

О возникновении резистивного состояния в мейсснеровской фазе сверхпроводников при изменении температуры в области ниже критической

Н. Б. Брандт, Г. А. Миронова, В. В. Ржевский

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Россия, 119899, г. Москва, Воробьевы горы
E-mail: rzhevski@mig.phys.msu.su*

Статья поступила в редакцию 22 сентября 1997 г., после переработки 19 марта 1998 г.

Показано, что при повышении температуры в области ниже критической в мейсснеровской фазе сверхпроводников возникает резистивное состояние, которое можно обнаружить, измеряя изменение величины замороженного магнитного поля в полых цилиндрических образцах мезоскопических размеров при их нагреве в сверхпроводящем состоянии. Из-за квантования магнитного потока уменьшение магнитного поля при нагреве должно иметь ступенчатый характер.

Показано, що при підвищенні температури в області нижче критичної в мейсснерівській фазі надпровідників виникає резистивний стан, який можливо виявити шляхом вимірювання зміни величини замороженого поля в порожнистих циліндричних зразках мезоскопічних розмірів при їх нагріванні у надпровідному стані. Через квантування магнітного потоку зменшення магнітного поля при нагріві повинно мати ступеневий характер.

PACS: 74.20.De, 74.25.Na, 74.55.+h

Как было показано Горьковым [1], параметр порядка Ψ в теории Гинзбурга–Ландау связан с величиной энергетической щели Δ в теории БКШ в чистых сверхпроводниках (с длиной свободного пробега электронов в нормальном состоянии l много больше длины когерентности ξ) соотношением

$$\Psi(T) = \left[\frac{8,4 m v_F^2 N(0)}{2\pi^2 k_B^2 T_c^2} \right]^{1/2} \Delta(T), \quad (1)$$

справедливым при $T \rightarrow T_c$. Здесь m — масса электрона; v_F — фермиевская скорость; $N(0)$ — плотность электронных состояний на уровне Ферми; k_B — постоянная Больцмана; T_c — температура перехода в сверхпроводящее состояние. В теории Гинзбурга–Ландау квадрат модуля параметра порядка определяет плотность сверхпроводящих электронов n_s : $|\Psi|^2 = n_s/2$. Под «сверхпроводящими» подразумеваются

электроны, которые создают сверхпроводящий ток

$$\mathbf{j}_s = n_s e \mathbf{v}_s, \quad (2)$$

где e — заряд; \mathbf{v}_s — скорость упорядоченного движения электронов, создающих сверхпроводящий ток. Подставляя в (1) выражение для электронной плотности в нормальном состоянии

$$N(0) = \frac{8\sqrt{2\pi} m^{3/2} \epsilon_F^{1/2}}{(2\pi\hbar)^3} \quad (3)$$

и учитывая, что концентрация электронов

$$n_0 = 2 \cdot \frac{4}{3} \frac{\pi p_F^3}{(2\pi\hbar)^3},$$

$p_F = m v_F$ — импульс Ферми, получаем выражение, определяющее температурную

зависимость концентрации сверхпроводящих электронов вблизи T_c :

$$n_s(T) \approx n_0 \frac{\Delta^2(T)}{k_B^2 T_c^2}. \quad (4)$$

Аналогичная (1) зависимость для грязных сверхпроводников ($l < \xi$) имеет вид

$$\Psi_d(T) = \left[\frac{\pi m v_F N(0) l}{12 \hbar k_B T_c} \right]^{1/2} \Delta(T) \quad (5)$$

и соответственно

$$n_s(T) \approx n_0 \frac{l}{\hbar v_F} \frac{\Delta^2(T)}{k_B T_c}. \quad (6)$$

С другой стороны, из экспериментальных данных следует, что при $T \ll T_c$ концентрация электронов n_s практически совпадает с n_0 для сверхпроводников лондоновского типа (у которых длина когерентности ξ много меньше глубины проникновения λ_L магнитного поля в сверхпроводник) и имеет порядок величины $n_0 \lambda_p / \xi$ для сверхпроводников пиппардовского типа (у которых глубина проникновения λ_p меньше ξ). Таким образом, концентрация сверхпроводящих электронов при повышении температуры уменьшается от значения $\sim n_0$ при $T \ll T_c$ до нуля при $T = T_c$. Приближенный вид этой зависимости приведен на рис. 1.

