

Квазиволны в сверхпроводнике

Е. В. Безуглый, А. В. Бойчук

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины,
Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: bezugly@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 5 ноября 1996 г., после переработки 20 января 1997 г.

Теоретически исследована температурная зависимость амплитуды и скорости баллистического переноса высокочастотного сигнала (квазиволны) в сверхпроводнике, обусловленная зависимостью скорости электронных возбуждений от их энергии. Вычислено распределение поля квазиволны и коэффициент трансформации при ее возбуждении электромагнитной волной, а также продольной или поперечной упругой деформацией. Полученные результаты согласуются с данными измерений скорости электронного звука в сверхпроводящем состоянии Ga, Mo и Al.

Теоретично досліджено температурну залежність амплітуди та швидкості балістичного переносу високочастотного сигналу (квазіхвилі) у надпровіднику, яка зумовлена залежністю швидкості електронних збуджень від їх енергії. Обчислено розподіл поля квазіхвилі та коефіцієнт трансформації при її збудженні електромагнітною хвилею, а також поздовжньою або поперечною акустичною деформацією. Одержані результати узгоджуються з даними вимірювань швидкості електронного звуку у надпровідному стані Ga, Mo та Al.

PACS: 72.30.+g, 74.25.Ld, 74.25.Nf

1. Введение

Эффект нерезонансного переноса высокочастотного возмущения в металлах носителями заряда с фермиевской скоростью (квазиволна) был предсказан в теоретических работах Каганова и др. [1–3]. Его физическая природа связана с наличием группы неравновесных электронов с максимальной проекцией фермиевской скорости на направление распространения возбуждающей волны, которые формируют когерентный сигнал квазиволны, испытывающий, помимо релаксационного, степенное затухание, обусловленное расхождением пучка эффективных электронов. Поскольку эти электроны не находятся в резонансе с возбуждающей волной, эффективность ее преобразования в квазиволну относительно мала, поэтому впервые надежные количественные данные о ее наблюдении в нормальном металле были получены лишь сравнительно недавно [4] в экспериментах как на поперечной, так и продольной поляризации возбуждающего акустического сигнала.

Вопрос о поведении квазиволны в сверхпроводнике возник уже в связи с ранней работой Бурмы, Дейнеки и Филя [5], в которой впервые сообщалось о наблюдении сигнала со скоростью порядка фермиевской и линейным законом дисперсии как в нормальном металле, так и в сверхпроводнике, где его скорость существенно уменьшалась при понижении температуры. Последующие эксперименты на Ga и Mo [6,7] подтвердили существование в сверхпроводнике «электронного звука», природа которого связывалась с фермижидкостным нулевым звуком. Следует, однако, отметить, что предложенная в [6,7] теоретическая модель опиралась на довольно жесткое предположение об отсутствии межзонного куперовского взаимодействия носителей заряда, формирующих нулевой звук; в противном случае, как показано Леггеттом [8], спектр нулевого звука в сверхпроводнике носит активационный характер со щелью порядка Δ и, следовательно, в условиях эксперимента [6,7] его сигнал должен затухать на расстояниях порядка длины когерентности ξ_0 .

В настоящем сообщении предложена альтернативная интерпретация электронного звука в сверхпроводнике как проявления баллистического (квазиволнового) механизма переноса высокочастотного возмущения электронными возбуждениями сверхпроводника. Уменьшение скорости сигнала при $T \rightarrow 0$ в этом случае обусловлено падением скорости возбуждений $v = v_F \xi / \varepsilon$ ($\xi = (\varepsilon^2 - \Delta^2)^{1/2}$) при уменьшении их энергии ε .

2. Простая модель

Полный анализ задачи о возбуждении квазиволны в сверхпроводнике включает в себя решение кинетического уравнения для неравновесной добавки χ к функции распределения $n_0(\varepsilon) = [1 + \text{th}(\varepsilon/2T)]/2$ в полупространстве $x > 0$

$$-i\omega\chi + \frac{\xi}{\varepsilon} v_x \frac{\partial\chi}{\partial x} + v \frac{\xi}{\varepsilon} (\chi - \langle\chi\rangle) = i\omega \frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\xi}{\varepsilon} (\Lambda_{ik} u_{ik} + \tilde{\varphi}) + v \tilde{\mathbf{p}}_s \right), \quad (1)$$

$$\Lambda_{ik} = \lambda_{ik} - \langle\lambda_{ik}\rangle, \quad \tilde{\varphi} = \varphi + \langle\lambda_{ik}\rangle u_{ik}, \quad \tilde{\mathbf{p}}_s = \mathbf{p}_s + i\omega m \mathbf{i}, \quad (2)$$

(φ — градиентно-инвариантный потенциал электрического поля; \mathbf{p}_s — сверхтекучий импульс; λ_{ik} — деформационный потенциал; u_{ik} — тензор деформации; v — частота релаксации) совместно с уравнениями Максвелла

$$\delta N = 0, \quad \text{rot rot } \mathbf{E} = \frac{4\pi i\omega}{c^2} \mathbf{j}, \quad (3)$$

где δN , \mathbf{j} — неравновесные плотности заряда и тока соответственно

$$\delta N = -ev_F \left(\tilde{\varphi} + \int d\xi \frac{\xi}{\varepsilon} \langle\chi\rangle \right), \quad j_i = ev_F \left(\rho_s \langle v_i v_k \rangle \tilde{p}_{sk} - \int d\xi \langle v_i \chi \rangle \right) \quad (4)$$

(ρ_s — плотность сверхтекучего конденсата), и уравнением теории упругости

$$\left(s_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega^2 \right) u_i + \frac{1}{\rho} f_i = 0, \quad (5)$$

где

$$f_i = -v_F \frac{\partial}{\partial x_k} \int d\xi \frac{\xi}{\varepsilon} \langle \Lambda_{ik} \chi \rangle \quad (6)$$

— сила, действующая со стороны неравновесных электронов на решетку; s_0 — скорость звука; ρ — плотность металла; v_F — плотность состояний; угловые скобки означают усреднение по поверхности Ферми.

