Физика низких температур, 1995, т. 21, № 4, с. 431–440 УДК 537.622.4

Динамика ансамбля вихрей в сильно анизотропных планарных ферромагнетиках со спином $s = 1$

Б. А. Иванов

Институт металлофизики НАН Украины, Украина, 252142, г. Киев, пр. Вернадского, 36

Д. Д. Шека

Киевский университет, Украина, 252127, г. Киев, пр. Глушкова, 2, корп. 5

Статья поступила в редакцию 29 августа 1994 г., после переработки 15 ноября 1994 г.

Рассмотрена динамика внутриплоскостного вихря в сильно анизотропном планарном ферромагнетике (ПФМ) со спином $s = 1$ и сильными эффектами квантового сокращения спина во внешнем магнитном поле **H**, перпендикулярном легкой плоскости. Обсуждаются структура, динамика и релаксация таких вихрей. Построены эффективные уравнения движения для координат вихрей в ансамбле взаимодействующих вихрей, существующем в ПФМ выше точки топологического фазового перехода. Вычислена среднеквадратичная скорость движения вихрей. Рассчитаны компоненты динамического структурного фактора ПФМ в присутствии магнитного поля.

Розглянуто динаміку внутрішньоплощинного вихора в сильно анізотропному планарному феромагнетику (ПФМ) із спіном $s = 1$ та сильними ефектами квантового скорочення спіну у зовнішньому магнітному полі **H**, перпендикулярному легкій площині. Обговорюються структура, динаміка та релаксація таких вихорів. Побудовано ефективні рівняння руху для координат вихорів у ансамблі взаємодіючих вихорів, який існує у ПФМ вище точки топологічного фазового переходу. Обчислено середньоквадратичну швидкість руху вихорів. Розраховано компоненти динамічного структурного фактора ПФМ в присутності магнітного поля.

Внутриплоскостные вихри в ферромагнетиках

Хорошо известно, что в двумерных ($2D$) легкоплоскостных магнетиках топологические солитоны типа магнитных вихрей играют роль элементарных возбуждений. Вихри определяют разрушение квазидальнего порядка (переход Березинского—Костерлица—Таулесса [1,2]) и приводят к возникновению центрального пика (ЦП) в корреляционных функциях [3–15]. Эффекты центрального пика наблюдались экспериментально в магнетиках $BaNi_2(PO_4)_2$ [6], Rb_2CrCl_4 [7] и $CoCl_2$ [8], описывались теоретически [3,9–15] как аналитически, так и с использованием численного моделирования. Отметим, что в эксперименте (как реальном, так и численном) энергия легкоплоскостной анизотропии могла быть сравнимой с энергией обменного взаимодействия, в то время как при аналитическом описании использовались вихревые решения, полученные для слабо анизотропных гейзенберговских магнетиков на основе уравнения Ландау—Лифшица.

При всех значениях константы анизотропии для магнитных вихрей характерно, что вдали от центра вихря намагниченность лежит в легкой плоскости (плоскость xy) и определяется формулами

$$M_z = M_0 \cos\varphi \ , \ M_y = M_0 \sin\varphi \ , \qquad (1)$$
$$\varphi = \varphi_0 + \nu\chi \ , \quad r \to \infty \ ,$$

где M_0 отвечает номинальному (равновесному) значению намагниченности; $\varphi_0 = \text{const}$; r, χ — полярные координаты в плоскости магнетика; целое число ν определяет топологический заряд вихря. (Предполагается, что центр вихря совпадает с центром полярной системы координат.) Таким образом, при обходе вокруг вихря по замкнутому контуру намагниченность разворачивается в легкой плоскости на угол $2\pi\nu$. Простейший анализ [16] показывает, что для гейзенберговского ферромагнетика ($M_x^2 + M_y^2 + M_z^2 = M_0^2 = \text{const}$) в этом случае в центре вихря вектор **M** должен быть ортогонален легкой плоскости. Динамика таких вихрей (внеплоскостных вихрей) была рассмотрена Никифоровым и Сониным [17]. Как показано в [17], такой вихрь может двигаться только в том случае, когда в магнетике существует постоянное значение $\nabla\varphi$, причем скорость вихря $\mathbf{v} \propto \nabla\varphi$. Это свойство (вмораживание вихря в конденсат, по терминологии [17]) определяет основные особенности динамики ансамбля вихрей, в частности значение среднеквадратичной скорости вихрей [3].

© Б. А. Иванов, Д. Д. Шека, 1995

Достаточно очевидно, что при увеличении энергии анизотропии вихрь с выходом намагниченности из легкой плоскости становится все менее выгодным энергетически. Учитывая условие непрерывности намагниченности, получаем, что в альтернативном варианте в центре вихря ($r = 0$) длина намагниченности должна обращаться в нуль (см. ниже). Таким образом, для описания внутриплоскостных вихрей в рамках модели, исходящей из рассмотрения намагниченности как непрерывной функции координат, необходимо учитывать изменение намагниченности по длине.

Как внеплоскостные, так и внутриплоскостные вихри наблюдались в численных экспериментах [10–15,18]. Оказалось, что внеплоскостные вихри устойчивы только при достаточно слабой анизотропии, когда $\lambda \in (\lambda_c, 1)$, а внутриплоскостные — при $\lambda \in (0, \lambda_c)$, где λ характеризует магнитную анизотропию; величина $1 - \lambda$ определяет отношение константы анизотропии к обменному интегралу; λ_c — критическое значение этой постоянной, которое зависит от формы магнитной решетки [10,18]. По последним данным Вайсина [19], для квадратной решетки $\lambda_c \approx 0{,}72$, а для гексагональной и треугольной значения критического параметра $\lambda_c \approx 0{,}86$ и $0{,}62$ соответственно. В численном анализе использовалась, естественно, дискретная модель, в которой условие $M = 0$ в центре вихря не является необходимым, так как центр вихря при численном моделировании попадает в точку, не совпадающую с узлом решетки. При этом для всех узлов решетки можно считать, что длина спина постоянна. В этом случае, конечно, проблема сингулярности не возникает. Однако для макроскопического описания внутриплоскостных вихрей на основе дифференциальных, а не разностных уравнений необходимо использовать вихревые решения с $|\mathbf{M}| = 0$ в центре вихря. Сокращение длины намагниченности, в принципе, не противоречит феноменологической теории магнетизма. Оно может быть вызвано как тепловыми, так и квантовыми флуктуациями и описано на основе феноменологического выражения для энергии магнетика с учетом энергии обмена $W_e = f(|\mathbf{M}|)$ [20]. Рассмотрение не зависит от физической причины сокращения спина (квантовые или тепловые флуктуации) и определяется лишь видом функции $f(|\mathbf{M}|)$. Булаевский и Гинзбург [21] исследовали доменные стенки, в которых намагниченность изменяется по длине, и показали, что такие стенки энергетически выгодны вблизи точки Кюри. Доменные стенки такого типа в магнетиках с квантовым сокращением спина рассматривались в [22,23]. В работах [24,25] получено решение для точечной особенности («ежа») поля намагниченности с $|\mathbf{M}| = 0$ в центре, описывающее блоховскую точку. Таким же образом можно исследовать и статический вихрь поля намагниченности. Анализ статических свойств проводится одинаковым образом как для случаев теплового, так и квантового сокращения $\mathbf{M}$. Однако мы покажем, что динамические свойства вихрей в этих случаях принципиально отличаются.