Рассмотрим сверхпроводник, через который при $T \ll T_c$ течет ток j_s , созданный внешним источником. При этом в токе участвуют электроны с концентрацией $n_{s_0} \sim n_0$, движущиеся со

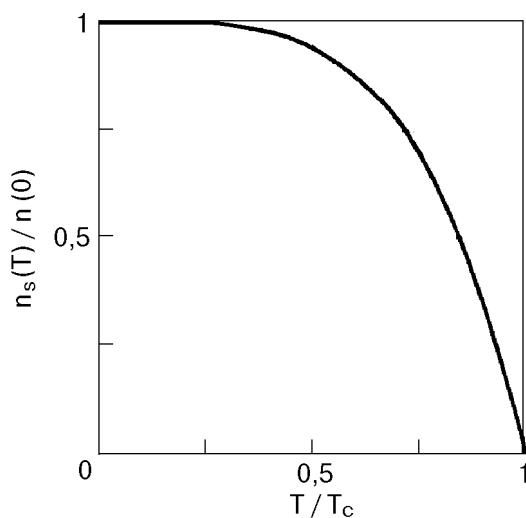


Рис. 1. Зависимость относительного изменения концентрации сверхпроводящих электронов от относительной температуры.

скоростью v_{s_0} (2). При повышении температуры концентрация сверхпроводящих электронов уменьшается. Часть электронов, участвующих в создании сверхпроводящего тока (δn_s), теряет скорость v_{s_0} и передает кинетическую энергию, которая выделяется в виде джоулева тепла, кристаллической решетке. Кроме того, чтобы величина тока не изменилась, в сверхпроводнике возникает электрическое поле, ускоряющее оставшиеся сверхпроводящие электроны. В результате при повышении температуры должно появиться резистивное состояние, характеризующееся отличным от нуля электрическим сопротивлением.

Чтобы оценить величину возникающего удельного сопротивления ρ , будем считать, что вся кинетическая энергия электронов в единице объема $\delta n_s m v_s^2 / 2$ за время нагрева t выделяется в виде джоулева тепла:

$$\delta n_s \frac{m v_s^2}{2} \sim (n_s e v_s)^2 \rho t.$$

Считая, что $\delta n_s \sim n_s$, находим $\rho \cong m / 2 n_s e^2 t$.

При времени нагрева $t \cong 1$ с сопротивление ρ составляет 10^{-16} Ом·м, что в 10^8 раз меньше, чем сопротивление меди при комнатной температуре. Эта величина столь мала, что практически может не приниматься во внимание. Возможно, по этой причине такой эффект, насколько нам известно, нигде не рассматривался. Однако в сверхпроводящих замкнутых системах мезоскопических размеров возникновение резистивного состояния при повышении температуры может наблюдаться и иметь существенное значение.

Рассмотрим длинный полый сверхпроводящий цилиндр радиусом R с толщиной стенок d больше глубины проникновения λ магнитного поля в сверхпроводник. При $T_1 \ll T_c$ индуцируем в цилиндре сверхпроводящий ток с плотностью много меньше плотности критического тока при этой температуре (для этой цели образец охладим до температуры T_1 в постоянном внешнем магнитном поле, после чего магнитное поле выключим). Этот ток создает внутри цилиндра магнитное поле напряженностью H_1 , также много меньшей значения критического поля $H_c(T_1)$. Будем теперь нагревать цилиндр до температуры T_2 , при которой величина поля H_2 остается меньше $H_c(T_2)$ при этой температуре. При нагреве уменьшение концентрации сверхпроводящих электронов $n_s(T)$ приводит к уменьшению плотности сверхпроводящего тока и соответственно напряженности поля H внутри

цилиндра. Изменение поля вызывает появление эдс индукции, которая ускоряет сверхпроводящие электроны и одновременно одночастичные элементарные возбуждения, концентрация которых увеличивается при повышении температуры. Поскольку на оба этих процесса расходуется энергия магнитного поля, его величина уменьшается. Возможную величину уменьшения поля $\delta H = H(T_1) - H(T_2)$ можно оценить, сравнивая изменение энергии магнитного поля E_H внутри цилиндра с изменением энергии тока E_J из-за указанных выше процессов. На единицу длины цилиндра:

$$E_H = \int \frac{H^2(T_1)}{8\pi} dS; E_J = \int n_s(T_1) \frac{mv_s^2}{2} dS; \quad (7)$$

$$A = \frac{E_J}{E_H} = \frac{2\lambda}{R} \left(1 - \exp\left(-\frac{2d}{\lambda}\right) \right). \quad (8)$$

Из энергетического баланса и соотношения (8) следует, что изменения величины поля и концентрации сверхпроводящих электронов связаны соотношением (мы предполагаем, что изменения поля и тока малы по сравнению с первоначально заданными значениями)

$$\frac{\delta H}{H(T_1)} \sim A \frac{\delta n_s}{n_s(T_1) - \delta n_s}. \quad (9)$$

Таким образом, уменьшение концентрации сверхпроводящих электронов при повышении температуры от T_1 до T_2 должно сопровождаться уменьшением напряженности магнитного поля в полости цилиндра.