Полное самосогласованное решение задачи с граничным условием на поверхности металла $x = 0$, отвечающим конкретному способу возбуждения квазиволны, оказывается существенно сложнее соответствующей задачи для нормального металла вследствие энергетической дисперсии скорости и частоты релаксации квазичастиц, а также возбуждения дополнительной степени свободы — фазы параметра порядка, и будет изложено в последующих разделах. Для выяснения качественной картины температурной зависимости фазы и амплитуды квазиволны воспользуемся вначале модельным подходом, заменяя решение уравнений самосогласования (3) для электромагнитных полей подстановкой в правую часть уравнения (1) локализованного в плоскости $x = 0$ возмущения вида $i\omega A(\mu = v_x/v_F, z = \xi/\varepsilon) \delta(x) \partial n_0 / \partial \varepsilon$ с полиномом $A(\mu, z) = -A(-\mu, -z)$, отражающим симметрию правой части исходного кинетического уравнения (1). Ограничиваясь рассмотрением бесстолкновительного предела и подставляя решение модельного уравнения в формулы (4), (6), находим общие выражения для квазичастичного вклада в отклик системы на расстоянии x от источника возмущения, которые содержат интегралы вида

$$C_n(x) = \frac{\Delta}{2T} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\text{ch}^2(\varepsilon\Delta/2T)} \int_0^1 \frac{d\mu}{i\mu} \left(\frac{\xi}{\varepsilon} \right)^n \exp\left(i \frac{\Phi(\varepsilon)}{\mu} \right), \quad \Phi(\varepsilon) = \Phi_0 \frac{\varepsilon}{\xi}, \quad (7)$$

где $\varepsilon = (\xi^2 + 1)^{1/2}$ — энергия возбуждений в единицах $\Delta(T)$; $\Phi_0 = \omega x / v_F$ — фаза квазиволны в нормальном металле [1].

По физическому смыслу выражение (7) представляет собой суперпозицию парциальных волн, переносимых в точку наблюдения возбуждениями с различными скоростями. Его аналитический расчет возможен лишь при условии $\Phi \gg 1$, когда взаимная интерференция погашает вклад большей части возбуждений и

выделяет малую область в фазовом пространстве (ϵ, μ) , занятую почти синфазными эффективными возбуждениями, формирующими когерентный сигнал квазиволны. Размеры и положение этой области определяются сочетанием двух факторов: быстрым убыванием числа возбуждений с большими энергиями $\epsilon > T/\Delta$ и возрастающей при $\xi \rightarrow 0$, $\mu \rightarrow 0$ интерференцией парциальных вкладов низкоэнергетичных возбуждений, обладающих существенным разбросом скоростей.

В нормальном металле, где энергетическая дисперсия скорости отсутствует ($\xi/\epsilon \rightarrow 1$), эффективные возбуждения сосредоточены в узкой области $1 - \mu \leq 1/\Phi_0$ вблизи опорной точки:

$$C_n^N = \int_0^1 \frac{d\mu}{i\mu} \exp\left(i\frac{\Phi_0}{\mu}\right) \approx \frac{\exp(i\Phi_0)}{\Phi_0}, \quad (8)$$

что приводит к известной степенной зависимости сигнала от расстояния до источника, обусловленной сужением пучка эффективных электронов. Отметим, что для поперечного возмущения правая часть уравнения (1) и соответствующий ей модельный полином $A(\mu, z)$ обращаются в нуль при $\mu \rightarrow 1$ [3], вследствие чего выражение для амплитуды поперечной квазиволны содержит дополнительную степень Φ_0^{-1} (см. [3], а также формулы (27), (35)).

При переходе в сверхпроводящее состояние синфазность эффективных возбуждений с $1 - \mu \leq 1/\Phi_0$ и характерными энергиями порядка температуры ($\epsilon \leq T/\Delta$) сохраняется в узкой окрестности T_c , где изменения парциальной фазы $\Phi(\epsilon)$ в этой области энергии малы:

$$\delta\Phi(\epsilon) = \Phi(T/\Delta) - \Phi_0 \sim \Phi_0 \frac{\Delta^2}{T^2} \ll 1. \quad (9)$$

Как и в случае нормального металла (8), асимптотический расчет квазиволны в области (9) возможен лишь на достаточно больших расстояниях до источника ($\Phi_0 \gg 1$), где поправки к фазе $\delta\Phi_0$ и амплитуде δU квазиволны формируются в области $1 \ll \epsilon \leq \sqrt{\Phi_0}$:

$$C_n(x) = C_n^N F_1(T, \Phi_0), \quad F_1(T, \Phi_0) = 1 - \frac{\Delta\sqrt{\pi\Phi_0}}{2T\sqrt{2}} e^{-\frac{i\pi}{4}}, \quad (10)$$

$$\frac{\delta\Phi_0}{\Phi_0} = -\frac{\delta U}{U_0} = \frac{\Delta}{4T}\sqrt{\pi\Phi_0}, \quad \Phi_0\left(\frac{\Delta}{T}\right)^2 \ll 1, \quad \Phi_0 \gg 1. \quad (11)$$

