m**

Модель композитных фермионов была предложена в [1] в качестве возможного механизма наблюдаемой в экспериментах по дробному квантовому эффекту Холла иерархии дробных факторов заполнения, отвечающих холловским плато и соответственно минимумам продольной компоненты тензора сопротивлений. Идея подхода, сформулированного в [1], основана на представлении о том, что элементарными возбуждениями в такой системе являются композитные квазичастицы. Эти квазичастицы представляют собой фермионы, несущие на себе четное число ($2m$) квантов потока статистического калибровочного поля и соответствующий этому полю статистический заряд. В приближении среднего поля статистическое взаимодействие можно свести к дополнительному магнитному полю $\mathbf{B}_{\rm st}$ (действующему на статистические заряды), антипараллельному внешнему полю $\mathbf{B}$. Факторы заполнения $\nu$, соответствующие целому числу $p$ заполненных уровней Ландау в поле $\Delta B = |B - B_{\rm st}|$, отвечают наблюдаемой в эксперименте иерархии $\nu = p/(2mp \pm 1)$. Работа [1] инициировала большое число теоретических и экспериментальных исследований, посвященных композитным фермионам. В работах [2,3] (см. также [4]) был развит математический аппарат модели композитных фермионов, основанный на описании статистического взаимодействия путем введения вспомогательного калибровочного поля Черна—Саймонса. Ранее подобные модели подробно изучались применительно к системам с дробной статистикой (например, [5–8]). Идея композитных фермионов получила ряд экспериментальных подтверждений в работах по изучению температурной и полевой зависимостей проводимости [9–13], наблюдению эффекта магнитной фокусировки [14,15], исследованию распространения поверхностных акустических волн [16–18]. Перечисленные эксперименты показали, что термодинамические и транспортные свойства системы вблизи $\nu = 1/2$ (при котором $\Delta B = 0$) оказываются сходными со свойствами двумерного электронного газа в слабом магнитном поле.

Другая возможность подтверждения модели композитных фермионов связана с изучением эффектов, обусловленных коллективными модами в такой системе, которые в рамках формализма [2,3] отвечают флуктуациям калибровочного поля относительно значения, определяемого $B_{\rm st}$. Роль таких флуктуаций является принципиальной в энионных системах — они ответственны за появление энионной звуковой моды и соответственно сверхтекучих свойств газа энионов при определенных значениях статистического параметра. Спектр коллективных мод в системе композитных фермионов, а также динамические форм-факторы были рассчитаны в [19], где было показано, что дисперсия коллективных возбуждений характеризуется осцилляционной зависимостью от волнового вектора, а масштаб и число осцилляций определяются фактором заполнения. Одна из возможностей подтверждения осцилляционной структуры спектра коллективных мод связана с их взаимодействием с решеточными колебаниями. Результатом такого взаимодействия может быть перенормировка спектра фононов, существенно зависящая от фактора заполнения. Рассмотрению этого вопроса посвящено настоящее сообщение. Аналогичные эффекты применительно к энионным системам были рассмотрены ранее в работе [20].

Рассмотрим двумерную систему полностью поляризованных композитных фермионов, взаимодействующих с фононами. Гамильтониан системы имеет вид

$$H = H_{CF} + H_{\rm ph} + H_{\rm int} , \tag{1}$$

где

$$H_{CF} = \int d^2r\ \Psi^+(\mathbf{r})\ \frac{1}{2m_{CF}}\ [-i\nabla + e\mathbf{A}_\Delta(\mathbf{r}) - \mathbf{a}(\mathbf{r})]^2\Psi(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}\int d^2r \int d^2r'\ [\Psi^+(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) - n_0]V(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)[\Psi^+(\mathbf{r}')\Psi(\mathbf{r}') - n_0], \tag{2}$$

$$H_{\rm ph} = \sum_{\lambda\mathbf{q}} \omega_{\lambda\mathbf{q}} \left(b^+_{\lambda\mathbf{q}} b_{\lambda\mathbf{q}} + \frac{1}{2}\right), \tag{3}$$

$$H_{\rm int} = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{\lambda\mathbf{q}} \int d^2r\ e^{i\mathbf{qr}}\ \Psi^+(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) g_{\lambda\mathbf{q}}(b_{\lambda\mathbf{q}} + b^+_{\lambda(-\mathbf{q})}) , \tag{4}$$

$\Psi$ — фермионное поле; $m_{CF}$ — масса композитных фермионов; $n_0$ — их средняя концентрация;

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \varphi \int d^2r'\ [\Psi^+(\mathbf{r}')\Psi(\mathbf{r}') - n_0]\ \frac{\hat{\mathbf{z}} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \tag{5}$$

