Физика низких температур, 1996, т. 22, № 5, с. 506–509

Коллективные свойства сверхпроводников с d-спариванием

П. Н. Брусов, Н. П. Брусова, П. П. Брусов

Ростовский-на-Дону государственный университет, Научно-исследовательский институт физики, Россия, 344104, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 194

Методом функционального интегрирования построена модель d-спаривания для сверхпроводящих и сверхтекучих ферми-систем (ВТСП, систем тяжелых фермионов (СТФ) и квантовых жидкостей). С ее помощью исследован спектр коллективных возбуждений во всех сверхпроводящих фазах ВТСП и СТФ, возникающих в симметрийной классификации этих систем. Спектр состоит из 10 мод в каждой фазе, половина которых являются высокочастотными, а другая половина — квазиголдстоуновскими (либо голдстоуновскими). Полученные результаты могут использоваться при определении типа спаривания и параметра порядка в ВТСП и СТФ с помощью экспериментов по поглощению ультразвука и микроволн, а также при их интерпретации.

Методом функціонального інтегрування побудовано модель d-спарювання для надпровідних та надплинних фермі-систем (ВТНП, систем важких ферміонів (СВФ) і квантових рідин). З її допомогою досліджено спектр колективних збуджень в усіх надпровідних фазах ВТНП і СВФ, що виникають в симетрійній класифікації цих систем. Спектр складається з 10 мод у кожній фазі, половина з яких є високочастотними, а друга половина — квазіголдстоунівськими (або голдстоунівськими). Одержані результати можуть бути корисними при визначенні типу спарювання та параметра порядку в ВТНП і СВФ за допомогою експериментів з поглинання ультраузвуку та мікрохвиль, а також при їх інтерпретації.

Введение

В настоящее время известна единственная система, для которой достоверно установлен нетривиальный характер спаривания (сверхтекучий ^{3}He), в которой происходит p-спаривание. Возможность нетривиального спаривания в сверхпроводящих системах, таких как ВТСП и СТФ, дискутируется уже давно.

В СТФ о нетривиальном спаривании свидетельствует широко известная фазовая диаграмма и степенной характер температурной зависимости основных термодинамических величин вместо экспоненциального, имеющего место при ординарном спаривании.

Последние эксперименты в ВТСП, такие как туннельные, фотоэмиссионные, измерение тока в контактах Джозефсона и температурной зависимости глубины проникновения и др. [1] свидетельствуют о d-спаривании в оксидах.

Таким образом, создание моделей d-спаривания в сверхпроводниках и изучение свойств таких систем является весьма актуальной задачей.

В настоящей работе методом функционального интегрирования построена модель сверхпроводников и сверхтекучих ферми-систем с d-спариванием. С ее помощью исследован спектр коллективных возбуждений в ВТСП и СТФ.

1. Модель d-спаривания

Первый вариант модели d-спаривания в сверхпроводниках, полученный методом функционального интегрирования, был предложен нами два года назад [2], когда идея d-спаривания в ВТСП только начинала всерьез обсуждаться. Ниже мы представим усовершенствованную самосогласованную модель сверхпроводников с d-спариванием, а в разд. 2 исследуем с ее помощью спектр коллективных мод в ВТСП и СТФ. Отметим, что уже имеется аналогичная модель p-спаривания в сверхтекучем ^{3}He [3].

Исходная ферми-система в методе функционального интегрирования описывается антикоммутирующими функциями $\chi_s(\mathbf{x}, \tau), \bar{\chi}_s(\mathbf{x}, \tau)$, заданными в объеме $V = L^3$, и антипериодическими по времени τ с периодом $\beta = T^{-1}$. Здесь спиновый индекс $s = \pm$. Эти функции могут быть разложены в ряд Фурье:

$$\chi_s(x) = (\beta V)^{-1/2} \sum_p a_s(p) \exp \left(i(\omega\tau + \mathbf{kx})\right) , \quad (1)$$

где $p = (\mathbf{k}, \omega)$; $\omega = (2n + 1)\pi T$ — ферми-частоты, $x = (\mathbf{x}, \tau)$.

