

Низкотемпературные свойства двух спиновых XY-цепочек с точечным контактом

Е. В. Езерская

Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
E-mail: elena.v.ezerskaya@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 2 декабря 1997 г.

Изучен энергетический спектр одномерной точно решаемой спиновой модели, состоящей из двух различных полубесконечных спиновых XY-цепочек со спином $1/2$ в продольном магнитном поле, взаимодействующих в одной точке. Показано, что, кроме двух энергетических зон, которые частично перекрываются в слабых полях, в такой системе возможно существование одного или двух локальных уровней. При нулевой температуре локальные термодинамические характеристики цепочек могут иметь сингулярности.

Вивчено енергетичний спектр одновимірної точно вирішуваної спінової моделі, що складається з двох різних напівнескінчених спинових XY-ланцюжків із спином $1/2$ в поздовжньому магнітному полі, що взаємодіють в одній точці. Показано, що, окрім двох енергетичних зон, які частково перекриваються в слабких полях, в такій системі можливе існування одного або двох локальних рівней. При нульовій температурі локальні термодинамічні характеристики ланцюжків можуть мати сингулярності.

PACS: 75.10.Jm, 75.40.Cx

1. Введение

Постоянный интерес к теоретическому изучению различных моделей спиновых цепочек обусловлен тем, что известно большое число анизотропных магнетиков, свойства которых в широком интервале температур хорошо описываются подобными моделями. С другой стороны, для одномерных систем зачастую удается получить точные решения. Одномерная XY-модель, в которой обменным взаимодействием связаны только поперечные компоненты спина ($s = 1/2$), применяется, например, для объяснения свойств таких соединений, как PrCl_3 [1], $\text{Pr}(\text{C}_2\text{H}_5\text{SO}_4)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ [2], Cs_2CoCl_4 [3]. Данная модель является точно решаемой, так как ее гамильтониан преобразуется к гамильтониану идеального газа бесспиновых фермионов, причем не только для системы с простой элементарной ячейкой [4,5], но и для цепочки с двумя подрешетками [6]. Введение примесного узла в цепочку также не препятствует точной диагонализации гамильтониана. При определенных соотношениях между параметрами

примеси и основной матрицы возможно появление в спектре элементарных возбуждений локализованных состояний, что существенно отражается на резонансных и термодинамических свойствах при низких температурах [7–12].

В настоящей работе рассматривается модельная система, которая представляет собой две полубесконечные XY-цепочки с различными константами обменного взаимодействия и различными магнетонами, которые взаимодействуют по типу точечного контакта. Такая модель также является точно решаемой, а наличие «фазовой границы» приводит к ряду нетривиальных эффектов. Точка контакта может действовать как потенциальная стенка, приводя к рассеянию элементарных возбуждений и к решениям с экспоненциальным затуханием волновой функции на одной из цепочек. При достаточно сильном взаимодействии цепочек контакт проявляет свойства потенциальной ямы, что приводит к возникновению локализованных состояний. Наличие таких состояний может существенно повлиять на поведение локальных термодинамических характеристик цепочек.

2. Энергетический спектр двух XY-цепочек с точечным контактом

Рассмотрим две взаимодействующие полубесконечные XY-цепочки, описываемые следующим гамильтонианом:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & -2H\mu_1 \sum_{n \leq 0} S_n^z - J_1 \sum_{n < 0} (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y) - 2H\mu_2 \times \\ & \times \sum_{n \geq 1} S_n^z - J_2 \sum_{n \geq 1} (S_n^x S_{n+1}^x + S_n^y S_{n+1}^y) - J_0 (S_0^x S_1^x + S_0^y S_1^y), \end{aligned} \quad (1)$$