— вектор-потенциал статистического поля Черна—Саймонса; $\varphi = 2m$ — поток поля, переносимый одной композитной частицей; $\hat{\mathbf{z}}$ — единичный вектор вдоль $\mathbf{B}$; $\mathbf{A}_\Delta$ — вектор-потенциал эффективного поля $\Delta B = |1 - \varphi\nu|B$; $V(\mathbf{r}) = e^2/\varepsilon r$ — потенциал кулоновского взаимодействия; $\varepsilon$ — диэлектрическая проницаемость; $b^+$ $(b)$ — операторы рождения (уничтожения) фононов; $\omega_{\lambda\mathbf{q}}$ — частоты фононов; $g_{\lambda\mathbf{q}}$ — матричные элементы взаимодействия фононов с композитными фермионами; $S$ — площадь системы. Для определенности будем считать $g_{\lambda\mathbf{q}} \neq 0$ лишь для одной поляризации $\lambda$. Тогда перенормировка спектра фононов определяется полюсом фононной функции Грина $G_\lambda(\mathbf{q}, \omega)$, удовлетворяющей уравнению

$$G_\lambda^{-1}(\mathbf{q}, \omega) = [G^0_\lambda(\mathbf{q}, \omega)]^{-1} - g^2_{\lambda\mathbf{q}}\, K^{00}(\mathbf{q}, \omega) , \tag{6}$$

где $G^0_\lambda(\mathbf{q}, \omega)$ — функция Грина свободных фононов; $K^{00}(\mathbf{q}, \omega)$ — поляризационная функция Грина композитных фермионов, которая в приближении случайных фаз определяется матричным уравнением

$$\hat{K}^{-1}(\mathbf{q}, \omega) = [\hat{K}^{(0)}(\mathbf{q}, \omega)]^{-1} - \hat{V}(\mathbf{q}) , \tag{7}$$

в котором при выборе оси $x$ вдоль направления $\mathbf{q}$ матричные индексы принимают значения 0, $y$. В уравнении (7)

$$\hat{V}(\mathbf{q}) = \frac{2\pi}{q} \begin{pmatrix} e^2\varepsilon^{-1} & -i\varphi \\ i\varphi & 0 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

$$K^{(0)}_{\mu\nu}(\mathbf{q}, \omega) = D^{(0)}_{\mu\nu}(\mathbf{q}, \omega) + \frac{n_0}{m_{CF}}\, \delta^{\mu\nu}(1 - \delta^{\mu 0}) , \tag{9}$$

где $D^{(0)}_{\mu\nu}(\mathbf{q}, \omega)$ — фурье-компонента функции Грина ток—ток свободных фермионов в поле $\Delta B$:

$$D^{(0)}_{\mu\nu}(\mathbf{r}, t;\, \mathbf{r}', t') = -i\langle T\{j^\mu(\mathbf{r}, t) j^\nu(\mathbf{r}', t')\}\rangle_0$$

с нулевой компонентой тока, определенной как $j^0(\mathbf{r}) = \Psi^+(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) - n_0$ .

Вычисление $K^0_{\mu\nu}$ при $T = 0$ для произвольного $\nu$ дает

$$K^{(0)}_{\mu\nu}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{2\pi\Delta\omega_c} \begin{pmatrix} q^2\Sigma_0 & \mp\, iq\Delta\omega_c\, \Sigma_1 \\ \pm\, iq\Delta\omega_c\, \Sigma_1 & (\Delta\omega_c)^2(\Sigma_2 + \nu_\Delta) \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Здесь и далее верхний знак соответствует $\nu < 1/2m$, нижний знак $\nu > 1/2m$ (для заданного $m$). В (10) $\Delta\omega_c = e\Delta B/m_{CF}$ — эффективная циклотронная частота; $\nu_\Delta = \pm\nu/(1 - \varphi\nu)$ — эффективный фактор заполнения;

$$\Sigma_j = e^{-x} \sum_{nm=0}^{\infty} f_n(1 - f_m)\, \frac{n!}{m!}\, \frac{x^{m-n-1}(m - n)}{(\omega/\Delta\omega_c)^2 - (m - n)^2} \times$$

$$\times\ [L_n^{m-n}(x)]^{2-j}\left((m-n-x)L_n^{m-n}(x)+2x\,\frac{dL_n^{m-n}(x)}{dx}\right)^j ,$$

где $x = (ql_\Delta)^2/2$, $l_\Delta = (e\Delta B)^{-1/2}$ — эффективная магнитная длина; $L_n^{m-n}(x)$ — обобщенный полином Лагерра;

$$f_n = \begin{cases} 1\ , & n \le p-1\ , \\ \eta\ , & n = p\ , \\ 0\ , & n \ge p+1\ , \end{cases}$$

$p$, $\eta$ — целая и дробная части $\nu_\Delta$ . При получении (10) предполагалось бесконечное время релаксации композитных фермионов $\tau$. Учет конечного $\tau$ дает в перенормировку частоты фонона поправки ~$(\Delta\omega_c\ \tau)^{-2}$, которые мы отбрасываем, считая, что для всех $\nu_\Delta$ выполнено условие $\Delta\omega_c\ \tau >> 1$.