При понижении температуры $(\Phi_0(\Delta/T)^2 \gg 1)$ условие синфазности выполняется лишь для малого числа высокоэнергетичных возбуждений, а основной вклад в (7), где можно заменить фермиевское распределение его бoльцмановским пределом и произвести интегрирование по угловой переменной

$$C_n(x) = \frac{2\Delta}{T} \int_0^\infty d\xi \left(\frac{\xi}{\epsilon}\right)^{n+1} \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\epsilon + i\Phi_0\frac{\epsilon}{\xi}\right), \quad (12)$$

$$\Phi_0\left(\frac{\Delta}{T}\right)^2 \gg 1, \quad (13)$$

определяется положением точки перевала $\xi_* = \zeta \exp(-\pi i/6)$ в интеграле (12), где величина $\zeta(T, \Phi_0) = (\Phi_0 T/\Delta)^{1/3}$ имеет смысл характерной энергии эффективных возбуждений:

$$C_n(x) = C_n^N e^{-i\Phi_0} F_2^{(n)}(T, \Phi_0); \quad (14)$$

$$F_2^{(n)}(T, \Phi_0) = 2 \left(\frac{2\pi\Delta\epsilon_*}{3T}\right)^{1/2} \left(\frac{\xi_*}{\epsilon_*}\right)^{n+1} \exp\left(-\frac{\Delta}{T}\epsilon_*^3\right);$$

$$\epsilon_*(T, \Phi_0) = \sqrt{1 + \xi_*^2}, \quad \xi_* = \zeta \exp(-\pi i/6), \quad (15)$$

$$\zeta(T, \Phi_0) = (\Phi_0 T/\Delta)^{1/3}.$$

Нетрудно показать, что при выполнении условия (13) фаза экспоненты в (14) велика; это позволяет обосновать проведенную асимптотическую оценку интеграла по угловой переменной и использовать выражение (14) для вычисления амплитуды и фазы квазиволны на произвольном расстоянии от источника при достаточно низких температурах.

Характерными особенностями полученных результатов являются нелинейная зависимость фазы квазиволны от расстояния до источника возмущения и температуры, связанная с изменением энергии эффективных квазичастиц $\zeta(T, \Phi_0)$, и быстрое убывание амплитуды квазиволны при понижении температуры и удалении от источника возмущения, которые обусловлены перемещением эффективных (близких к синфазности) квазичастиц в область «хвоста» функции распределения.

Как будет видно из дальнейшего, формулы (10)–(15) с экспоненциальной точностью воспроизводят основные черты полного решения. С физической точки зрения модельный подход описывает «одночастичный» механизм формирования температурной зависимости и

пространственного распределения сигнала квазиволны без учета коллективных эффектов экранирования электромагнитных полей в металле, существенно изменяющихся при переходе в сверхпроводящее состояние и определяющих поведение предэкспоненциальных факторов. Учет этих эффектов требует самосогласованного определения электромагнитных и упругих полей, сопровождающих распространение квазиволны, и будет проведен в последующих разделах.

3. Электромагнитная квазиволна

Для решения задачи о возбуждении квазиволны падающей на поверхность сверхпроводника электромагнитной волной, поляризованной вдоль оси y , обратимся к кинетическому уравнению (1) и уравнениям Максвелла (3), сохраняя в них лишь слагаемые, содержащие поперечные электрические поля и пренебрегая вкладом упругой компоненты. Предполагая отражение электронов от границы металла зеркальным, а поверхность Ферми — сферической, можно свести решение граничной задачи в полупространстве к задаче на всей оси x , продолжая E , j , p_s четным образом на полуось $x < 0$. Это приводит к появлению в фурье-образе уравнений Максвелла скачка производной E на границе металла:

$$2E'(0) + q^2 E = \frac{4\pi i \omega}{c^2} j, \quad (16)$$

где j — фурье-образ плотности тока в безграничном металле [9]:

$$j(q, \omega) = e v_F b(q, \omega) p_s, \quad (17)$$

$$b(q, \omega) = \rho_s \langle v_y^2 \rangle - 2 \int_0^\infty d\xi \frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} \left(\langle v_y^2 K \rangle - i v \frac{\xi}{\epsilon} G \langle v_y K \rangle^2 \right),$$

$$K = i \omega \left(q v_x \frac{\xi}{\epsilon} - \omega - i v \frac{\xi}{\epsilon} \right)^{-1}, \quad G^{-1} = 1 + i v \frac{\xi}{\epsilon} \langle K \rangle, \quad (18)$$

$$\langle K \rangle = -\frac{p}{2k} \ln \frac{p + i\beta + k}{p + i\beta - k}; \quad p(\xi) = \frac{\epsilon}{\xi}, \quad (19)$$

$$k = \frac{q v_F}{\omega}; \quad \beta = \frac{v}{\omega}.$$

Отметим, что вследствие предположения о сферичности поверхности Ферми последнее слагаемое в интеграле (17) обращается в нуль.

Решая систему уравнений (16)–(19) и возвращаясь к координатному представлению, находим общую формулу для пространственного распределения поперечного электрического поля в сверхпроводнике:

$$E(x) = -\frac{E'(0)}{\pi q_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk \exp(i\Phi_0 k)}{\rho_s Q + k^2 + 3QJ_0(k)/2k}, \quad (20)$$

$$Q = (q_L/q_0)^2, \quad q_0 = \omega/v_F,$$

$$J_n(k) = 2 \int_0^\infty d\xi \frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} p \left(\frac{p + i\beta}{p} \right)^n f \left(\frac{p + i\beta}{k} \right),$$

$$f(z) = z + (1 - z^2) \frac{1}{2} \ln \frac{z + 1}{z - 1}, \quad (21)$$

$$J_n(k) \approx (1 + i\beta)^n J_0(k), \quad \frac{\Delta}{T} \ll 1;$$

$$J_n(k) \approx J_0(k), \quad \frac{\Delta}{T} \gg 1,$$

где q_L — обратная лондоновская глубина проникновения.