При описании динамики намагниченности в гейзенберговских ферромагнетиках, для которых учет квантовых флуктуаций спина не очень важен, при конечных температурах используются уравнения Ландау—Лифшица [20]. Однако эти уравнения, как правило, не могут описывать изменение модуля вектора намагниченности во времени. Действительно, даже при учете релаксационных слагаемых в форме Ландау—Лифшица или Гильберта эти уравнения имеют локальный интеграл движения: $\partial \mathbf{M}^2 / \partial t = 0$. Уравнению Ландау—Лифшица не противоречит статическое решение с $\mathbf{M}^2 = M^2(\mathbf{r}) \neq \text{const}$, $M(0) = 0$, описывающее покоящийся вихрь. Однако, в силу соотношения $\partial \mathbf{M}^2(\mathbf{r}) / \partial t = 0$, описание движения внутриплоскостного вихря в рамках этого уравнения невозможно. Заметим, что даже в предложенной Барьяхтаром [26] обобщенной версии уравнения Ландау—Лифшица, в которой локальный интеграл движения $\mathbf{M}^2$ разрушается, ситуация с движением внутриплоскостного вихря несущественно изменяется. Действительно, в соответствии с уравнением в [26] величина $\partial \mathbf{M}^2(\mathbf{r}) / \partial t$ не равна нулю, но ее изменение имеет чисто релаксационную природу. Величина $\partial \mathbf{M}^2 / \partial t$ мала в меру малости обменной релаксационной константы λ_e. Поскольку $\lambda_e \propto T^2$ [27], скорость вихря должна стремиться к нулю при понижении температуры T, в то время как в численных экспериментах [12] среднеквадратичная скорость ансамбля внутриплоскостных вихрей была даже больше, чем внеплоскостных. Таким образом, при описании в рамках уравнения Ландау—Лифшица динамика вихрей должна быть чисто диффузионной (передемпфированной). Подробное обсуждение этой проблемы выходит за рамки настоящей работы.

Обсудим ситуацию для магнетиков с сильными эффектами квантового сокращения спина. Для сильно анизотропных магнетиков справедливость уравнения Ландау—Лифшица не доказана. Более того, существует ряд результатов, противоречащих этому уравнению. В качестве примера приведем ферромагнетик (ФМ) со спином $s = 1$ и сильной одноионной анизотропией, близкой к легкоплоскостной, так называемый планарный ферромагнетик (ПФМ).

Статические и динамические свойства ПФМ изучались в ряде работ [28–31] (см. также обзорную работу Локтева и Островского [32]) на основе

гейзенберговского гамильтониана с одноионной анизотропией

$$\hat{H} = -\sum_{\langle l, l' \rangle} J(\mathrm{l}-\mathrm{l}')\mathbf{S}_l\mathbf{S}_j + B\sum_l (\mathbf{S}_l\,\mathbf{e}_z)^2 - g\mu_0\sum_l (\mathbf{S}_l\,\mathbf{H}) \ , \qquad (2)$$

где J — обменный интеграл; $\mathbf{S}_l$ — оператор спина в l-м узле; B — константа одноионной анизотропии; $\mathbf{H}$ — магнитное поле; $\langle l, l' \rangle$ обозначает суммирование по ближайшим соседям. В такой спиновой модели были предсказаны интересные эффекты, обусловленные квантовыми флуктуациями и отсутствующие для гейзенберговских ферромагнетиков. Так, например, в ПФМ возникают немагнитные (квадрупольные) фазы с нулевым средним значением спина (но с отличным от нуля средним значением билинейных комбинаций проекций спина), дополнительные ветви магнонов [28,29], солитоны (доменные стенки и вихри) с изменением намагниченности по длине [23,30,33]. В частности, для ПФМ существуют точные решения типа внутриплоскостных вихрей [23]. Предварительное исследование динамических свойств таких вихрей показало [31], что они существенно отличаются от свойств внеплоскостных вихрей в слабо анизотропных ферромагнетиках: их динамика не имеет отмеченного выше диффузионного характера, как в обычных слабо анизотропных ферромагнетиках.

Таким образом, имеются два типа моделей, приводящих к существованию внутриплоскостных вихрей. В одной из них, описывающей «обычный» гейзенберговский ферромагнетик, сокращение намагниченности по длине обусловлено в основном тепловыми флуктуациями. Динамика намагниченности для этой модели может быть описана на основе модифицированного уравнения Ландау—Лифшица с «обменным» релаксационным членом в форме, представленной в [26], а движение вихрей имеет релаксационный характер. В другой модели, определяющей свойства квантовых ПФМ, описание динамики намагниченности не может быть проведено на основе уравнений Ландау—Лифшица и требует специального анализа. Подчеркнем, что для обеих моделей могут быть выполнены условия применимости макроскопического описания (длинноволновое приближение), формулируемое в виде неравенства $\Delta >> a$, где Δ — размер кора вихря; a — межатомное расстояние. Для обоих ферромагнетиков это условие может быть записано в виде $\langle M \rangle << M_0$, где $\langle M \rangle$ — среднее значение намагниченности; M_0 — ее номинальное значение. Для «классического» ПФМ оно выполняется вблизи точки Кюри, для квантового ПФМ — вблизи перехода в квадрупольную фазу (см. ниже).

В настоящей работе исследуется структура внутриплоскостных вихрей и их динамические свойства для квантовых ПФМ, находящихся вблизи перехода от упорядоченной к квадрупольной фазе, когда роль квантового сокращения спина наиболее существенна. Мы проведем исследование перехода Березинского—Костерлица—Таулесса (БКТ) для таких магнетиков. На основе анализа динамики ансамбля таких вихрей, находящихся в состоянии теплового равновесия, будет вычислен вклад газа вихрей в динамический структурный фактор (ДСФ) магнетика выше точки перехода БКТ.