Если теперь понижать температуру с T_2 до T_1 , то концентрация создающих сверхпроводящий ток электронов, соответствующая температуре T_2 , должна сохраняться постоянной. Поэтому при последующих циклах охлаждения и нагрева величина поля $H(T_2)$ не должна изменяться.

На справедливость этого предположения указывает следующее. Рассмотрим

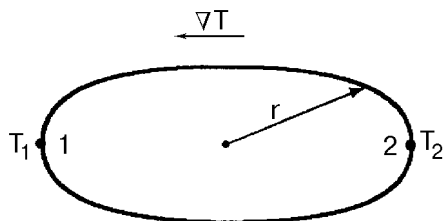


Рис. 2. Кольцо, в плоскости которого создан градиент температуры: в точке 1 поддерживается температура T_1 , в точке 2 — температура T_2 ($T_1 < T_2$). Обе температуры меньше критической ($T_1, T_2 < T_c$).

сверхпроводящее кольцо макроскопических размеров с циркулирующим сверхпроводящим током, в плоскости которого создан градиент температуры (рис. 2). В точке 1 поддерживается температура T_1 , меньшая, чем T_2 в точке 2 ($T_1 < T_2$). Обе температуры меньше T_c .

Предположим, что сверхпроводящий ток в каждой точке кольца создается равновесной концентрацией сверхпроводящих электронов, отвечающей температуре в данной точке. Тогда при движении сверхпроводящих электронов от точки 1 к точке 2 в результате уменьшения их концентрации должна происходить (так же, как при нагреве) диссипация энергии, т.е. ток в сверхпроводящем кольце при создании ∇T должен затухать. Время затухания тока можно оценить по формуле

$$\Delta t = \frac{\Delta i}{i} \frac{L}{R}. \quad (10)$$

Для кольца диаметром $2r = 5$ см и радиусом сечения $a = 10^{-2}$ см коэффициент самоиндукции L равен ($r \gg a$)

$$L = \mu_0 r [\ln(r/a) + 0,23],$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ В·с/А. Сопротивление кольца $R = \rho l/S$ может быть оценено по формуле (7), если в ней заменить время нагрева t на время движения сверхпроводящих электронов из точки 1 в точку 2. Полагая среднюю скорость движения сверхпроводящих электронов $v_s = 10^3$ см/с, находим, что сверхпроводящий ток i уменьшается в два раза за время $t \cong 10^2$ с. В то же время из экспериментов, в которых исследовался эффект термоэдс в сверхпроводящем кольце с градиентом температуры [2], следует, что сверхпроводящий ток в кольце не затухает заметно за времена во много раз большие чем $\cong 10^2$ с.

Таким образом, предположение о том, что ток в каждой точке кольца определяется равновесной концентрацией сверхпроводящих электронов при соответствующей температуре, приводит к противоречию с экспериментальными данными. По-видимому, следует считать, что ток в кольце с градиентом температуры определяется в любой его точке значением наименьшей концентрации сверхпроводящих электронов, соответствующей наибольшей температуре T_2 . Поскольку эта концентрация при движении электронов от точки 1 к точке 2 не меняется, никакой диссипации энергии в кольце не происходит и сверхпроводящий ток независимо от наличия

градиента температуры в плоскости кольца циркулирует без затухания.

В этом случае при температуре T_1 возникает интересная ситуация: сверхпроводящий ток создается только частью сверхпроводящих электронов. Другая их часть, равная $n_s(T_1) - n_s(T_2)$, в сверхпроводящем токе участия не принимает, и их суммарный импульс остается равным нулю. Это эквивалентно тому, что сверхпроводящая жидкость при охлаждении расслаивается на токнесущую и «неподвижную» компоненты.

Для наблюдения резистивного состояния должны выполняться два условия. Во-первых, величина изменения поля δH должна быть достаточно велика, чтобы ее можно было измерить. Эта величина зависит, в частности, от радиуса цилиндра R и возрастает при его уменьшении (см. (9)). Однако при уменьшении R становится существенным эффект квантования магнитного потока, проходящего через цилиндр. Поэтому вторым условием должно быть требование, чтобы $H(T_1)$ превышало величину поля $H_0(T) \approx \Phi_0 / \pi(R + \lambda(T))^2$, соответствующего одному кванту магнитного потока $\Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-7}$ Гс·см². Оценим теперь ожидаемую величину эффекта в реальных сверхпроводниках. По-видимому, одними из подходящих веществ являются Ta ($T_c = 4,48$ К, $H_c(0) = 830$ Гс, $\lambda(0) = 5,4 \cdot 10^{-6}$ см) и Nb ($T_c = 9,46$ К, $H_c(0) = 1944$ Гс, $\lambda(0) = 4,7 \cdot 10^{-6}$ см). Будем считать, что толщина стенок цилиндра $d > \lambda$. Тогда экспоненциальным членом в (8) можно пренебречь. Пусть $R = 2 \cdot 10^{-4}$ см, тогда $H_0 \approx 2$ Гс. Для Ta при $\delta n_s / n_s(T_1) \approx 1/2$ и $H(T_1) \approx 100$ Гс, изменение поля $\delta H \approx H(T_1) \times (2\lambda/R) \{ \delta n_s / [n_s(T_1) - \delta n_s] \} \approx 5$ Гс. Для Nb величина замороженного поля $H(T_1)$ может быть выбрана порядка 200 Гс. При этом при той же геометрии ($H_0 \approx 2$ Гс) $\delta H \approx 10$ Гс.