Для вычисления интеграла в (20) продолжим подынтегральную функцию в верхнюю полуплоскость безразмерного волнового числа $k = q/q_0$ и сместим контур интегрирования в направлении $\text{Im } k > 0$, обходя особенности подынтегральной функции. Последняя содержит коротковолновые полюса, соответствующие обычному экранированию на глубине мейсснеровского или скин-слоя, а также точку ветвления $k_0 = 1 + i\beta$, отвечающую вкладу квазиволны в пространственное распределение поля, которое описывается формулой

$$E_{QW}(x) = -\frac{2E'(0)}{3\pi q_0 Q} \int_{(C)} \frac{kd k \exp(i\Phi_0 k)}{2\rho_s k/3 + J_0(k)}, \quad (22)$$

где контур интегрирования C в комплексной плоскости k , обходящий разрез подынтегральной функции, изображен на рис. 1, a . В нормальном металле точка ветвления k_0 функции $J_0(k) = f((1 + i\beta)/k)$ непосредственно отражает особенность логарифмической функции в $f(z)$, а в сверхпроводнике ее происхождение обусловлено тем, что при описанном выше аналитическом продолжении точка ветвления логарифма $p(\xi) = p_0(k) = k - i\beta$ при $\text{Re } k > 1$ пересекает контур интегрирования по энергии,

отображающийся на полюс $(1, +\infty)$ в комплексной плоскости $p(\xi)$.

Контурный интеграл (22) может быть представлен в виде суммы интегралов $I_+ + I_-$ по берегам разреза, причем, в соответствии с правилами аналитического продолжения, на правом берегу разреза контур интегрирования по энергии в $J_0(k)$ (21) должен огибать сверху точку ветвления $p_0(k)$ подынтегральной функции в комплексной плоскости $p(\xi)$, как показано на рис. 1, б. Производя замену $k \rightarrow k + i\beta$ в I_+, I_- и выделяя в (21) вклад $J'_0(k)$ контура, обходящего точку ветвления $p_0(k)$, находим окончательно

$$E_{QW}(x) = -\frac{2E'(0)}{3\pi q_0 Q} \exp(-\beta\Phi_0) \times \int_1^{1+i\infty} (k+i\beta) dk e^{i\Phi_0 k} \left(\frac{1}{Z(k+i\beta) + J'_0(k)} - \frac{1}{Z(k+i\beta)} \right), \quad (23)$$

$$Z(k) = \frac{2}{3} k p_s + J_0(k), \quad (24)$$

$$J'_0(k) = -2i\pi \int_1^k dp \left| \frac{d\xi}{dp} \right| \frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} p \left(1 - \left(\frac{p+i\beta}{k+i\beta} \right)^2 \right).$$

Нетрудно показать, что в исследуемых асимптотических областях (11), (13) величина J'_0 мала: $|J'_0| \ll |Z|$. Действительно, при $(\Delta/T) (\Phi_0)^{1/2} \ll 1, \Phi_0 \gg 1$ вследствие быстрого затухания экспоненциального фактора в (23) характерные значения k и p в (24) близки к единице, что обеспечивает малость как подынтегрального выражения, так и промежутка интегрирования в J'_0 . В противоположном пределе $(\Delta/T) \sqrt{\Phi_0} \gg 1$ величина J'_0 экспоненциально мала благодаря быстрому убыванию функции распределения неравновесных возбуждений. Это обстоятельство позволяет упростить общую формулу (23), удерживая в ней лишь первое исчезающее по J'_0 слагаемое. В полученном выражении направим контур интегрирования по k вдоль вещественной оси, после чего изменим порядок интегрирования по k и p и произведем замену $k \rightarrow kp$:

$$E_{QW}(x) = -\frac{2E'(0)}{3q_0 Q} \exp(-\beta\Phi_0) \int_1^\infty dk \times \int_0^\infty \frac{\Delta}{2T} \frac{d\xi \exp(i\Phi_0 kp)}{\text{ch}^2(\varepsilon\Delta/2T)} \frac{p(kp+i\beta)}{Z^2(kp+i\beta)} \left(1 - \left(\frac{p+i\beta}{kp+i\beta} \right)^2 \right). \quad (25)$$

Выполняя интегрирование по переменной k , играющей в (25) роль угловой переменной $1/\mu$, приходим к выражению, которое близко к модельному (7) и качественно отличается от него

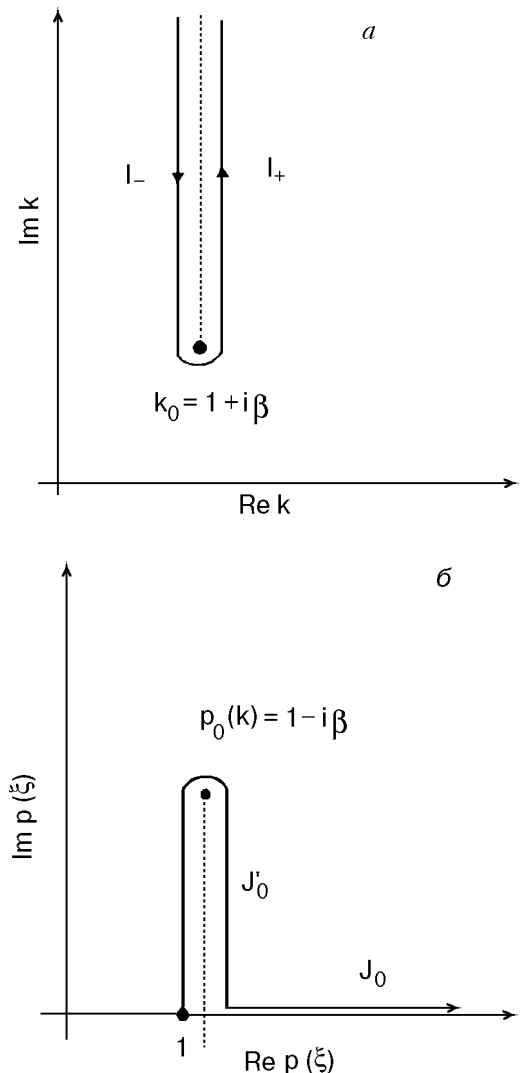


Рис. 1. Контурны интегрирования при вычислении координатной зависимости поля квазиволны (а) и аналитическом продолжении функций отклика (б).