Физическая модель

Динамика намагниченности в сильно анизотропном ПФМ может быть описана на основе лагранжиана для компонент проекций среднего спина на легкую плоскость xy. Для модели чисто одноосного ПФМ вблизи фазового перехода от магнитной фазы к квадрупольной этот лагранжиан был получен в [30,33] различными методами из микроскопического гамильтониана (2). Учет магнитного поля был проведен в работе [31]. С использованием параметризации $s_x = s\cos\varphi$, $s_y = s\sin\varphi$ он может быть записан в виде

$$L = \frac{IR_0^2}{2a^2}\int d^2x\left\{\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 - (\nabla s)^2 - \frac{(s^2 - s_0^2)^2}{R_0^2} + s^2\left[\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} - gH\right)^2 - (\nabla\varphi)^2\right]\right\} . \qquad (3)$$

Здесь $I = \Sigma_l J(\mathrm{l})$ — среднее значение обменного интеграла; R_0 — характерный масштаб длины, значение которого определяется формулой $R_0^2 = \Sigma_l J(\mathrm{l})\mathrm{l}^2/2I$; $s_0 = (1 - B^2/16I^2)^{1/2} << 1$ — равновесное значение среднего спина при $H = 0$; $c = (R_0/4\hbar)(BI)^{1/2}$ — характерная скорость, совпадающая с фазовой скоростью спиновых волн линейной теории, вблизи перехода $B \approx 4I$ и $c \approx IR_0/2\hbar$; $\mathbf{H}$ — магнитное поле, перпендикулярное легкой плоскости (при другом направлении поля снимается вырождение по ориентации намагниченности в легкой плоскости и решение типа вихря не существует).

Используя лагранжиан (3), можно получить выражения для интегралов движения поля намагниченности ПФМ (энергии и импульса):

$$E = \frac{IR_0^2}{2a^2}\int d^2x\left\{\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 + (\nabla s)^2 + \frac{(s^2 - s_0^2)^2}{R_0^2} + s^2\left[\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)^2 + (\nabla\varphi)^2\right]\right\}, \quad (4)$$

$$\mathrm{P} = \int d^2x\,(\mathrm{p}_{LI} + \mathrm{p}_g)\,, \quad (5)$$

где

$$\mathrm{p}_{LI} = -\frac{IR_0^2}{a^2c^2}\left[\nabla s\frac{\partial s}{\partial t} + s^2\nabla\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right],$$

$$\mathrm{p}_g = \frac{IR_0^2}{a^2c^2}gHs^2\nabla\varphi\,.$$

Слагаемое с p_{LI} соответствует обычному лоренц-инвариантному (ЛИ) члену, а гироскопическое слагаемое p_g обусловлено наличием в лагранжиане слагаемого, линейного по $\partial\varphi/\partial t$ и магнитному полю.

Как мы убедимся ниже, при описании динамики внутриплоскостных вихрей и их ансамблей важен учет вязкого трения вихря. Учет диссипативных процессов может быть проведен на основе записи диссипативной функции $Q(\mathrm{m}, \dot{\mathrm{m}})$ и замены лагранжевых уравнений $\delta L/\delta\theta = 0$ и $\delta L/\delta\varphi = 0$ на уравнения с диссипативными членами $\delta L/\delta\theta - \delta Q/\delta\dot{\theta} = 0$ и $\delta L/\delta\varphi - \delta Q/\delta\dot{\varphi} = 0$.

Для записи диссипативной функции учтем динамическую симметрию системы (для гейзенберговских магнетиков эти идеи развивались Барьяхтаром [26,34–38]). В модели ПФМ, описывающейся гамильтонианом (2), имеется точный интеграл движения — суммарное значение проекции магнитного момента вдоль выделенной оси $M_z \propto s_z$. При феноменологическом описании этот интеграл движения, естественно, тоже должен существовать. Его величина пропорциональна J_z — суммарному значению z-проекции момента импульса, плотность которого определяется как $j_z = \partial L/\partial\dot{\varphi}$ [39]. Следовательно, уравнение движения для величины $j_z \propto s^2(\dot{\varphi} - gH)$ даже с учетом диссипации должно иметь вид закона сохранения в дивергентной форме. Это означает, что в диссипативной функции не могут присутствовать слагаемые типа $f(s^2)\dot{\varphi}^2$. В простейшем виде соответствующее слагаемое в Q, определяющее релаксационный член в уравнении для $\partial j_z/\partial t$, может быть выбрано в виде $s^{2n}(\nabla\dot{\varphi})^2$, где n — целое положительное число*. Отметим, что отсутствие в диссипативной функции ПФМ слагаемых типа $\dot{\varphi}^2$ отмечалось еще в работе Гальперина и Хоэнберга [40], однако найденное в этой работе слагаемое $(\nabla\dot{\varphi})^2$ не применимо для описания магнитных возмущений с существенным изменением s по длине, например вихрей, и не согласуется с расчетом затухания магнонов в ПФМ с сильным квантовым сокращением спина [41]. Динамическое уравнение для s не имеет таких ограничений, и соответствующее слагаемое в диссипативной функции может быть представлено в простейшем виде $(\partial s/\partial t)^2$. Таким образом, будем исходить из следующего вида диссипативной функции:

$$Q = \frac{IR_0}{2ca^2}\int d^2x\left\{\lambda_1\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)^2 + \lambda_2 R_0^2 s^{2n}\left[\nabla\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)\right]^2\right\}, \quad (6)$$

где λ_1 и λ_2 — безразмерные релаксационные константы. При учете диссипативных слагаемых интегралы движения (4) и (5) разрушаются, в частности $dE/dt = -2Q$.