Рассмотрим функционал действия для взаимодействующей ферми-системы

$$S = \int_0^\beta d\tau\, d^3x \sum_s \bar{\chi}_s(x, \tau)\, \partial_\tau \chi_s(x, \tau) - \int_0^\beta H'(\tau)\, d\tau\,, \qquad (2)$$

соответствующий гамильтониану

$$H'(\tau) = \int d^3x \sum_s (2m)^{-1} \nabla \bar{\chi}_s(\mathrm{x}, \tau)\, \nabla \chi_s(\mathrm{x}, \tau) -$$

$$- (\lambda + s\mu_0 H)\, \bar{\chi}_s(\mathrm{x}, \tau)\, \chi_s(\mathrm{x}, \tau) +$$

$$+ \frac{1}{2} \int d^3x\, d^3y\, U(\mathrm{x} - \mathrm{y}) \times$$

$$\times \sum_{ss'} \bar{\chi}_s(\mathrm{x}, \tau)\, \bar{\chi}_{s'}(\mathrm{y}, \tau)\, \chi_s(\mathrm{y}, \tau)\, \chi_s(\mathrm{x}, \tau)\,. \qquad (3)$$

Для получения эффективного функционала действия используется метод разделения ферми-полей на «быстрые» и «медленные» с последующим последовательным интегрированием по этим полям. Быстрые поля χ_{1s}, $\bar{\chi}_{1s}$ определяются частью разложения (I) либо с частотами $|\omega| > \omega_0$, либо с импульсами $|k - k_F| > k_0$. Оставшаяся часть фурье-разложения $\chi_{0s} = \chi_s - \chi_{1s}$ определяет медленные поля χ_{0s}. Интегрируя по быстрым полям, получаем

$$\int \exp S\, D\bar{\chi}_{1s}\, D\chi_{1s} = \exp \widetilde{S}\left(\chi_{0s}, \bar{\chi}_{0s}\right). \qquad (4)$$

Наиболее общая форма S — это сумма форм четного порядка по полям χ_{0s}, $\bar{\chi}_{0s}$:

$$\widetilde{S} = \sum_{n=0}^{\infty} \widetilde{S}_{2n}\,. \qquad (5)$$

Пренебрегая несущественной константой $\widetilde{S}_0$ и членами шестого порядка и выше (это справедливо, когда слой $|k - k_F| < k_0$ достаточно узок), удержим лишь члены второго и четвертого порядков $\widetilde{S}_2$ и $\widetilde{S}_4$, соответственно описывающие невзаимодействующие квазичастицы вблизи поверхности Ферми и их парное взаимодействие:

$$\widetilde{S}_2 \approx \sum_{s,p} Z^{-1}\left(i\omega - c_F(k - k_F) + s\mu H\right) a_s^+(p) a_s(p)\,, \qquad (6)$$

$$\widetilde{S}_4 = -(\beta V)^{-1} \sum_{p_1+p_2=p_3+p_4} t\left(p_1, p_2, p_3, p_4\right) a_+^+(p_1) a_-^+(p_2) a_-(p_4) a_+(p_3) \qquad (7)$$

в случае синглетного спаривания.

В случае d-спаривания

$$t\left(p_1, p_2, p_3, p_4\right) = V\left(\hat{k}, \hat{k}'\right) = \sum_{m=-2}^{2} g_m\, Y_{2m}(\hat{k})\, Y^*_{2m}(\hat{k}')\,. \qquad (8)$$

Здесь $k_1 = k + q/2$, $k_2 = -k + q/2$, $k_3 = k' + q/2$, $k_4 = -k' + q/2$, $Y_{2m}(\hat{k})$ — сферические гармоники с $l = 2$.

В случае сферической симметрии, рассматриваемом здесь, имеется одна константа связи g. Менее симметричные случаи требуют введения нескольких констант связи $g_{|m|}$ (в случае кубической решетки таких констант связи будет две, а в случае гексагональной — три).

Для перехода к бозе-полям, описывающим куперовские пары квазифермионов у поверхности Ферми, поместим под знак интеграла по ферми-полям Гауссов интеграл по бозе-полям c_{ia}, c_{ia}^+:

$$\int dc_{ia}^+\, dc_{ia}\left[g^{-1} \sum_{p,i,a} c_{ia}^+(p)\, c_{ia}(p)\right]. \qquad (9)$$

В случае d-спаривания c_{ia} являются симметричными бесследовыми матрицами 3×3 и число степеней свободы c_{ia} равно $2\times(6-1) = 10$, в отличие от случая p-спаривания, где имеется произвольная матрица 3×3 и число степеней свободы c_{ia} равно $2\times3\times3 = 18$. Отметим, что число степеней свободы параметра порядка равно числу коллективных мод в каждой сверхпроводящей (сверхтекучей) фазе.