* Отметим, что в принятом приближении фаза E_{QW}^N не зависит от длины свободного пробега; в то же время численный анализ точной формулы обнаруживает слабое возрастание скорости баллистического переноса при увеличении частоты релаксации. Это обстоятельство имеет простой физический смысл: при уменьшении длины свободного пробега уменьшается вклад электронов, приходящих в точку наблюдения по наклонным (более длинным) траекториям, что приводит к сужению пучка эффективных электронов и возрастанию скорости переноса.

лишь наличием фактора Z^{-2} , описывающего коллективный эффект майсснеровского (ρ_s) и скин-эффекта (J_0) экранирования поперечного поля:

$$E_{QW}(x) = E_{QW}^N(x) \exp(-i\Phi_0) \times \int_0^\infty \frac{\Delta}{2T} \frac{d\xi}{\text{ch}^2(\epsilon\Delta/2T)} \exp\left(i\Phi_0 \frac{\xi}{\xi_*}\right) Z^{-2}(p+i\beta), \quad (26)$$

где

$$E_{QW}^N(x) = \frac{4iE'(0)}{3q_0Q\Phi_0^2} \exp(i\Phi_0(1+i\beta)) \quad (27)$$

— распределение поля квазиволны в нормальном металле.*

Вычисление асимптотических значений $E_{QW}(x)$ производится аналогично оценке модельного результата (7). В окрестности температуры сверхпроводящего перехода (11) характерные энергии в (26) велики ($\sim T/\Delta \gg 1$, $p(\xi) \rightarrow 1$), и фактор $Z(p) \approx 1$, а в области (13), где интеграл (26) вычисляется методом перевала (см. (12)–(14)), величина $Z(p)$ заменяется ее значением в точке перевала $Z(p_*)$, $p_* = \epsilon_*/\xi_*$. Учитывая, что вблизи T_c величина $\rho_s \ll 1$, $p_* \approx 1$, $J_0(p_*) \approx 1$, а при низких температурах квазичастичный вклад $J_0(p_*)$ в экранирование поля экспоненциально мал, находим окончательно асимптотический вид распределения поля электромагнитной квазиволны в сверхпроводнике:

$$E_{QW}(x) = E_{QW}^N(x) F_1(T, \Phi_0), \quad \frac{\Delta}{T} \sqrt{\Phi_0} \ll 1; \quad (28)$$

$$E_{QW}(x) = E_{QW}^N(x) e^{-i\Phi_0} z^{-2}(T, \beta) F_2^{(1)}(T, \Phi_0), \quad \frac{\Delta}{T} \sqrt{\Phi_0} \gg 1; \quad (29)$$

$$z(T, \beta) \approx \begin{cases} 1, & \Delta \ll T; \\ \frac{2}{3}(1+i\beta_*), & \Delta \gg T; \end{cases} \quad \beta_* = \frac{v}{\omega} \frac{\xi_*}{\epsilon_*}, \quad (30)$$

где β_* имеет смысл параметра частотной дисперсии эффективных возбуждений. Таким образом, полученное отношение сигнала квазиволны в сверхпроводнике к его значению в нормальном состоянии отличается от модельного (10), (14) лишь фактором $z^{-2}(T, \beta)$, описывающим изменение экранировки поперечного поля от скин-эффекта вблизи T_c до

мейсснеровского в глубоко сверхпроводящем состоянии.

Отметим, что вследствие сильной экранировки электромагнитного поля в металле экспериментальное наблюдение электромагнитной квазиволны возможно лишь в СВЧ диапазоне частоты возбуждающей волны. Действительно, подставляя в (27) $E'(0) = \omega E/c$, $q_L = \omega_p/c$, где E — амплитуда падающей волны; ω_p — плазменная частота, получаем оценку коэффициента трансформации возбуждающего сигнала в квазиволну при $\Phi_0 \sim 1$:

$$\frac{E_{QW}^{(N)}}{E} \sim \frac{c}{v_F} \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 \sim 10^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2,$$

который, таким образом, сравнивается со своим типичным значением $m/M \sim (s_0/v_F)^2 \sim 10^{-4}$ для квазиволны продольного звука (m, M — соответственно масса электрона и иона, см. [2], а также (40), (41)) лишь при $\omega \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$, для полуметалла с низким значением ω_p эта оценка может быть существенно смягчена. По-видимому, с точки зрения эксперимента наиболее приемлемым является акустический метод возбуждения квазиволны, обсуждающийся в следующем разделе.

4. Звуковая квазиволна

В данном разделе мы рассмотрим возбуждение квазиволны поперечной и продольной упругой деформацией поверхности металла, которая, как известно, сопровождается возникновением электрических полей. В связи с этим для решения задачи необходимо использовать общие выражения для фурье-компонент плотности заряда, тока и электронной силы:

$$\begin{aligned} \delta N &= -ev_F(c_k \tilde{p}_{sk} + a\tilde{\Phi} + c_k^{(d)} U_k), \\ j_i &= ev_F(b_{ik} \tilde{p}_{sk} - c_i \tilde{\Phi} + b_{ik}^{(d)} U_k), \quad f_i = f_i^{(d)} + f_i^{(f)} + f_i^{(j)}, \\ f_i^{(d)} &= -i\omega m v_F D_{ik} U_k, \quad f_i^{(f)} = i\omega m v_F (b_{ik}^{(d)} \tilde{p}_{sk} - c_i^{(d)} \tilde{\Phi}), \\ f_i^{(j)} &= -\frac{i\omega m c^2 q^2}{4\pi e^2} (\tilde{p}_{s\alpha} - U_\alpha) \delta_{i\alpha}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\alpha = y, z, \quad \mathbf{U} = i\omega \mathbf{u}$$