Подставляя (7),(8),(10) в (6), получаем дисперсионное уравнение в виде

$$(\omega^2-\omega_{\lambda q}^2)\left[\left(\Sigma_1 \mp \frac{1}{\varphi}\right)^2 - \Sigma_0\left(\nu_\Delta + \Sigma_2 + \frac{e^2 q}{\varphi^2\varepsilon\ \Delta\omega_c}\right)\right] -$$

$$- \frac{g_{\lambda q}^2\ \omega_{\lambda q}\ q^2}{\pi\varphi^2\Delta\omega_c}\ \Sigma_0 = 0\ . \qquad (11)$$

Исходя из (11), рассмотрим перенормировку спектра акустического фонона ($\omega_{\lambda q} = cq$). Решения уравнения (11), соответствующие фононной моде, для $\nu = 2/3$; $3/5$; $4/7$ (факторы заполнения, отвечающие дробному квантовому эффекту Холла) в зависимости от $q$ приведены на рис. 1, на котором по оси ординат отложено относительное значение изменения фазовой скорости $\Delta c/c$, а по оси абсцисс — $q$ в единицах $q_0 = (4\pi n_0)^{1/2}$. Матричный элемент взаимодействия выбран в виде $g_{\lambda q} = \Lambda q(2\rho d\omega_{\lambda q})^{-1/2}$, где $\Lambda$ — деформационный потенциал, $\rho$ — плотность упругой среды, $d$ — толщина слоя, в котором распространяется решеточная мода. Использованы параметры $n_0 = 2\cdot10^{11}$ см$^{-2}$, $m_{CF} = 0{,}25 m_e$ , $\varepsilon = 12{,}6$, $c = 4\cdot10^5$ см/с, $\Lambda = 7{,}4$ эВ, $\rho = 5{,}3$ г/см$^3$, $d = 500$ Å. При выбранных параметрах для рассмотренного диапазона $q$ фононная частота лежит ниже частот коллективных мод композитных фермионов. Как видно из рис. 1, перенормированная скорость фононов имеет осцилляционную зависимость от волнового вектора, причем число и масштаб (по $q$) осцилляций существенно зависят от фактора заполнения. Отметим, что в пренебрежении величиной (5) в гамильтониане (1) зависимость $\Delta c(q)$ переходит в близкую к линейной при $q < q_0$ , т.е. рассмотренный эффект определяется в основном

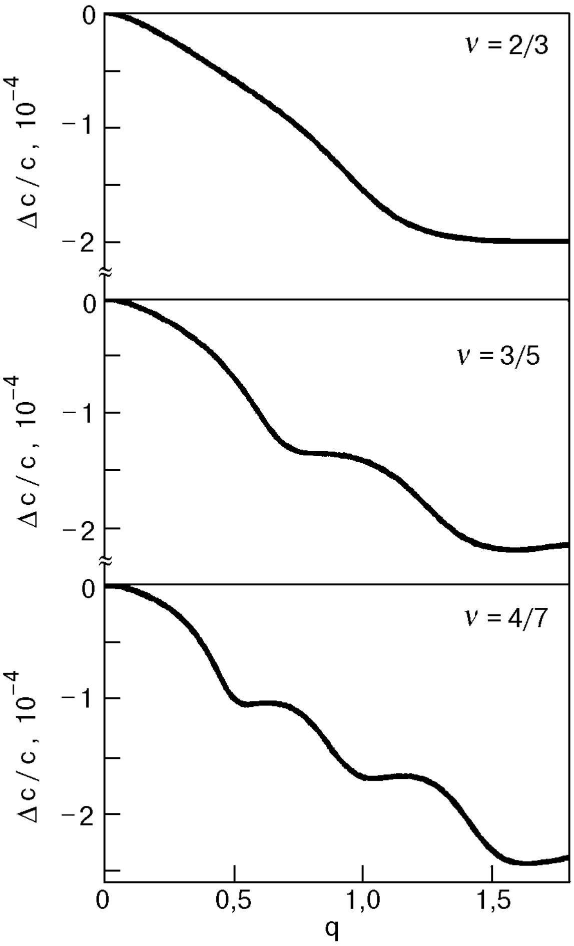


*Рис. 1.* Зависимость относительного изменения скорости акустических фононов от волнового вектора ($q$ в единицах $q_0 = (4\pi n_0)^{1/2}$).