Произведя далее сдвиг в бозе-полях на квадратичную форму медленных полей, уничтожающий форму четвертого порядка, получим интеграл Гауссова типа по медленным полям, после взятия которого приходим к искомому эффективному функционалу действия

$$S_{\mathrm{eff}} = g^{-1} \sum_{p,i,a} c^{+}_{ia}(p)\, c_{ia}(p) + \frac{1}{2} \ln \det \frac{\hat{M}\left(c_{ia}, c^{+}_{ia}\right)}{\hat{M}\left(c^{(0)}_{ia}, c^{(0)+}_{ia}\right)}, \tag{10}$$

где $c^{(0)}_{ia}$ — конденсатное значение бозе-полей c_{ia}; $\hat{M}(c_{ia}, c^{+}_{ia})$ — матрица 4×4, зависящая от бозе-полей и параметров квазифермионов.

Как упоминалось выше, в случае d-спаривания число степеней свободы параметра порядка равно 10, т.е. мы должны иметь пять комплексных канонических переменных, в качестве которых естественно выбрать

$$c_1 = c_{11} + c_{22},\ c_2 = c_{11} - c_{22},\ c_3 = c_{12} + c_{21},\ c_4 = c_{13} + c_{31},\ c_5 = c_{23} + c_{32}.$$

В канонических переменных эффективное действие имеет следующий вид:

$$S_{\mathrm{eff}} = (2g)^{-1} \sum_{p,j} c^{+}_{j}(p)\, c_j(p) \left(1 + 2\delta_{j1}\right) + \frac{1}{2} \ln \det \frac{M\left(c^{+}_{j}, c_j\right)}{M\left(c^{+(0)}_{j}, c^{(0)}_{j}\right)}, \tag{11}$$

где

$$M_{11} = Z^{-1}\left(i\omega + \xi - \mu(\mathrm{H}\vec{\sigma})\right)\delta_{p_1 p_2}, \qquad M_{22} = Z^{-1}\left(-i\omega + \xi + \mu(\mathrm{H}\vec{\sigma})\right)\delta_{p_1 p_2},$$

$$\begin{aligned} M_{12} = M^{*}_{21} = (\beta V)^{-1/2}\left(\frac{15}{32\pi}\right)^{1/2} \Big[& c_1(1 - 3\cos^2\theta) + c_2 \sin^2\theta \cos^2\varphi + \\ & + c_3 \sin^2\theta \sin 2\varphi + c_4 \sin 2\theta \cos\varphi + c_5 \sin 2\theta \sin\varphi \Big]. \end{aligned} \tag{12}$$

Этот функционал определяет все свойства модельной системы—сверхпроводящей ферми-системы с d-спариванием.

2. Коллективные свойства высокотемпературных сверхпроводников и систем тяжелых фермионов

Мы используем полученный эффективный функционал действия для исследования спектра коллективных мод в ВТСП и СТФ. В первом приближении спектр определяется квадратичной частью эффективного функционала действия, получаемой в результате сдвига $c_{ia}(p) \to c_{ia}(p) + c^{(0)}_{ia}(p)$ в бозе-полях на конденсатную волновую функцию $c^{(0)}_{ia}(p)$, вид которой зависит от сверхпроводящей фазы. Спектр находится из уравнения $\det Q = 0$, где Q — матрица квадратичной формы.

Приведем результаты вычисления спектра коллективных мод для сверхпроводящих фаз, возникающих в симметрийной классификации ВТСП и СТФ.

Высокотемпературная сверхпроводимость. Были рассмотрены следующие состояния:

$$d_{x^2-y^2},\ d_{xy},\ d_{xz},\ d_{yz},\ d_{3z^2-r^2}.$$

В каждой из сверхпроводящих фаз было найдено пять высокочастотных мод, а также пять квазиголдстоуновских мод, энергии которых либо малы ($\sim 0{,}1\Delta_0$), либо равны нулю.