с кинетическими коэффициентами $a, b, c, b^{(d)}, c^{(d)}, D$, найденными в работе [9]. Опуская простые, но громоздкие вычисления, связанные с решением граничной задачи в полупространстве в модели свободных электронов ($\lambda_{ik} = -mv_i v_k$),

приведем выражение для фурье-компоненты поперечной деформации, возбуждаемой в металле внешним поперечным возмущением (как деформационным, так и электромагнитным):

$$u(q) = \frac{2s_0^2 u'(0) + (2e/M)E'(0)(\sigma + \sigma_d)/(q_L^2 \sigma + q^2)}{\omega^2 - s_0^2 q^2 + \omega^2 m \tilde{D}/M}, \quad (32)$$

$$\tilde{D} = D - \frac{1}{q_L^2} \left(q^2 - \frac{(q_L^2 \sigma_d - q^2)^2}{q_L^2 \sigma + q^2} \right),$$

где σ, σ_d — поперечная и деформационная проводимости; D — коэффициент поперечного деформационного отклика:

$$\sigma(k) = \rho_s + \frac{3}{2k} J_0(k), \quad \sigma_d(k) = 1 - \rho_s - \frac{3}{2k} J_1(k), \quad (33)$$

$$D(k) = 2 \int_0^{\infty} d\xi \frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \frac{p + i\beta}{p} - \frac{3}{2k} J_2(k).$$

Выделяя в координатном представлении $u(x)$ так же, как и в разд. 3, вклад разреза, исходящего из точки ветвления k_0 , и используя малый параметр $m/M \ll 1$, получаем общее выражение для пространственного распределения упругого поля поперечной квазиволны:

$$u_{QW}(x) = -\frac{m u'(0)}{\pi M} \left(\frac{s_0}{\omega} \right)^2 q_0 \int_{(C)} dk \exp(i\Phi_0 k) \times$$

$$\times \left(-\frac{3}{2k} J_2(k) + \frac{(1 - \rho_s - 3J_1(k)/2k)^2}{\rho_s + 3J_0(k)/2k} \right) +$$

$$+ \frac{e E'(0)}{\pi M \omega^2 q_0 Q} \int_{(C)} dk e^{i\Phi_0 k} \frac{1 - \rho_s - 3J_1(k)/2k}{\rho_s + 3J_0(k)/2k}. \quad (34)$$

Отметим, что при возбуждении поперечной акустической квазиволны электромагнитной волной, падающей на свободную поверхность металла ($u'(0) = 0$), первое слагаемое в (34) отсутствует. При акустическом возбуждении величина $E'(0)$ должна определяться самосогласованным образом путем решения внешней задачи для электромагнитного поля, однако, как показано в [3], ее вклад в амплитуду квазиволны пренебрежимо мал.

Дальнейшая процедура вычисления квазиволновой компоненты поперечного звука аналогична использованной при расчете поля электромагнитной квазиволны (разд. 3) и

приводит к тем же температурным зависимостям сигнала (28)–(30), в которых E_{QW}^N следует заменить на распределение поля поперечной акустической квазиволны в нормальном металле [3]:

$$u_{QW}^N = \left(u'(0) \frac{4im q_0}{3M} \left(\frac{s_0}{\omega} \right)^2 - \frac{4ie E'(0)}{3M \omega^2 q_0 Q} \right) \times$$

$$\times \frac{\exp(i\Phi_0(1 + i\beta))}{\Phi_0^2}. \quad (35)$$

Оценка коэффициента преобразования поперечного упругого возмущения в квазиволну

$$\frac{u_{QW}}{u(0)} \sim \frac{\omega}{s_0} \frac{m\omega}{M v_F} \left(\frac{s_0}{\omega} \right)^2 \sim \left(\frac{s_0}{v_F} \right)^3 \sim 10^{-6}$$

содержит дополнительную степень малого параметра s_0/v_F по сравнению с его значением $(s_0/v_F)^2$ для квазиволны продольного звука. Этот фактор, затрудняющий экспериментальное обнаружение поперечной акустической квазиволны, обусловлен обращением в нуль поперечной компоненты модельного деформационного потенциала в опорной точке и, как отмечалось в [3], может отсутствовать в общем случае произвольного электронного спектра. Этим, по-видимому, объясняется тот факт, что в недавних экспериментах на Al, поверхность Ферми которого хорошо описывается стандартным построением Харрисона из сферических участков поверхности Ферми свободных электронов, поперечную квазиволну зарегистрировать не удалось, в то время как в Ga, обладающем весьма сложным электронным спектром, сигналы поперечной и продольной квазиволн сравнимы по амплитуде при одинаковой мощности возбуждения [4].