взаимодействием фононов с коллективными модами. Существенным, на наш взгляд, отличием от случая энион-фононного взаимодействия [20] является чувствительность осцилляционной структуры спектра к параметрам $B$ и $n_0$ , изменение которых легко реализовать экспериментально (в [20] роль такого параметра играла статистика энионов, которая является внутренней характеристикой системы). На рис. 2 приведена зависимость $\Delta c/c$ от $B$ для двух значений $q$. На зависимостях $\Delta c(B)$ имеется ряд изломов при $B$, соответствующих целым $\nu_\Delta$ . Скачок производной связан с началом заполнения нового уровня Ландау в системе композитных фермионов при уменьшении поля $\Delta B$. Учет локализованных состояний между уровнями Ландау должен привести к появлению в местах изломов горизонтальных участков на зависимости $\Delta c(B)$.

Таким образом, взаимодействие композитных фермионов с решеткой при параметрах, отвечающих реальным образцам, в которых наблюдается

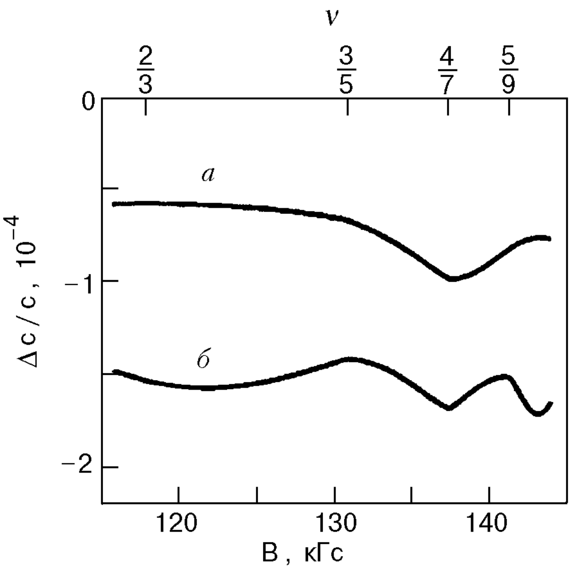


*Рис. 2.* Зависимости относительного изменения скорости акустических фононов от магнитного поля при $q = 0{,}5q_0$ (*а*) и $q = q_0$ (*б*).

дробный квантовый эффект Холла, может приводить к осцилляционной зависимости фазовой скорости акустических фононов от волнового вектора. Возникающая осцилляционная структура спектра фононов будет существенным образом модифицироваться при изменении внешнего магнитного поля либо концентрации электронов.


1. J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **63** 199 (1989).
2. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B44**, 5246 (1991).
3. B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, *Phys. Rev.* **B47**, 7312 (1993).
4. E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems*, Addison-Wisley Publ. Comp. (1991).
5. F. Wilczek, *Fractional Statistics and Anyon Superconductivity*, World Scientific, Singapore (1990).
6. Y. H. Chen, F. Wilczek, E. Witten, and B. I. Halperin, *Int. J. Mod. Phys.* **B3**, 1001 (1989).
7. A. L. Fetter, C. B. Hanna, and R. B. Laughlin, *Phys. Rev.* **B39**, 9679 (1989).
8. A. Zee, in: *High Temperature Superconductivity*, K. Bedell, D. Coffey, D. Pines, and J. R. Schrieffer (eds.), Addison-Wisley Publ. Comp. (1991), p. 248.
9. R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2944 (1993).
10. D. R. Leadley, R. J. Nicholas, C. T. Foxon, and J. J. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1906 (1994).
11. R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. S. Yeh, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3274 (1994).
12. H. C. Manoharan, M. Shayegan, and S. J. Klepper, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3270 (1994).
13. W. Kang, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3850 (1993).
14. J. H. Smet, D. Weiss, R. H. Blick, G. Lutjering, and K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2272 (1996).
15. V. J. Goldman, B. Su, and J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2065 (1994).
16. R. L. Willett, M. A. Paalanen, R. R. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer, and D. J. Bishop, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 112 (1990).
17. R. L. Willett, R. R. Ruel, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3846 (1993).
18. R. L. Willett, R. R. Ruel, M. A. Paalanen, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev.* **B47**, 7344 (1993).
19. H. Simon and B. I. Halperin, *Phys. Rev.* **B47**, 17368 (1993).
20. D. V. Fil and O. I. Tokar, *Physica* **C230**, 207 (1994).


## Oscillations of the spectrum of acoustic phonons interacting with composite fermions

A. L. Zazunov and D. V. Fil

The interaction of collective excitations in the composite fermion system with phonon modes is considered. It is shown that for parameters corresponding to concrete systems, in which the fractional quantum Hall effect is observed, the phase velocity of acoustic phonons has an oscillating dependence on the wave vector. The oscillating structure of the spectrum obtained essentially depends on the external magnetic field and the electron concentration.