где $J_1 > 0$, $J_2 > 0$ — константы обменного взаимодействия вдоль XY-цепочек; J_0 — константа обменного взаимодействия на контакте; μ_1 , μ_2 — магнетоны цепочек; H — магнитное поле. С помощью известного преобразования Иордана — Вигнера [4–6,13]

$$S_n^\pm = S_n^x \pm iS_n^y; \quad S_n^z = 1/2 - S_n^- S_n^+;$$

$$S^+ = \prod_{m < n} (1 - 2a_m^+ a_m) a_n; \quad S^- = a_n^+ \prod_{m < n} (1 - 2a_m^+ a_m)$$

гамильтониан (1) можно представить в виде, квадратичном по операторам a_n^+ , a_n с фермиевскими правилами коммутации:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & E_0 + 2\mu_1 H \sum_{n \leq 0} a_n^+ a_n - \frac{1}{2} J_1 \sum_{n < 0} (a_n^+ a_{n+1} + a_{n+1}^+ a_n) + \\ & + 2\mu_2 H \sum_{n \geq 1} a_n^+ a_n - \frac{1}{2} J_2 \sum_{n \geq 1} (a_n^+ a_{n+1} + a_{n+1}^+ a_n) - \\ & - \frac{1}{2} J_0 (a_0^+ a_1 + a_1^+ a_0). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $E_0 = -(\mu_1 + \mu_2)NH$ — энергия «ферромагнитного» состояния, для которого $a_n |0\rangle = 0$ при любом значении n ; N — число атомов в каждой из цепочек, которое в дальнейшем предполагается бесконечным.

Найдем спектр элементарных возбуждений (2). Соответствующий вектор состояния, удовлетворяющий уравнению Шредингера

$$(\mathcal{H} - E_0) |1\rangle = \varepsilon |1\rangle,$$

удобно представить в виде

$$|1\rangle = \sum_n W_n a_n^+ |0\rangle = \sum_{n \leq 0} U_n a_n^+ |0\rangle + \sum_{n \geq 1} V_n a_n^+ |0\rangle. \quad (3)$$

Компоненты волновой функции в узельном представлении U_n , V_n определяются системой уравнений в конечных разностях

$$\begin{aligned} U_n (\varepsilon - 2\mu_1 H) + \frac{1}{2} J_1 (U_{n+1} + U_{n-1}) = 0, \quad n \leq -1, \\ V_n (\varepsilon - 2\mu_2 H) + \frac{1}{2} J_2 (V_{n+1} + V_{n-1}) = 0, \quad n > 1 \end{aligned} \quad (4)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} U_0 (\varepsilon - 2\mu_1 H) + \frac{1}{2} J_1 U_{-1} + \frac{1}{2} J_0 V_1 = 0; \\ V_1 (\varepsilon - 2\mu_2 H) + \frac{1}{2} J_0 U_0 + \frac{1}{2} J_2 V_2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Как видно из (4), (5), U_n и V_n связаны между собой только через граничные условия. Решение будем искать в виде

$$W_n = \begin{cases} U_n = A_1 x_1^n + B_1 x_1^{-n}, & n \leq 0, \\ V_n = A_2 x_2^n + B_2 x_2^{-n}, & n \geq 1. \end{cases} \quad (6)$$

Соотношение между параметрами x_1 , x_2 и энергией ε определяется из уравнений (4):

$$\varepsilon = 2\mu_1 H - \frac{1}{2} J_1 (x_1 + x_1^{-1}) = 2\mu_2 H - \frac{1}{2} J_2 (x_2 + x_2^{-1}), \quad (7)$$