Структура вихревых решений

Уравнения движения для величин s и φ, следующие из (3), (6), могут быть представлены в виде

$$\nabla^2 s - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} - s\left\{(\nabla\varphi)^2 - \frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2 - 2gH\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]\right\} - \frac{2}{R_0^2}s(s^2 - s_0^2) = \frac{\lambda_1}{R_0 c}\frac{\partial s}{\partial t}\,, \quad (7)$$

$$\nabla(s^2\nabla\varphi) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[s^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} - gH\right)\right] = -\frac{\lambda_2 R_0}{c}\nabla\left(s^{2n}\nabla\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)\,. \quad (8)$$

На основе этих уравнений обсудим структуру и динамику магнитных вихрей. Проще всего исследовать случай неподвижного вихря. Как легко убедиться, ему отвечает решение вида

* Значение n может быть определено, например, из микроскопического расчета затухания спиновых волн и сравнения этого значения с тем, что получается из этой диссипативной функции. Однако такой расчет для чисто легкоплоскостного ПФМ в настоящее время не выполнен. Результаты, полученные в [41] для случая ПФМ с конечной анизотропией β' в базисной плоскости, не применимы для описания этого члена при $\beta' = 0$.

$$\varphi = \varphi_0 + \nu\chi \ , \quad s = s_0 f(\xi) \ , \qquad \xi = r/\Delta_0 \ , \quad \Delta_0 = R_0/s_0\sqrt{2} \ , \tag{9}$$

где $\nu = \pm 1, \pm 2, \ldots$ — топологический заряд вихря; r и χ — полярные координаты в плоскости магнетика; $f(\xi)$ — функция Гросса—Питаевского, определяющаяся решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 f}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{df}{d\xi} = f\left[\frac{\nu^2}{\xi^2} + (f^2 - 1)\right] \ , \tag{10}$$

аналогичного тому уравнению, которое описывает структуру вихря в неидеальном бозе-газе [42] (см. также [16]); ее асимптотическое поведение: $f(\xi) \propto \xi^{|\nu|}$ при $\xi \to 0$ и $f(\xi) \approx 1 - \nu^2/2\xi^2$ при $\xi \to \infty$.

В бездиссипативном пределе могут быть записаны точные решения для движущегося вихря. Для вихря, движущегося с постоянной скоростью $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_x$, при $H = 0$ решение может быть получено из решения для неподвижного вихря преобразованием Лоренца $x \to x' = (x - vt)(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ $y \to y$:

$$\varphi = \varphi_0 + \nu \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x'}\right) \ , \quad s = s_0 f(\xi') \ , \tag{11}$$

где $\xi' = \xi R/r$, а $R = \sqrt{x'^2 + y^2}$.

Энергия и импульс такого вихря определяются ЛИ формулами: $E_{LI}(v) = E_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, $\mathbf{P}_{LI}(v) = (\mathbf{v}/c^2)E_{LI}(v)$, где E_0 — энергия статического вихря. Для вихря с $|\nu| = 1$

$$E_0 = \frac{\pi I}{2}\left(R_0 s_0/a\right)^2 \ln\left(0{,}41 S/\Delta_0^2\right) \ , \tag{12}$$

где S — площадь ПФМ, приходящаяся на один вихрь [31]. Таким образом, как статическая энергия, так и «эффективная масса» вихря $m_* = E_0/c^2$ при $H = 0$ расходятся как $\ln S$.

В случае $H \neq 0$ лоренц-инвариантность разрушается. Однако и в этом случае можно построить решение, описывающее движущийся вихрь [31]. Вид функции $s(\xi)$ при этом не изменяется, а в выражении для функции φ появляется дополнительный член, пропорциональный $\mathbf{kr} - \omega t$, характерный для динамики вихрей в сверхтекучих системах [43], гейзенберговских ферромагнетиках [17] и антиферромагнетиках [44]:

$$\varphi = \varphi_0 + \nu \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x'}\right) + \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t \ , \quad s = s_0 f(\xi') \ . \tag{13}$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{v}\frac{gH}{c^2\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ , \quad \omega = gH\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right) .$$

Для малых скоростей вихря $v << c$ величина $\omega \propto v^2$ и основной эффект поля состоит в появлении конечного значения $\nabla\varphi$ при $r \to \infty$.

Используя уравнение (13), нетрудно записать внеплоскостную компоненту спина:

$$s_z = -\hbar s^2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} - gH\right) = \hbar s_0^2 f^2(\xi')\frac{gH - \nu v y/R^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \ . \tag{14}$$

Как легко видеть, величина s_z содержит два слагаемых. Одно обусловлено магнитным полем и является знакоопределенной функцией координат. Второе слагаемое, определяющееся динамическими эффектами, пропорционально скорости вихря, его вклад имеет разные знаки при $y > 0$ и $y < 0$.

Энергия вихря при $H \neq 0$ содержит дополнительное слагаемое, пропорциональное v^2H^2S. В нерелятивистском пределе энергий $E(v) = E_{LI}(v) + \mu v^2/2$, где величине $\mu = I\left(R_0 s_0/a\right)^2 g^2 H^2 S/4c^4$, пропорциональной площади вихря, можно придать смысл массы вихря. Отметим, однако, что эта величина расходится как S, а не как $\ln S$ и, по существу, определяет массу конденсата, движущегося вместе с вихрем.

Мы получили точное решение, описывающее движение уединенного вихря при наличии неоднородного конденсата ($\nabla\varphi = \mathbf{k} = \text{const}\cdot\mathbf{v}$) в бездиссипативной среде. Характерной особенностью этого решения при $H \neq 0$ является однозначная связь скорости вихря $\mathbf{v}$ и градиента угловой переменной φ вдали от вихря; при $v << c$ эта связь определяется формулой

$$\nabla\varphi = \mathbf{v}gH/c^2 \ . \tag{15}$$

Наличие такой однозначной связи характерно для многих моделей упорядоченной среды — сверхтекучих систем [43] и гейзенберговских ферромагнетиков с внеплоскостными вихрями [17]. Особенностью данной модели (как и гейзенберговского антиферромагнетика [44]) является то, что коэффициент в этой формуле пропорционален величине магнитного поля H и обращается в нуль в пределе ЛИ модели (при $H \to 0$).

Соотношение (15), т.е. однозначная связь $\mathbf{v}$ и $\nabla\varphi$, справедливо и при учете диссипативных процессов, когда точное решение не может быть найдено. Для его получения умножим (7) на ∇s, а (8) на $\nabla\varphi$, сложим получившиеся соотношения и проинтегрируем результат по области пространства, приходящейся на данный вихрь. После несложных преобразований получаем

$$\frac{1}{c^2}\left\langle -\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}\nabla_\alpha s - \left(\frac{\partial s^2}{\partial t}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial t}\nabla_\alpha\varphi - s^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\varphi\nabla_\alpha\varphi + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2 s\nabla_\alpha s\right\rangle + \left\langle (gH/c^2)\left(\frac{\partial s^2}{\partial t}\nabla_\alpha\varphi - \frac{\partial\varphi}{\partial t}\nabla_\alpha s^2\right)\right\rangle +$$

$$+\left\langle -\frac{1}{2}\nabla_\alpha\left[R_0^{-2}(s^2 - s_0^2)^2 + (\nabla s)^2 + s^2(\nabla\varphi)^2\right] + \nabla_\beta(\nabla_\alpha s\nabla_\beta s + s^2\nabla_\alpha\varphi\nabla_\beta\varphi)\right\rangle =$$

$$= \frac{1}{R_0 c}\left\langle \lambda_1\frac{\partial s}{\partial t}\nabla_\alpha s - \lambda_2 R_0^2\nabla_\alpha\varphi\nabla_\beta\left(s^{2n}\nabla_\beta\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)\right\rangle , \qquad (16)$$