Приведем результаты для высокочастотных мод.

$$d_{3z^2-r^2}: \quad \begin{aligned} E_1 &= \Delta_0(2{,}0 - i\,1{,}65); \\ E_{2,3} &= \Delta_0(1{,}85 - i\,0{,}69); \\ E_{4,5} &= \Delta_0(1{,}64 - i\,0{,}50). \end{aligned}$$

$$d_{x^2-y^2}: \quad \begin{aligned} E_1 &= \Delta_0(1{,}88 - i\,0{,}79); \\ E_2 &= \Delta_0(1{,}66 - i\,0{,}50); \\ E_3 &= \Delta_0(1{,}14 - i\,0{,}68); \\ E_4 &= \Delta_0(1{,}13 - i\,0{,}71); \\ E_5 &= \Delta_0(1{,}10 - i\,0{,}65). \end{aligned}$$

$$d_{xy}: \quad \begin{aligned} E_1 &= \Delta_0(1{,}88 - i\,0{,}79); \\ E_2 &= \Delta_0(1{,}66 - i\,0{,}50); \\ E_3 &= \Delta_0(1{,}14 - i\,0{,}68); \\ E_4 &= \Delta_0(1{,}13 - i\,0{,}71); \\ E_5 &= \Delta_0(1{,}1 - i\,0{,}65). \end{aligned}$$

$$d_{xz}, d_{yz}: \begin{aligned} E_1 &= \Delta_0(1{,}76 - i\,1{,}1); \\ E_2 &= \Delta_0(1{,}70 - i\,0{,}48); \\ E_3 &= \Delta_0(1{,}20 - i\,0{,}98); \\ E_4 &= \Delta_0(1{,}13 - i\,0{,}73); \\ E_5 &= \Delta_0(1{,}04 - i\,0{,}83). \end{aligned}$$

Системы тяжелых фермионов. Для СТФ были рассмотрены три сверхпроводящих состояния: $d\gamma$ с щелью в ферми-спектре

$$\Delta(T) = \Delta_0(T)\left[\exp\left(\frac{4\pi i}{3}\right)\hat{k}_x^2 + \exp\left(\frac{2\pi i}{3}\right)\hat{k}_y^2 + \hat{k}_z^2\right],$$

$Y_{2,-1}$ с щелью $\Delta(T) = \Delta_0(T)\sin 2\theta \exp(-i\varphi)$ и фаза

$$c_{ij} \sim \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

с щелью $\Delta(T) = \Delta_0(T)\sin^2\theta$. Результаты для высокочастотных мод имеют вид

$$1) \quad d\gamma: \begin{aligned} E_1 &= \Delta_0(1{,}66 - i\,0{,}50); \\ E_2 &= \Delta_0(1{,}45 - i\,0{,}48); \\ E_3 &= \Delta_0(1{,}24 - i\,0{,}64); \\ E_4 &= \Delta_0(1{,}21 - i\,0{,}60); \\ E_5 &= \Delta_0(1{,}19 - i\,0{,}60) \end{aligned}$$

$$2) \quad Y_{2,-1},\ \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}: \begin{aligned} E_{1,2} &= \Delta_0(1{,}93 - i\,0{,}41); \\ E_3 &= \Delta_0(1{,}62 - i\,0{,}75); \\ E_{4,5} &= \Delta_0(1{,}59 - i\,0{,}83). \end{aligned}$$

Заключение

В данной работе в рамках модели сверхпроводников с d-спариванием, построенной методом функционального интегрирования, исследован спектр коллективных мод в пяти фазах ВТСП и трех фазах СТФ. Получено пять высокочастотных мод в каждой из фаз. Результаты могут быть полезными при определении параметра порядка и типа спаривания в ВТСП и СТФ, а также при интерпретации ультразвуковых и микроволновых экспериментов в этих системах. Двухмерный аналог данной модели представлен для плоскостей CuO_2 — общего структурного фактора ВТСП — в работе [4].

1. D. Pines, *Physica* C235–240, 113 (1994).
2. P. N. Brusov and N. P. Brusova, *Physica* B194–196, 1429 (1994).
3. П. Н. Брусов, В. Н. Попов, *Сверхтекучесть и коллективные свойства квантовых жидкостей*, Наука, Москва (1988).
4. P. N. Brusov and N. P. Brusova, *J. Low Temp. Phys.* **101**, 1 (1995).

Collective properties of superconductors with d-pairing

P. N. Brusov, N. P. Brusova, and P. P. Brusov

The model of d-pairing for superconductive and superfluid Fermi-systems (HTSC and heavy fermion systems (HFS) and quantum liquids) has been constructed by the path integration method. Using the model, the spectrum of collective excitations has been investigated for all superconductive states of HTSC and HFS, appearing in their symmetry classification. The spectrum consists of 10 mods in each phase 5 of which are high frequency while other 5 are quasi-Goldstone (or Goldstone) ones. The results obtained may be helpful in determining the type of pairing and the order parameter of HTSC and HFS from the measurements of ultrasonic and microwave absorption as well as in interpreting these experiments.