а связь между коэффициентами A_1 , B_1 , A_2 , B_2 — из граничных условий (5). Очевидно, что независимым является только один из параметров x_1 или x_2 , а второй определяется из (7). Сами же $x_{1,2}$ могут быть либо комплексными с единичным модулем, либо вещественными. Поскольку значения $x_{1,2}$ и $x_{1,2}^{-1}$ одновременно являются решениями (7), для определенности будем считать вещественные x_1 , x_2 по модулю меньшими единицы. Тогда требование ограниченности волновой функции при $n \rightarrow \pm\infty$ означает равенство нулю коэффициента при отрицательной степени соответствующего вещественного параметра. Если хотя бы один из параметров x_1 , x_2 (или оба) является комплексным, то уравнения (6) с учетом условий (5) удовлетворяются в интервалах значений энергии, соответствующих энергетическим зонам каждой из XY-цепочек:

$$\varepsilon_{1,2} = 2\mu_{1,2} H - J_{1,2} \cos k_{1,2}. \quad (8)$$

Здесь в качестве независимого параметра выбран квазиволновой вектор k_1 или k_2 соответственно.

В слабых полях $H < |J_1 - J_2| / (2|\mu_1 - \mu_2|)$ зона, отвечающая меньшей константе обменного взаимодействия, полностью находится внутри зоны с большим значением обменной константы.

В полях $|J_1 - J_2| / (2|\mu_1 - \mu_2|) < H < |J_1 + J_2| / (2|\mu_1 - \mu_2|)$ зоны перекрываются частично, а при

$H > |J_1 + J_2|/(2|\mu_1 - \mu_2|)$ перекрытия зон нет. Очевидно, что в области перекрытия есть двукратное вырождение уровней энергии. Нормированные волновые функции, удовлетворяющие условию ортогональности, в этом случае имеют вид

$$W_n^{(1)}(k_1) =$$

$$= \begin{cases} U_n^{(1)}(k_1) = A[\exp(ik_2) \sin k_1 n - \alpha_1 \alpha_2 \sin k_1(n-1)] ; \\ V_n^{(1)}(k_1) = A \alpha_1 \exp(ik_2 n) \sin k_1 ; \end{cases}$$

$$W_n^{(2)}(k_2) = \quad (9)$$

$$= \begin{cases} U_n^{(2)} = -A \alpha_2 \exp(-ik_1 n) \sin k_2 ; \\ V_n^{(2)} = A[\sin k_2(n-1) - \alpha_1 \alpha_2 \exp(ik_1) \sin k_2 n] , \end{cases}$$

где

$$A = \left\{ \frac{\pi}{2} \left[1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 \cos(k_1 + k_2) \right] \right\}^{-1/2} ,$$

$$\alpha_{1,2} = J_{1,2}/J_0 .$$

Вне области перекрытия зон имеем либо

$$W_n(k_1) =$$

$$= \begin{cases} U_n(k_1) = B_1[x_2 \sin k_1 n - \alpha_1 \alpha_2 \sin k_1(n-1)] \\ V_n(k_1) = B_1 \alpha_1 \sin k_1 x_2^n \end{cases} , \quad (10)$$

либо

$$W_n(k_2) =$$

$$= \begin{cases} U_n(k_2) = B_2 \alpha_2 x_1^{|n|+1} \sin k_2 \\ V_n(k_2) = B_2[\alpha_1 \alpha_2 \sin k_2 n - x_1 \sin k_2(n-1)] \end{cases} , \quad (11)$$

где

$$B_{1,2} = \left\{ \frac{\pi}{2} \left[x_{2,1}^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 x_{2,1} \cos k_{1,2} \right] \right\}^{-1/2}$$

для ϵ_1 и ϵ_2 соответственно. Связь между k_1 и k_2 , $k_{1,2}$ и $x_{2,1}$ во всех случаях определяется уравнениями (7). Таким образом, точка контакта в данном случае действует как потенциальная стенка, приводя к рассеянию возбуждений в области перекрытия зон и к решениям с экспоненциальным затуханием волновой функции одной из цепочек вне области перекрытия. При достаточно сильном взаимодействии цепочек в области контакта ($J_0^2 > J_1 J_2$) от границ зон могут