где для сокращения записи введено обозначение $\langle F\rangle = \int F\, d^2x$. Приведенные выше решения позволяют считать, что при $v << c$ и малых, но не равных нулю значениях λ_1 и λ_2 для описания решения хорошим приближением является формула

$$s = s_0 f(|\mathbf{r} - \mathbf{X}(t)|\frac{s_0\sqrt{2}}{R_0}) ,$$
$$\varphi = \varphi_0 + \nu\,\mathrm{arctg}\left[\frac{y - Y(t)}{x - X(t)}\right] + \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} , \qquad (17)$$

где $f(\xi)$ определена в (10); $\mathbf{X}(t) = X(t)\mathbf{e}_x + Y(t)\mathbf{e}_y$ — координата центра вихря; $\mathbf{k}$ — значение градиента φ вдали от вихря. Подставляя эти пробные функции в (16) и вычисляя интегралы, можно получить связь между скоростью вихря $\partial\mathbf{X}/\partial t$, его ускорением и величиной $\mathbf{k}$. При этом каждое из слагаемых, входящих в (16), имеет ясный физический смысл, а выражению в целом можно придать смысл баланса сил, действующих на вихрь.

Первый член содержит слагаемые, пропорциональные ускорению вихря, а также слагаемые, нелинейные по скорости. Учет последних мы проводить не будем. Что касается инерционного члена, то он приводится к виду $m_*\partial^2\mathbf{X}/\partial t^2$, где $m_* = E_0/c^2$, описывается лоренц-инвариантной формулой (12) и содержит логарифмическую расходимость. Это согласуется с последними расчетами Вайсина и др., Фолкеля и др. и не согласуется с работой Мертенса и др. [45], в которой было реализовано численное моделирование вращательной динамики пары вихрей в круговой геометрии и из анализа данных о частоте и радиусе движения было получено значение эффективной массы для внеплоскостного вихря в гейзенберговском ферромагнетике при $T = 0$. Это значение линейно зависело от размеров системы. Аналитическое описание инерционных эффектов в динамике ансамбля вихрей в ПФМ в настоящее время не построено. Численное моделирование [9–15] не показывает влияние эффектов инерции на динамику ансамбля вихрей при немалых (порядка T_c) температурах. Поэтому мы не будем обсуждать эффекты инерции.

Остальные члены определяют эффективное уравнение движения вихря в выбранном нами приближении (т.е. при пренебрежении инерцией вихря и слагаемыми типа $(\partial\mathbf{X}/\partial t)^2$, $(\partial\mathbf{X}/\partial t)^3$ и т.д.). Легко убедиться, что член с $\mathbf{k}$ не дает вклад во второе слагаемое, и оно приводится к виду

$$G\left[\frac{\partial\mathbf{X}}{\partial t}\times\mathbf{e}_z\right] , \qquad (18)$$

где

$$G = -2\pi\nu I R_0^2 s_0^2 gH/c^2a^2 = -16\pi\hbar\mu_0\nu s_0^2 H/Ia^2 .$$

Член с G имеет смысл гироскопической силы, действующей на вихрь. Такие слагаемые хорошо известны для гейзенберговских ФМ [46]. В случае ПФМ гироскопическая константа G существует только при наличии магнитного поля. Малость константы G и ее обращение в нуль при $H \to 0$ определяет существенные особенности динамики ансамбля вихрей в ПФМ по сравнению с гейзенберговскими ФМ (см. ниже). Отметим, что зависимость $G \propto H$ характерна для вихрей в гейзенберговских антиферромагнетиках, динамика которых изучалась в работе [44].

Интеграл, входящий в третье слагаемое (16), сводится к интегралу по границе области, в которой расположен вихрь. Для газа вихрей малой плотности размер этой области L можно считать большим. В пределе $L \to \infty$ остается конечным только вклад, пропорциональный $\mathbf{k}$, он может быть представлен в виде

$$\mathbf{F}_e = 2\pi\nu I\left(\frac{R_0 s_0}{a}\right)^2[\mathbf{k}\times\mathbf{e}_z] .$$

Физический смысл этого члена совершенно ясен, когда градиент фазы в точке данного вихря обусловлен наличием остальных вихрей, входящих в ансамбль. В этом случае для $\mathbf{k}$ в точке $\mathbf{r}$ получим выражение $\mathbf{k}(\mathbf{r}) = \Sigma_j\nabla\varphi^{(0)}(\mathbf{r} - \mathbf{X}_j)$, $\mathbf{X}$ — координаты вихрей; $\varphi^{(0)}(\mathbf{r})$ отвечает неподвижным вихревым решениям (9). Тогда сила $\mathbf{F}_e$, равная

$$\mathbf{F}_e = -\nabla H_{\mathrm{int}} = e\mathbf{E} ,$$
$$H_{\mathrm{int}} = -2\sum_{i\neq j} e_i e_j \ln|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j| , \qquad (19)$$

будет иметь вид силы $2D$ кулоновского взаимодействия зарядов $\nu_i\,(R_0 s_0/a)\sqrt{\pi I}$, расположенных в точках $\mathbf{X}_i$, а величина E аналогична электрическому полю, действующему на данный заряд (вихрь) и создаваемому другими вихрями.

Заметим, что если для случая ансамбля вихрей заменить в формуле (15), определяющей связь скорости вихря с градиентом фазы на бесконечности, $\nabla\varphi$ на его конкретное значение, записанное выше, то получим соотношение

$$\frac{gH}{c^2}\frac{\partial \mathbf{X}_i}{\partial t} = \sum_j{}' \nu_j \left[\mathbf{e}_z \times \frac{\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j}{|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|^2}\right] . \qquad (20)$$

Наконец, вычисление последнего слагаемого в (16) приводит к выражению, совпадающему со стандартным выражением для силы вязкого трения

$$\mathbf{F}_{\text{dis}} = -\eta\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} , \quad \eta = \frac{2Q}{v^2} , \qquad (21)$$

где коэффициент вязкости η определяется суммой двух слагаемых:

$$\eta = \frac{\pi I R_0 s_0^2}{ca^2}(\lambda_1\gamma_1 + s_0^{2n}\lambda_2\gamma_2) , \qquad (22)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{1}{2}\int \xi\, d\xi\, f'^2 \approx 0{,}63 ,$$
$$\gamma_2 = 4n\nu^2 \int d\xi\, f' \frac{f^{2n-1}}{\xi^2} . \qquad (23)$$

Отметим, что при $n = 1$ второе слагаемое содержит логарифмическую расходимость*. Для газа вихрей конечной плотности n_v этот логарифмический фактор заменяется конечной величиной $\ln(\xi/\Delta_0) \approx \ln(n_v/\Delta_0^2)$, где ξ — среднее расстояние между вихрями; Δ_0 — радиус кора вихря.