При определении характера зависимости поля $H(T_1)$ от температуры надо иметь в виду следующее. Концентрация сверхпроводящих электронов при повышении температуры изменяется монотонно (рис. 1). Этому уменьшению $n_s(T)$, независимо от эффекта квантования магнитного потока, должно соответствовать монотонное увеличение глубины проникновения магнитного поля λ в сверхпроводник. Но, поскольку поток через цилиндр $\Phi = \Phi_0 n$ (n — целое число) может меняться только квантами и при заданном n поток должен сохранять постоянное значение, увеличение λ при нагреве должно сопровождаться уменьшением напряженности поля во внутренней

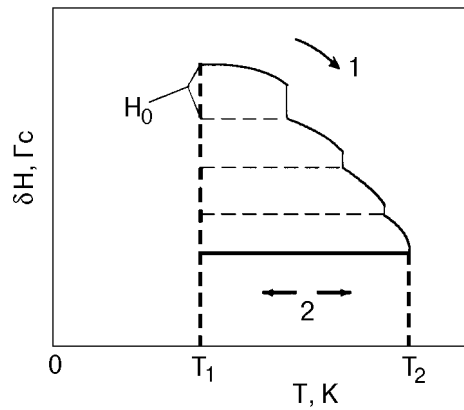


Рис. 3. Ожидаемый характер изменения замороженного магнитного поля $\delta H(T)$ в образце при нагреве (кривая 1) и последующих циклах охлаждения и нагрева (кривая 2) в интервале температур $T_1 - T_2$.

полости цилиндра. Таким образом, при нагреве образца при каждом значении n напряженность поля $H(T)$ должна монотонно уменьшаться, а при изменении n на единицу испытывать скачок, при этом величина каждого последующего скачка меньше предыдущего. На рис. 3 изображен ожидаемый характер изменения величины замороженного поля при нагреве образца от T_1 до T_2 (кривая 1) и последующих циклах охлаждения и нагрева (кривая 2). Форма ступенек существенно зависит от отношения λ/R : они будут плоскими при $\lambda/R \ll 1$ и выпуклыми при $\lambda/R \sim 1$.

Подчеркнем, что такой вид изменения величины магнитного поля в цилиндре можно наблюдать только при первом цикле нагрева образца от температуры T_1 до T_2 . При последующих циклах охлаждения и нагрева резистивное состояние не возникает, поэтому напряженность магнитного поля внутри цилиндра остается постоянной (кривая 2). При указанных выше параметрах образцов число ступенек на кривой 1 для Ta должно быть около трех, для Nb — около шести. Заметим, что рассматриваемый эффект нелинейно зависит от величины $\delta n_s / n_s(T_1)$. Например, при $\delta n_s / n_s(T_1) \sim 2/3$ приведенные оценки δH увеличиваются в два раза.

Таким образом, предлагается эксперимент, позволяющий наблюдать новый эффект — появление конечного сопротивления в мейсснеровской безвихревой фазе сверхпроводников при повышении температуры в области значений температур, магнитного поля и сверхпроводящего тока существенно меньше критических. Показано, что в образцах

мезоскопических размеров этот эффект становится настолько большим, что его можно наблюдать, измеряя величину магнитного поля, замороженного в сверхпроводящем полом цилиндра. При этом зависимость изменения поля от температуры при первом цикле нагрева имеет

ступенчатый характер. Это само по себе представляет интерес как новый метод определения величины кванта магнитного потока.

1. Л. П. Горьков, *ЖЭТФ* **37**, 1918 (1959).
2. В. Л. Гинзбург, *УФН* **161**, 1 (1991).

**On the occurrence of a resistive state
in the Meissner phase of superconductors
with increasing temperature
in the range less than the critical one**

N. B. Brandt, G. A. Mironova, and V. V. Rzhevskii

It is shown that in the Meissner phase of superconductors a resistive state arises as a temperature

below of the critical one is increased. It can be detected by measuring variations in frozen magnetic field in mesoscopic hollow cylindric samples on heating in the superconducting state. Owing to a quantization of magnetic flow a decrease of the magnetic field in this case is supposed to be stepwise.