отщепиться уровни, которым отвечают волновые функции, экспоненциально убывающие с ростом $|n|$ (параметры x_1 и x_2 вещественны). Контакт выступает здесь в качестве потенциальной ямы. При выполнении неравенств

$$J_2[2 - \alpha_1^2 - 1/\alpha_2^2] < 4(\mu_1 - \mu_2)H < J_1[-2 + 1/\alpha_1^2 + \alpha_2^2] , \quad \alpha_1 \alpha_2 < 1 \quad (12)$$

существует уровень над зонами, а при

$$J_1[2 - 1/\alpha_1^2 - \alpha_2^2] < 4(\mu_1 - \mu_2)H < J_2[-2 + \alpha_1^2 + 1/\alpha_2^2] , \quad \alpha_1 \alpha_2 < 1 \quad (13)$$

— под зонами. Соответствующие энергии определяются из (7) с учетом дополнительного условия

$$x_1 x_2 = \alpha_1 \alpha_2 , \quad (14)$$

которое обеспечивает ограниченность волновой функции и следует из (5). В результате имеем

$$\epsilon_{\pm} = (\mu_1 + \mu_2)H + \frac{1}{(1 - \alpha_1^2)(1 - \alpha_2^2)} \{ (\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(\mu_1 - \mu_2)H \pm (1 - \alpha_1^2 \alpha_2^2)[(\mu_1 - \mu_2)^2 H^2 + \frac{J_0^2}{4} (1 - \alpha_1^2)(1 - \alpha_2^2)]^{1/2} \} . \quad (15)$$

Связанным состояниям отвечают волновые функции

$$U_n = \alpha_2 C x_1^n ; \quad V_n = C x_2^n , \quad (16)$$

$$C = \left\{ \frac{(1 - x_1^2)(1 - x_2^2)}{2\alpha_2[\beta x_2 + \alpha_2(1 - \alpha_1^2)]} \right\}^{1/2} .$$

Здесь $\beta = 2(\mu_1 - \mu_2)H/J_0$, а $x_{1,2}$ определяются из (7) с учетом (14). При $J_1 = 0$ (или $J_2 = 0$) формулы (12), (13) переходят в формулы, определяющие условия существования локальных уровней в спектре полубесконечной XY-цепочки с примесью замещения [7,9], а при $\mu_1 = \mu_2$, $J_1 = J_2$ — в формулы, соответствующие бесконечной XY-цепочке с примесью внедрения [7] для частного случая равенства магнетонов примеси и цепочки. Интересной особенностью точечного контакта является то, что при $\mu_1 \neq \mu_2$ локальные уровни появляются только в некотором конечном интервале полей (см. неравенства (12), (13)), тогда как для XY-цепочки с примесью условие существования уровня определяется одним неравенством.

3. Критическое поведение локальных термодинамических характеристик при нулевой температуре

Рассмотрим поведение z -проекции средних локальных магнитных моментов атомов контакта ($\langle m_0^z \rangle$, $\langle m_1^z \rangle$) и в узлах цепочек ($\langle m_n^z \rangle$, $n \neq 0, 1$):

$$\langle m_n^z \rangle = 2\mu_n \left(\frac{1}{2} - \langle a_n^+ a_n \rangle \right) = 2\mu_n \left(\frac{1}{2} - \sum_{\lambda} |W_n|^2 f(\epsilon_{\lambda}) \right), \quad (17)$$

где $\mu_n = \mu_1$ или μ_2 ; $W_n = U_n$ или V_n для $n \leq 0$ и $n \geq 1$ соответственно; $f(\epsilon_{\lambda}) = [\exp(\epsilon_{\lambda}/T) + 1]^{-1}$ — функция распределения Ферми, а также парного коррелятора поперечных компонент спина атомов контакта

$$\langle S_0^x S_1^x + S_0^y S_1^y \rangle = \frac{1}{2} (\langle a_0^+ a_1 \rangle + \langle a_1^+ a_0 \rangle) =$$