Вычисление распределения поля продольной квазиволны в сверхпроводнике оказывается существенно сложнее, поскольку полевая часть отклика не может быть выражена через соответствующие проводимости (как известно, в сверхпроводящем состоянии даже в линейном приближении невозможно ввести понятие продольной проводимости, поскольку в продольный ток дают вклад как электрическое поле, так и колебания фазы параметра порядка). В связи с этим неаналитическая часть фурье-компоненты упругой деформации, обладающая точкой ветвления в комплексной плоскости q и порождающая квазиволновую компоненту сигнала, имеет весьма громоздкую структуру:

$$u_{QW}(x) = \frac{imu(0)}{\pi M} \int_{(C)} \frac{dk}{k} e^{i\Phi_0 k} W(k), \quad (36)$$

$$W(k) = -3 \left(D + \frac{ab_d^2 + 2cc_d b_d - bc_d^2}{k^2(ab + c^2)} \right),$$

где все кинетические коэффициенты содержат точку ветвления $k_0 = 1 + i\beta$, причем, в отличие от случая поперечного поля, изменение подынтегральной функции при переходе через разрез не мало, и разложение по этой величине в общем случае невозможно. Асимптотический анализ показывает, однако, что в предельных случаях структура отклика (36) может быть существенно упрощена. Действительно, при низких температурах $T \ll \Delta$ квазичастичные вклады в кинетические коэффициенты, содержащие точку ветвления, экспоненциально малы, и их вклад в W может быть выделен по теории возмущений. Вблизи критической температуры, воспользовавшись точными выражениями для кинетических коэффициентов, можно установить следующее соотношение:

$$W(k) = 1 + i\beta - \frac{k^2}{3} (1 - a^{-1}(k)) + O(\Delta/T). \quad (37)$$

В то же время неаналитические поправки, возникающие благодаря точке ветвления функции

$$a(k) \approx 1 - \frac{1}{2T} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\text{ch}^2(\xi/2T)} g \left(\ln \frac{p + i\beta + k}{p + i\beta - k} \right),$$

$$g(z) = \frac{z/2}{1 + i\beta(1 - z/2)}, \quad (38)$$

имеют порядок $(\Delta/T) \sqrt{\Phi_0}$, и в области волновой зоны $\Phi_0 \gg 1$ велики по сравнению с последним слагаемым в (37), которым, таким образом, можно пренебречь:

$$u_{QW}(x) = \frac{imu(0)}{3\pi M} \int_{1+i\beta}^{1+i\infty} dk e^{i\Phi_0 k} (a_+^{-1}(k) - a_-^{-1}(k)), \quad \Delta \ll T. \quad (39)$$

Здесь a_+ , a_- — значения функции $a(k)$ на берегах разреза.

Производя асимптотические вычисления, с помощью формул (38), (39) находим при $\Delta\sqrt{\Phi_0} \ll T$, $\Phi_0 \gg 1$:

$$u_{QW}(x) = \frac{4imu(0)}{3M\Phi_0} \exp(i\Phi_0(1 + i\beta)) \left(\int_0^\infty \frac{dk e^{-k}}{\Lambda^2(k) + \pi^2} - \frac{\Delta\sqrt{\Phi_0}}{2T\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) \int_0^\infty \frac{dk}{\sqrt{k}} e^{-k} A(k) \right), \quad (40)$$

$$A(k) = \frac{\Lambda^2(k) - \pi^2}{(\Lambda^2(k) + \pi^2)^2} - \frac{\beta}{4\pi} \int_0^\infty d\xi \left(\frac{l_+^2(\xi)}{\Lambda_+^2(k)} \frac{1}{1 - i\beta(\Lambda_+(k) + l_+(\xi))/2} - \frac{l_-^2(\xi)}{\Lambda_-^2(k)} \frac{1}{1 - i\beta(\Lambda_-(k) + l_-(\xi))/2} \right),$$

$$\Lambda(k) = \ln \frac{2\Phi_0(1 + i\beta)}{ie^2 k}, \quad \Lambda_\pm(k) = \Lambda(k) \pm i\pi,$$

$$l_\pm(\xi) = \ln \frac{\xi^2}{\xi^2 - 1}, \quad \xi > 1; \quad l_\pm(\xi) = \ln \frac{\xi^2}{1 - \xi^2} \mp i\pi, \quad \xi < 1; \quad A(k) \approx \frac{\Lambda^2(k) - \pi^2}{(\Lambda^2(k) + \pi^2)^2} (1 - 2i\beta \ln 2), \quad \beta \ll 1.$$

Первое слагаемое в (40) отвечает сигналу квазиволны в нормальном металле и в пренебрежении логарифмической зависимостью $\Lambda(k)$ совпадает с выражением, полученным в [2]. Сохраняя в духе главного логарифмического приближения в (40) только большой $\ln \Phi_0$, нетрудно видеть, что полученная температурная

зависимость фазы и амплитуды квазиволны совпадает с модельной (10), (11), отвечающей уменьшению скорости и амплитуды квазиволны при переходе через T_c . Однако реальные значения фазы сигнала в эксперименте таковы, что в формуле (40) следует учитывать численные факторы, что приводит к необходимости

численного расчета, который показывает, что скорость и амплитуда квазиволны, быстро уменьшающиеся в сверхпроводящем состоянии, при не слишком больших значениях фазы Φ_0 могут вначале проходить через максимум. Отметим, что для упрощенной численной оценки можно пренебречь логарифмической зависимостью $\Lambda(k)$ в (40):

$$u_{QW}(x) = \frac{imu(0)}{3Mz^2\Phi_0} \exp(-\beta\Phi_0) F_2^{(0)}(T, \Phi_0) \int_0^\infty \frac{dke^{-k}}{(1-i\beta\Lambda_+/2)(1-i\beta\Lambda_-/2)}, \quad (42)$$

$$z = \int_0^\infty \frac{d\xi}{\text{ch}^2 \xi} \frac{Z}{1-i\beta Z}, \quad Z = \ln \frac{4T}{e\Delta} \xi \sqrt{1+i\beta}, \quad \Delta \sqrt{\Phi_0} \gg T, \quad \Delta \ll T;$$

$$u_{QW}(x) \approx \frac{4imu(0)}{3M\Phi_0} \exp(-\beta\Phi_0) F_2^{(0)}(T, \Phi_0) \times \begin{cases} \ln^{-2} \left(\frac{\pi T}{e\gamma\Delta} \right)^2, & \beta \ll 1; \\ \int_0^\infty \frac{dke^{-k}}{\Lambda^2(k) + \pi^2}, & \beta \gg 1; \end{cases} \quad (43)$$

где $\ln \gamma = C = 0,577\dots$ — постоянная Эйлера.