Таким образом, приходим к эффективному уравнению движения для ансамбля вихрей:

$$G_i\left[\frac{\partial \mathbf{X}_i}{\partial t} \times \mathbf{e}_z\right] + \sum_j{}' e_i e_j \frac{\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j}{|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|^2} - \eta\frac{\partial \mathbf{X}_i}{\partial t} = 0 . \qquad (24)$$

Легко видеть, что уравнение (24) имеет тот же смысл (определяет связь между v и $\nabla\varphi$), что и указанная выше для случая λ_1, $\lambda_2 = 0$ формула (20), но с конкретным значением $\nabla\varphi$ и учетом релаксации. Уравнения движения типа (24) для гейзенберговских ФМ получались различными методами [3,17,27]. Наиболее строгий вывод представлен в работе Никифорова и Сонина [17] с использованием солитонной теории возмущений (типа развитой в [47]). Эти методы могут быть применены и для ПФМ. С использованием тех же предположений, что и в работах [3,17,27], они приводят к уравнению (24).

Вихревая термодинамика планарного ферромагнетика

Термодинамические свойства $2D$ ПФМ вблизи перехода БКТ связаны с присутствием внутриплоскостных вихрей. Березинский [1] и Костерлиц, Таулесс [2] выяснили, что ниже T_c (в фазе Березинского) происходит спаривание солитонов с образованием связанных пар вихрь–антивихрь, при $T > T_c$ (в топологической фазе) вихревые пары диссоциируют. Наличие свободных вихрей проявляется в корреляции спинов на конечной длине. Расчеты для XY-модели в рамках ренормгруппы дают

$$\xi(T) = \xi_0 \exp(b\tau^{-1/2}) , \quad \tau = (T - T_c)/T_c , \qquad (25)$$

$b = \text{const}$; ξ_0 — величина порядка магнитной длины Δ_0 (см. [2,9]). Корреляционная длина $\xi(T)$ играет роль среднего расстояния между вихрями и обусловливает их конечную плотность n_v, которая определяется формулой $n_v \approx (2\xi)^{-2}$ [43,48]. Следуя работе [2], оценим величину температуры перехода T_c. Изменение свободной энергии системы при рождении одного вихря $\Delta F = E_0 - TS_0 \le 0$, где E_0 — энергия вихря (12); $S_0 = \ln S$ — энтропия неопределенности положения вихря. Отсюда с учетом того, что энергия вихря тоже пропорциональна $\ln S$, получаем $\Delta F = (T_c - T)\ln S$, поэтому при $T \ge T_c$ величина $\Delta F < 0$ и рождение вихря становится энергетически выгодным. Таким образом, для температуры БКТ-перехода можно получить оценку $T_c \approx \frac{1}{2}\pi I(R_0 s_0/a)^2$. Поскольку величина среднего значения спина s_0 уменьшается за счет квантовых флуктуаций (в нашем случае $s_0 \ll 1$), точка перехода T_c для квантового ферромагнетика со спином $s = 1$ смещается в область более низких

* Такая же расходимость существует и для гильбертовского релаксационного члена в гейзенберговском ферромагнетике, но она отсутствует (см. [50]) для релаксационных членов, предложенных Барьяхтаром [34–36]. Поскольку нам не известно значение n для данной модели (см. [50]), не будем обсуждать смысл этой расходимости.

температур. В случае ПФМ вблизи перехода от упорядоченной к квадрупольной фазе при $s_0 \ll 1$ величина T_c может быть значительно меньше, чем стандартное для гейзенберговских ФМ значение $T_c \approx I$, и переход происходит благодаря квантовому сокращению спина при весьма низких температурах. Кроме того, s_0 значительно изменяется под воздействием магнитного поля. Исходя из (3) нетрудно оценить эту зависимость: $s_0(H) = 1 - B^2/16I^2 + 1/2(gHR_0/c)^2$, откуда следует, что T_c сильно зависит от магнитного поля:

$$T_c = \frac{\pi I}{2}\left(\frac{R_0}{a}\right)^2\left[1 - \frac{B^2}{16I^2} + \frac{(gHR_0)^2}{2c^2}\right]. \qquad (26)$$

Перейдем к расчету вклада вихрей в функции отклика ПФМ. Подобный теоретический расчет был проведен в ряде работ для гейзенберговских магнетиков [3,9–15]. Так, эффективное уравнение движения для вихрей типа (24) использовалось Хубером [3] для термодинамического расчета скорости вихревого газа в гейзенберговском ФМ. Проведенный Мертенсом с соавт. [9] расчет вклада ансамбля вихрей в функции отклика гейзенберговского ФМ показал, что вихри вносят существенный вклад в область ЦП. Основные параметры, определяющие вид и ширину ЦП — плотность вихрей и среднеквадратичная скорость вихревого газа $\bar{u}$. Для случая ПФМ в термодинамических характеристиках газа вихрей возникает особенность, связанная с возможностью обращения G в нуль при $H \to 0$.

Перейдем к вычислению $\bar{u}$. Используя (24), легко получить линейную связь между скоростью вихря v и эффективным «электрическим полем» E, введенным выше (см. (19)) и описывающим влияние остальных вихрей: $(\eta^2 + G^2)\mathrm{v} = e(-\eta\mathrm{E} + G[\mathrm{e}_z \times \mathrm{E}])$. Поэтому среднее значение квадрата скорости данного вихря выражается через корреляторы поля E. Эти корреляторы были рассчитаны в работе [49] для самосогласованного движения $2D$ электронной плазмы в приближении ведущих центров орбит. Их вид не завит от констант G и η и определяется выражением $\langle E_\alpha E_\beta\rangle = \langle E^2\rangle\delta_{\alpha\beta}$, $\langle E^2\rangle = n_v\pi e^2 \ln\Lambda$, где $\alpha, \beta = x, y$; n_v — равновесная плотность вихрей; Λ характеризует близость газа вихрей к состоянию термодинамического равновесия. Для предельных случаев случайного и равновесного распределений Λ определяется соответственно как $\Lambda_R = S/\pi a^2$ и $\Lambda_T = 4\pi^2 T/n_v e^2 a^2$; S — площадь системы; T — температура.