$$\langle m_n^z \rangle = 2\mu_n \begin{cases} \left[\frac{1}{2} - \int_0^{k_{01}} |W_n(k_1)|^2 dk_1 - \int_{k_{01}}^{k_{c1}} \left(|W_n^{(1)}|^2 + \frac{J_1 \sin k_1}{J_2 \sin k_2} |W_n^{(2)}|^2 \right) dk_1 - W_n^2 \Theta \right], & 0 \leq H \leq J_2/2\mu_2, \\ \left[\frac{1}{2} - \int_0^{k_{c1}} |W_n(k_1)|^2 dk_1 - W_n^2 \Theta \right], & J_2/2\mu_2 \leq H \leq J_1/2\mu_1, \\ \left[\frac{1}{2} - W_n^2 \Theta \right], & H \geq J_1/2\mu_1, \end{cases} \quad (19)$$

где

$$\Theta = \theta(-\epsilon) \theta[2\beta - \alpha_1(2 - 1/\alpha_1^2 - \alpha_2^2)] \theta[2\beta + \alpha_2(2 - \alpha_1^2 - 1/\alpha_2^2)] \theta(1 - \alpha_1\alpha_2),$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad \begin{aligned} k_{01} &= \arccos \{ [2(\mu_1 - \mu_2)H + J_2]/J_1 \}, \\ k_{c1} &= \arccos(2\mu_1/J_1), \end{aligned}$$

а величина ϵ_- определяется формулой (15). Такими же будут пределы интегрирования и для $\langle S_0^x S_1^x + S_0^y S_1^y \rangle$.

Как известно, при нулевой температуре в однородной XY-цепочке наблюдается фазовый переход второго рода на зависимости среднего магнитного момента от поля с корневой особенностью восприимчивости в этой точке, связанный с исчезновением щели в спектре одномагнитных состояний [5]. Поскольку для однородной цепочки локальные моменты во всех узлах одинаковы и совпадают со средним моментом, то и они имеют указанную

$$= \frac{1}{2} \sum_{\lambda} (U_0^* V_1 + U_0 V_1^*) f(\epsilon_{\lambda}). \quad (18)$$

Суммирование по λ в (17), (18) включает интегрирование по $k_{1,2}$ для состояний сплошного спектра и вклад локальных уровней, если они есть.

Исследуем поведение перечисленных выше термодинамических величин при $T = 0$, когда $f(\epsilon) = \theta(-\epsilon)$ (где $\theta(-\epsilon)$ — ступенчатая функция), и вклад в (17), (18) дают только состояния с отрицательными значениями энергии. Пределы интегрирования по $k_{1,2}$ в (17), (18) теперь будут зависеть как от соотношения между параметрами цепочек, так и от величины внешнего поля. Так например, при $J_1/J_2 > \mu_1/\mu_2$, $J_1 > J_2$ имеем

особенность. В данном случае подобные особенности, обусловленные нижними границами энергетических зон каждой из XY-цепочек (7), не наблюдаются, как и в XY-цепочке с примесью (см. [8,10–12]), кроме особого случая совпадения критического поля для нижней зоны с полем, в котором появляется или исчезает локальный уровень. Кроме того, как видно из (19), существование локального уровня (15) с энергией ϵ_- может привести к появлению новых особых точек. При прохождении энергии

локального уровня (15) через нулевое значение в критическом поле

$$H_c = \frac{1}{4} J_0 (1 - \alpha_1^2 \alpha_2^2) [(\mu_1 - \mu_2 \alpha_1^2)(\mu_2 - \mu_1 \alpha_2^2)]^{-1/2}, \quad (20)$$

которое существует при условии

$$2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) < \mu_1 / \mu_2 < 0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2, \quad (21)$$