При низких температурах ($T \ll \Delta$) функцию $W(k)$ (36) можно линеаризовать по экспоненциально малому квазичастичному вкладу в кинетические коэффициенты:

$$u_{QW}(x) = \frac{imu(0)}{\pi M} \int_{1+i\beta}^{1+i\infty} \frac{dk}{k} e^{i\Phi_0 k} (W_+ - W_-)(k), \quad (44)$$

$$(W_+ - W_-)(k) = -\frac{2\Delta}{3T} \int_0^\infty d\xi \exp\left(-\frac{\Delta}{T} \varepsilon\right) \left(\frac{3}{k} (p+i\beta) - \frac{k}{p}\right)^2 (G\langle K \rangle_+ - G\langle K \rangle_-), \quad (45)$$

где функции $G, \langle K \rangle$ определены в (18), (19). Производя асимптотические разложения, аналогичные (25)–(30), находим окончательно

$$u_{QW}(x) = \frac{4imu(0)}{3M\Phi_0} \left(1 - \frac{i\beta_*}{2}\right)^2 e^{-\beta\Phi_0} F_2^{(0)}(T, \Phi_0) \int_0^\infty \frac{dke^{-k}}{(1-i\beta_*\Lambda_+^*(k)/2)(1-i\beta_*\Lambda_-^*(k)/2)}, \quad \Delta \gg T, \quad (46)$$

$$u_{QW}(x) = \frac{4imu(0)}{3M\Phi_0} \exp(i\Phi_0(1+i\beta)) \times \left(\frac{1}{\Lambda^2(1) + \pi^2} - \frac{\Delta \sqrt{\pi\Phi_0}}{2T \sqrt{2}} e^{-i\pi/4} A(1) \right). \quad (41)$$

При $\Delta \sqrt{\Phi_0} \gg T, \Delta \ll T$ неаналитический вклад в функцию $a(k)$ (38) экспоненциально мал и может быть выделен по теории возмущений (см. комментарии к формуле (24)). В этом случае амплитуда и скорость баллистического сигнала всегда убывают с температурой:

$$\Lambda_{\pm}^*(k) = \Lambda^*(k) \pm \pi i, \quad \Lambda^*(k) = \ln \left(\frac{2\Phi_0(1 + i\beta_*)}{ie^{2k}} \frac{\varepsilon_*}{\xi_*} \right),$$

$$u_{QW}(x) \approx \frac{4imu(0)}{3M\Phi_0} e^{-\beta\Phi_0} F_2^{(0)}(T, \Phi_0) \times \begin{cases} 1, & |\beta_*(\beta, T, \Phi_0)| \ll 1; \\ \int_0^{\infty} \frac{dke^{-k}}{\Lambda^{*2}(k) + \pi^2} & |\beta_*(\beta, T, \Phi_0)| \gg 1. \end{cases} \quad (47)$$

Согласно (46), (47), изменения амплитуды и фазы квазиволны продольного звука, отнесенные к их значениям в нормальном состоянии, при низких температурах обнаруживают поведение, достаточно близкое к вытекающему из модельного расчета (14), (15).

Полученные результаты качественно описывают данные экспериментов [5–7], в которых наблюдалось возрастание фазы сигнала электронного звука при $T \rightarrow 0$, причем в окрестности T_c ее изменения пропорциональны $\Delta(T)$, что согласуется с формулой (10). Отметим также, что амплитуда электронного звука в Ga и Mo испытывает скачок при переходе через T_c в сторону ее уменьшения, что может свидетельствовать об исчезновении нуль-звуковой компоненты сигнала в сверхпроводящем состоянии и переходе в режим чисто баллистического переноса (квазиволны). Детальное обсуждение поведения сигнала продольной квазиволны в сверхпроводнике, подкрепленное численными расчетами, будет опубликовано в отдельной статье вместе с соответствующими экспериментальными данными.

Авторы благодарят Н. Г. Бурму и В. Д. Филю за обсуждение результатов работы.

Работа поддержана Фондом фундаментальных исследований Национальной академии наук Украины.

1. М. И. Каганов, *УФН* **145**, 507 (1985).
2. В. М. Гохфельд, М. И. Каганов, *ФНТ* **10**, 864 (1984).
3. Г. И. Ивановски, М. И. Каганов, *ЖЭТФ* **83**, 2320 (1982).
4. Е. В. Безуглый, А. В. Бойчук, Н. Г. Бурма, В. Д. Филь, *ФНТ* **21**, 633 (1995).
5. Н. Г. Бурма, Е. Ю. Дейнека, В. Д. Филь, *Письма в ЖЭТФ* **50**, 18 (1989).
6. Е. В. Безуглый, Н. Г. Бурма, Е. Ю. Дейнека, В. Д. Филь, *СФХТ* **4**, 661 (1991).
7. E. V. Bezuglyi, N. G. Burma, E. Yu. Deineka, V. D. Fil, and H. J. Kaufmann, *J. Phys: Cond. Matter* **3**, 7687 (1991).
8. A. J. Leggett, *Progr. Theor. Phys.* **36**, 901 (1966).
9. Е. В. Безуглый, *ФНТ* **9**, 15 (1983).

Quasiwaves in superconductor

E. V. Bezuglyi and A. V. Boichuk

We have studied theoretically the temperature dependence of amplitude and velocity of ballistic transfer of a high-frequency signal (a quasiwave) in a superconductor, caused by the energy dependence of quasiparticle velocity. The spatial distribution of the quasiwave field and the transformation coefficient were calculated with exciting the quasiwave by electromagnetic wave, and by longitudinal or transverse elastic deformation. The results are in agreement with the experimental data on electron sound velocities in the superconducting state of Ga, Mo and Al.