Используя связь между v и E, а также выражение для $\langle E^2\rangle$, легко найти значение среднеквадратичной скорости движения вихрей:

$$\bar{u} = \frac{e\langle E^2\rangle^{1/2}}{(G^2 + \eta^2)^{1/2}} = c\left(\frac{\pi n_v R_0^2 H_e^2}{H^2 + H_r^2}\ln\Lambda\right)^{1/2}, \qquad (27)$$

где для удобства введены характерное (обменное) поле $H_e = I/2\mu_0$ и релаксационное поле $H_r = \lambda_1\gamma_1 H_e$.

Таким образом, для $H \gg H_r$ величина $\bar{u}/\bar{u}_0 \approx H_0/2H$ обратно пропорциональна величине магнитного поля H, а при $H \ll H_r$ не зависит от величины поля: $\bar{u} \approx \bar{u}_0$, $\bar{u}_0 = c(\pi n_v R_0^2 H_e^2 H_r^{-2}\ln\Lambda)^{1/2}$. К сожалению, микроскопический расчет для диссипативных постоянных в ПФМ до настоящего времени не проведен, что не дает возможности оценить отношение H_r/H_e. Отметим только, что при $H < H_r$, в частности для $H = 0$, величина $\bar{u}$ обратно пропорциональна релаксационной постоянной. Поскольку η обычно растет с увеличением T, эта формула предсказывает уменьшение $\bar{u}$ с ростом T (а не рост, как в рассмотренном Хубером [3] гейзенберговском ферромагнетике, в котором $\bar{u} \propto \langle E^2\rangle^{1/2}/G$.

Перейдем к вычислению вихревого вклада в ДСФ. Внеплоскостные компоненты ДСФ локально чувствительны к присутствию вихрей в силу локализации составляющей $s_z(\mathbf{r})$ в окрестности центра вихря. Центральный пик для внеплоскостных корреляций имеет гауссовскую форму. Интенсивность пика растет с увеличением числа вихрей и существенно зависит от форм-фактора вихря. Внутриплоскостные компоненты ДСФ являются глобально чувствительными к наличию вихрей, разрушающих дальний порядок в плоскости $2D$ магнетика. Лоренцевский ЦП для внутриплоскостных корреляций не зависит от форм-фактора вихря. Интенсивность ЦП уменьшается при росте числа вихрей, так как магнетик становится в среднем однородным.

Конкретный расчет вихревого вклада в ДСФ проводится по аналогии с проделанным Мертенсом и др. в работе [9] (см. также [13–15], и мы не будем останавливаться на его деталях. Как для вне-, так и для внутриплоскостных компонент ширины центрального пика $\Delta\Gamma_z = q\bar{u}$ и $\Delta\Gamma_x \approx 1{,}14\bar{u}n_v^{1/2}$.

Форма внутриплоскостных компонент не зависит от поля и определяется выражениями, аналогичными полученным в работах [9,13,15], например

$$S^{xx}(\mathrm{q}, \omega) = \frac{s_0^2\kappa^3}{8\pi n_v[\omega^2 + \kappa^2(1 + q^2/4n_v)]^2} \qquad (28)$$

определяет известное выражение для лоренцевского ЦП, $\kappa = \bar{u}(\pi n_v)^{1/2}$.

Внеплоскостные компоненты ДСФ представляют собой фурье-образ коррелятора $\langle (s_z(\mathbf{r}, t) - s_z^{(0)}), (s_z(0, 0) - s_z^{(0)}) \rangle$, где $s_z^{(0)} = \hbar s_0^2 g H$. Производя пространственно-временное преобразование Фурье, приходим к следующему выражению для внеплоскостных компонент ДСФ:

$$S^{zz}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\hbar^2 n_v}{2\pi^{1/2} q \bar{u}} \times$$

$$\times \left(g^2 H^2 |F_1(\mathbf{q})|^2 + \frac{\bar{u}^2}{2\Delta_0^2} |F_2(q)|^2 \right) \exp\left(-(\omega / g\bar{u})^2 \right) . \tag{29}$$

Первое слагаемое определяется статическим вкладом в намагниченность, второе — динамическим (см. (14))

$$F_1(\mathbf{q}) = 2\pi \int_0^\infty r\, dr\, J_0(qr)[s_0^2 - s^2(\mathbf{r})] ,$$

и (30)

$$F_2(\mathbf{q}) = 2\pi\Delta_0 \int_0^\infty dr\, J_1(qr) s^2(\mathbf{r})$$

представляют два форм-фактора вихря, статический и динамический соответственно; $J_i(x)$ — функция Бесселя i-го порядка. Аппроксимируя функцию Гросса–Питаевского выражением $f(x) \approx x(1 + x^2)^{-1/2}$ для форм-факторов (30) получаем оценку

$$F_1(\mathbf{q}) = 2\pi R_0^2 K_0(qR_0 / s_0\sqrt{2}) ,$$
$$F_2(\mathbf{q}) = \pi R_0^2 K_1(qR_0 / s_0\sqrt{2}) , \tag{31}$$

где $K_i(x)$ — функция Макдональда i-го порядка. Анализ зависимости внеплоскостной компоненты ДСФ от магнитного поля может быть хорошим тестом при сравнении теории и эксперимента.

Заключение

Проведенный в настоящей работе анализ показал существенное отличие динамики вихрей в ПФМ по сравнению с гейзенберговским ФМ и сильное влияние внешнего магнитного поля, перпендикулярного легкой плоскости. Это проявляется в следующих особенностях.

Динамика вихрей в ПФМ в отсутствие поперечного магнитного поля описывается уравнениями ЛИ, а значение среднеквадратичной скорости вихрей определяется вязкостью и сильно зависит от температуры.

При наличии поля возникают эффекты «вмораживания» вихрей в конденсат и гиродвижения вихрей. При увеличении поля происходит переход от вязкого к гироскопическому движению, что проявляется в $\bar{u}$ и обусловливает зависимость характеристик пиков от поля. Поле также вносит особый вклад по внеплоскостные компоненты ДСФ, интенсивность которых существенно зависит от величины H.