локальный магнитный момент $\langle m_n^z \rangle$ скачком достигает максимального значения μ_n , парный коррелятор $\langle S_0^x S_1^x + S_0^y S_1^y \rangle$ скачком обращается в нуль, а локальные восприимчивости имеют δ -функциональную особенность. Очевидно, что для $\langle m_n^z \rangle$ величина скачка экспоненциально убывает с ростом $|n|$. Если же неравенства (21) не выполнены, то энергия уровня ε_- либо только отрицательна, либо только положительна во всем интервале полей (13), и указанная особенность не наблюдается. При выполнении одного из равенств в (21) появляется корневая особенность восприимчивости в большем из полей $H_c = J_1 / 2\mu_1$ или $H_c = J_2 / 2\mu_2$ для левого или правого равенств соответственно, о которой упоминалось выше. За появление этой

сингулярности в выражении для локальной восприимчивости $\chi_n = \partial \langle m_n^z \rangle / \partial H$ отвечает

$$\Delta \chi_n = 2\mu_n |W_n(k_{c1,2})|^2 \frac{dk_{c1,2}}{dH} \sim \frac{\sin k_{c1,2}}{x_{2,1}^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 x_{2,1} \cos k_{c1,2}}, \quad (22)$$

$$k_{c1,2} = \arccos(2\mu_{1,2} / J_{1,2}).$$

Это внеинтегральное слагаемое, возникающее при дифференцировании по полю интеграла

$$\int_0^{k_{c1,2}} |W_n(k_{1,2})|^2 dk_{1,2}$$

в выражении для $\langle m_n^z \rangle$, которое имеет сингулярность только в том случае, если $k_{c1,2} \rightarrow 0$ и одновременно $x_{2,1} \rightarrow \alpha_1 \alpha_2$. Отщепление или исчезновение локального уровня с отрицательной энергией сопровождается скачком локальной восприимчивости при заданном конечном значении n .

$$\Delta \chi_n = \begin{cases} \frac{16\mu_n(\mu_2 - \mu_1)}{J_0} \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1^2 \alpha_2^2} \begin{cases} 1, & n \leq 0 \\ \alpha_1^{2n} \alpha_2^{2(n-1)}, & n \geq 1 \end{cases}, & \text{если } J_1 / J_2 > \mu_1 / \mu_2; \\ \frac{16\mu_n(\mu_1 - \mu_2)}{J_0} \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1^2 \alpha_2^2} \begin{cases} \alpha_1^{2|n|} \alpha_2^{2(|n|+1)}, & n \leq 0 \\ 1, & n \geq 1 \end{cases}, & \text{если } J_1 / J_2 < \mu_1 / \mu_2. \end{cases} \quad (23)$$

Как видно из (23), знак $\Delta \chi_n$ определяется соотношением между магнетонами цепочек. Соответствующие критические поля $H_{1,2}$ определяются из (13) граничными значениями области полей, в которой существует локальный уровень, если выполнено условие

$$0 < H_{1,2} \leq \max(J_1 / 2\mu_1, J_2 / 2\mu_2).$$

Это точки, в которых зависимости $\langle m_n^z \rangle$, $\langle S_0^x S_1^x + S_0^y S_1^y \rangle$ от поля имеют изломы.

Возможны следующие сочетания указанных особенностей при различных соотношениях между параметрами цепочек и контакта (см. рис. 1). Приведенные ниже неравенства записаны для определенности при $\mu_1 > \mu_2$.

При выполнении неравенств

$$\alpha_1 \alpha_2 < 1, \quad 0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2 \leq 1 \quad (24)$$

или

$$\alpha_1 \alpha_2 < 1, \quad \mu_1 / \mu_2 < 2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) \quad (25)$$

особенности не наблюдаются (области 1 и 6 на рис. 1).

При условии

$$2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) \leq 1 < 0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2 < \mu_1 / \mu_2 \quad (26)$$

(область 2) есть один конечный скачок восприимчивости в критическом поле

$$H_1 = \frac{J_1}{4(\mu_1 - \mu_2)} [2 - 1/\alpha_1^2 - \alpha_2^2]. \quad (27)$$

Двум конечным скачкам восприимчивости (область 3) отвечают соотношения

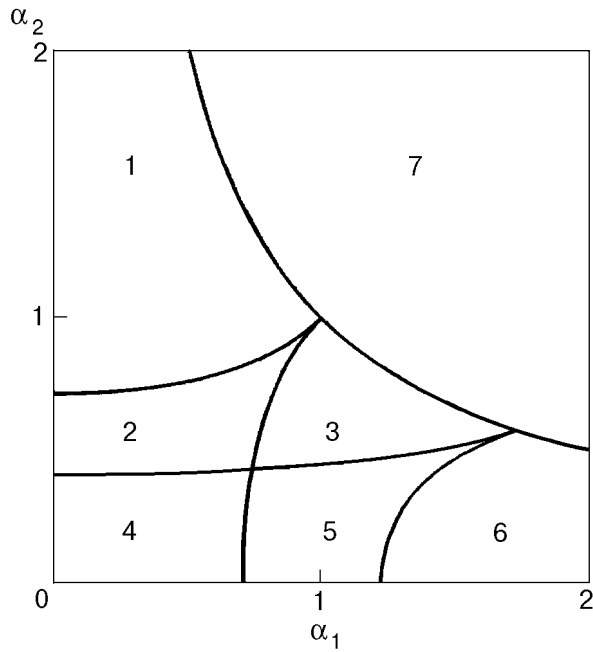


Рис. 1. Области значений параметров $\alpha_1 = J_1/J_0$, $\alpha_2 = J_2/J_0$ при $\mu_1/\mu_2 = 3$ с различными типами сингулярностей локальных термодинамических характеристик. В области 7 и на ее границе с 1, 3, 6 уровней и, следовательно, особенностей нет; в области 1, включая границу с 2, и в области 6 (неравенства (24), (25) соответственно) также нет особенностей, несмотря на наличие локальных уровней; в области 2 и на ее границе с 3 – один конечный скачок восприимчивости (см. (26)); в области 3 – два конечных скачка восприимчивости (см. (28)); в области 4, включая границу с 5, (см. (30)) – скачок локального момента, а в области 5 (см. (31)) – скачок восприимчивости, а затем момента. Границы между 2 и 4, 5 и 6 соответствуют корневой особенности, а граница 3 и 5 – конечному скачку и корневой особенности восприимчивости (кривые (32), (33)).

$$\alpha_1 \alpha_2 < 1, \quad 1 < 2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2), \quad (28)$$

$$0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2 < \mu_1 / \mu_2.$$

Здесь первая из особенностей возникает при отщеплении уровня в критическом поле (27), а вторая – при исчезновении уровня в поле

$$H_2 = \frac{J_2}{4(\mu_1 - \mu_2)} [-2 + 1/\alpha_2^2 + \alpha_1^2]. \quad (29)$$

Одному скачку локальной намагниченности, т.е. δ -функциональной сингулярности восприимчивости в критическом поле (20), соответствует область 4

$$2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) \leq 1 < \mu_1 / \mu_2 < 0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2. \quad (30)$$

В области 5

$$1 < 2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) < \mu_1 / \mu_2 < 0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2 \quad (31)$$

с увеличением поля происходит сначала скачок восприимчивости в критическом поле (27) при появлении локального уровня, а затем скачок магнитного момента в поле (20) при прохождении энергии этого уровня через нулевое значение. Кривые

$$\mu_1 / \mu_2 = 0,5(1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) / \alpha_2^2, \quad (32)$$

$$\mu_1 / \mu_2 = 2\alpha_1^2 / (1 + \alpha_1^2 \alpha_2^2) \quad (33)$$

при $\alpha_1 \alpha_2 < 1$ отвечают корневой особенности восприимчивости. Заметим, что, если $\mu_1 < \mu_2$, достаточно в формулах (24)–(31) поменять местами индексы 1 и 2. В отсутствие локального уровня полевые зависимости никаких особенностей не имеют. Как показывает анализ (19), при некоторых значениях параметров цепочек вблизи H_c возможно убывание и даже отрицательные значения средних локальных моментов контакта и близких к нему атомов. Это убывание компенсируется затем положительным скачком в поле H_c . Подобное поведение характерно и для примесного момента в XY-цепочке [10].