Мы благодарны В. Г. Барьяхтару, Ю. Н. Мицаю за обсуждение работы, А. Н. Кичижиеву за сотрудничество. Работа частично была поддержана грантом № 2.3/194 Государственного комитета Украины по вопросам науки и технологий и грантом No. UB7000 Международного научного фонда.

1. В. Л. Березинский, *ЖЭТФ* **45**, 610 (1972).
2. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, *J. Phys.* **C6**, 1181 (1973).
3. D. L. Huber, *Phys. Rev.* **B26**, 3758 (1982).
4. L. J. de Jongh, *Magnetic Properties of Layered Transition Metal Compounds*, Kluwer Academic Publisher (1990).
5. M. Pomerantz, *Surf. Sci.* **142**, 556 (1984).
6. L. P. Regnault, C. Lartique, J. F. Legrand, *Physica* **B156–157**, 298 (1989).
7. M. T. Hutchings, P. Day, E. Jauke, and R. Pynn, *JMMM* **54**, 673 (1986).
8. M. Elahy and G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **B30**, 7225 (1984).
9. F. G. Mertens, A. R. Bishop, G. M. Wysin, and C. Kawabata, *Phys. Rev.* **B39**, 591 (1989).
10. M. Gonvea, G. M. Wysin, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, *Phys. Rev.* **B39**, 11840 (1989).
11. M. Gouvea, G. M. Wysin, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, *J. Phys.* **C1**, 4387 (1989).
12. A. R. Völkel, F. G. Mertens, A. R. Bishop, and G. M. Wysin, *Phys. Rev.* **B43**, 5992 (1991).
13. A. R. Völkel, G. M. Wysin, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, *Phys. Rev.* **B44**, 10066 (1991).
14. A. R. Völkel, A. R. Bishop, F. G. Mertens, and G. M. Wysin, *J. Phys.* **C4**, 9411 (1992).
15. A. R. Völkel, F. G. Mertens, A. R. Bishop, and G. M. Wysin, *Ann. Phys.* **2**, 308 (1993).
16. A. M. Kosevich, B. A. Ivanov, and A. S. Kovalev, *Phys. Repts.* **194**, 117 (1990).
17. А. В. Никифоров, Э. Б. Сонин, *ЖЭТФ* **85**, 642 (1983).
18. G. M. Wysin, M. Gouvea, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, in: *Computer Simulation Studies in Condensed Matter Physics*, P. Landay, K. K. Mon, and H.-B. Schötler (eds.), Springer-Verlag, Berlin, (1988).
19. G. M. Wysin, *Phys. Rev.* **B49**, 8780 (1994).
20. И. А. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
21. Л. Н. Булаевский, В. Л. Гинзбург, *ЖЭТФ* **45**, 772 (1963).
22. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФТТ* **21**, 3559 (1978).
23. В. С. Островский, *ЖЭТФ* **91**, 1690 (1986).
24. Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, *ФТТ* **33**, 1277 (1991).
25. E.G. Galkina, B. A. Ivanov, and V. A. Stephanovich, *JMMM* **118**, 373 (1993).
26. В. Г. Барьяхтар, *ЖЭТФ* **87**, 1501 (1984).
27. В. Л. Покровский, Д. В. Хвещенко, *ФНТ* **14**, 385 (1988).
28. С. Л. Гинзбург, *ФТТ* **12**, 1805 (1970).
29. Ф. П. Онуфриева, *ФТТ* **23**, 2664 (1981).
30. А. И. Гапонов, Б. А. Иванов, А. Н. Кичижиев, Ю. Н. Мицай, *ФНТ* **17**, 84 (1991).
31. Б. А. Иванов, А. Н. Кичижиев, Д. Д. Шека, *ФНТ* **18**, 921 (1992).
32. В. М. Локтев, В. С. Островский, *ФНТ* **20**, 983 (1994).
33. Yu. N. Mitsay, B. A. Ivanov, A. N. Kitchizhiev, and A. I. Gaponov, *JMMM* **110**, 80 (1992).

34. В. Г. Барьяхтар, *ФНТ* **11**, 1198 (1985).
35. В. Г. Барьяхтар, *ФТТ* **29**, 1317 (1987).
36. V. G. Bar'yakhtar, *Physica* **B159**, 20 (1989).
37. V. G. Bar'yakhtar, V. M. Loktev, and D. A. Yablonskii, *Physica* **C156**, 667 (1988).
38. V. G. Bar'yakhtar and B. A. Ivanov, *Sov. Sci. Rev. Sec. A. Phys. Reviews*, I. Khalatnikov (ed.), Amsterdam (1993), v. 16, N 4.
39. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, *УФН* **130**, 39 (1980).
40. B. I. Halperin and P. C. Hoenberg, *Phys. Rev.* **188**, 898 (1969).
41. Б. А. Иванов, А. Н. Кичижиев, Ю. Н. Мицай, *ЖЭТФ* **102**, 618 (1992).
42. Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **40**, 646 (1961).
43. V. Ambegaokar, B. I. Halperin, D. R. Nelson, and E. D. Siggia, *Phys. Rev.* **B21**, 1806 (1980).
44. B. A. Ivanov and D. D. Sheka, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 404 (1994).
45. *Nonlinear Coherent Structures in Physics and Biology*, F. G. Mertens and K. H. Spatschek (eds.), Plenum press, New York (1994).
46. В. Малоземов и Дж. Слонзуски, *Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами*, Мир, Москва (1982).
47. Д. Мак-Лафлин, Э. Скотт, в кн.: *Солитоны в действии*, К. Лонгрен и Э. М. Скотт (ред.), Мир, Москва (1981).
48. P. Minnhagen, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 1001 (1987).
49. J. B. Taylor and B. M. McNamara, *Phys. Fluids* **14**, 1492 (1971).
50. B. A. Ivanov, A. K. Kolezhuk, and D. D. Sheka, *Preprint of Bogolubov Institute for Theoretical Physics ITP-93-61E*, Kiev (1994).

The dynamics of the vortex ensemble in high-anisotropy planar ferromagnets with spin $s = 1$

B. A. Ivanov and D. D. Sheka

The dynamics of the in-plane vortex in the highly-anisotropic planar ferromagnet (PFM) with spin $s = 1$ and strong effects of quantum spin contradiction is considered for the external magnetic field **H** which is perpendicular to the easy plane. The structure, dynamics and relaxation of such vortices are discussed. The effective equations of motion of vortex coordinates in the interacting vortex ensemble are constructed above the topological phase transition. The value of rms vortex velocity is calculated. Components of the PFM dynamical structure factor are calculated in the presence of the magnetic field.