4. Заключение

В настоящей работе изучен энергетический спектр модельной одномерной точно решаемой спиновой системы, которая представляет собой две различные полубесконечные XY-цепочки, взаимодействующие по типу точечного контакта. Одночастичный спектр состоит из двух энергетических зон, характерных для каждой из цепочек, а наличие «границы фаз» в слабых внешних полях приводит к рассеянию возбуждений в области перекрытия зон и к решениям с убыванием волновой функции на одной из цепочек вне области перекрытия. В достаточно сильных полях, когда перекрытия зон нет, остаются только решения второго типа. При сильном взаимодействии цепочек существуют диапазоны внешних полей, в которых от нижней границы нижней зоны и от верхней границы верхней зоны отщепляется по локальному уровню. Таким образом, контакт проявляет как свойства потенциальной стенки для состояний сплошного спектра, так и свойства потенциальной ямы, приводя к возникновению связанных состояний. Наличие примесного уровня под зонами может вызывать при нулевой температуре

либо скачок средних моментов узлов цепочек и парного поперечного коррелятора контакта, либо скачки локальной восприимчивости в узлах, либо следующие один за другим скачок восприимчивости и скачок момента и коррелятора с ростом внешнего продольного поля в зависимости от соотношения между параметрами цепочек и контакта. Существование локальных уровней должно также отражаться на резонансных свойствах системы при низких температурах.

Пользуюсь случаем выразить благодарность А. А. Звягину за обсуждение результатов работы и полезные советы.

1. J. P. Harrison, J. P. Hessler, and D. R. Taylor, *Phys. Rev.* **B14**, 2979 (1976).
2. L. L. Gonsalves and R. J. Elliot, *J. Phys.* **C12**, 1703 (1979).
3. P. M. Duxbury, J. Oitmaa, M. N. Barber, A. van der Bilt, K. O. Joung, and R. L. Carlin, *Phys. Rev.* **B24**, 5149 (1981).
4. E. Lieb, T. Schultz, and D. Mattis, *Ann. Phys.* **3**, 407 (1961).
5. С. А. Пикин, В. М. Цукерник, *ЖЭТФ* **50**, 1377 (1966).

6. В. М. Конторович, В. М. Цукерник, *ЖЭТФ* **53**, 1167 (1967).
7. И. А. Винникоцкий, А. М. Фришман, В. И. Хохлов, *УФЖ* **18**, 810 (1973).
8. И. А. Винникоцкий, А. М. Фришман, В. М. Цукерник, *УФЖ* **19**, 1966 (1974).
9. В. З. Клейнер, В. М. Цукерник, *ФММ* **39**, 947 (1975).
10. В. З. Клейнер, В. М. Цукерник, *ФНТ* **6**, 322 (1980).
11. J. A. Tjon, *Phys. Rev.* **B2**, 2411 (1970).
12. А. А. Звягин, Я. Сегал, *ФНТ* **21**, 1068 (1995).
13. P. Jordan and E. Wigner, *Z. Phys.* **47**, 631 (1928).

Low-temperature properties of two XY spin chains with point-contact interaction

E. V. Ezerskaya

The exact energy spectrum of a one-dimensional spin model formed by two semi-infinite spin-1/2 XY chains with a point-contact interaction in longitudinal magnetic field is calculated. This spectrum contains two energy bands, which overlap partially in low fields, and one or two local levels. It is shown that the local thermodynamical characteristics of the chains can have singularities at zero temperature.