Физика низких температур, 1996, т. 22, № 11, с. 1314–1317

# Взаимодействие абрикосовских вихрей в сверхпроводниках со сверхрешеткой пор

В. Н. Рудько, О. Н. Шевцова, С. В. Шияновский

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Украина, 252028, г. Киев, Украина, пр. Науки, 47*

Исследовано взаимодействие вихревой решетки с упорядоченной структурой дефектов — сверхрешеткой пор. Показано, что если взаимодействие вихрь — дефект достаточно сильное, то в некоторых интервалах магнитных полей возникают структуры с постоянной плотностью вихрей, причем симметрия этих структур может не совпадать с симметрией сверхрешетки пор. На границах этих интервалов происходят фазовые переходы (ФП) I рода, связанные с изменением структуры или ФП II рода, обусловленные генерацией дополнительных вихрей или вакансий.

Досліджено взаємодію гратки вихорів з упорядкованою структурою дефектів — надграткою пор. Показано, що коли взаємодія вихор — дефект досить сильна, то в деяких інтервалах магнітних полів виникають структури з постійною густиною вихорів, до того ж симетрія цих структур може не співпадати з симетрією надгратки пор. На межах цих інтервалів відбуваються фазові переходи (ФП) I роду, пов'язані із зміною структури або ФП II роду, обумовлені генерацією додаткових вихорів або вакансій.

## Введение

Наиболее яркой особенностью сверхпроводников II рода является образование решетки абрикосовских вихрей при магнитных полях между первым $H_{c1}$ и вторым $H_{c2}$ критическими полями [1,2]. В этом диапазоне магнитных полей критический ток определяется силой пиннинга, обусловленного взаимодействием вихрей с дефектами.

Целью настоящей работы является исследование структурных фазовых переходов (ФП) в вихревой решетке в сверхпроводниках II рода с кубической сверхрешеткой пор [3,4] при магнитных полях вблизи $H_{c1}$. Как будет показано ниже, притяжение вихрей порами может оказаться достаточно сильным, чтобы в некотором интервале магнитных полей «заморозить» ВР с плотностью вихрей, соответствующей поверхностной плотности пор. При дальнейшем изменении магнитного поля переход из «замороженной» ВР может быть резким (ФП I рода) или плавным путем генерации дополнительных вихрей или вакансий (ФП II рода).

## 1. Свободная энергия системы

Свободная энергия пористого сверхпроводника при $H_{c1} \le H \le \kappa H_{c1}$ ($\kappa = \lambda/\xi$ — параметр Гинзбурга—Ландау) может быть представлена в приближении парного взаимодействия:

$$F = F_0 NL + \frac{L}{2}\sum E_{vv}^{ij} + \sum E_{vd}^{ik} - \int dV \frac{\mathbf{BH}}{4\pi}, \quad (1)$$

где $N$ — количество вихрей в образце; $E_0 = \frac{\Phi_0}{4\pi} H_{c1}$ — энергия кора вихря; $\Phi_0$ — квант магнитного потока; $E_{vv}^{ij}$ — энергия взаимодействия вихрей на единицу длины; $E_{vd}^{ik}$ — энергия взаимодействия вихрь—пора: $\mathbf{H}$ — внешнее магнитное поле; $\mathbf{B}$ — индукция в образце; $L$ — длина образца в направлении магнитного поля.

## 2. «Замораживание» плотности вихрей вблизи условия соизмеримости

Рассмотрим процесс взаимодействия ВР со сверхрешеткой пор кубической симметрии, когда магнитное поле направлено вдоль одной из главных кристаллографических осей сверхрешетки пор [5]. В плоскости перпендикулярной $\mathbf{H}$ поры образуют квадратную решетку центров пиннинга с периодом $D$. Очевидно, что наиболее благоприятная возможность перестройки ВР из гексагональной в квадратную возникает, когда период квадратной ВР $a_4$ совпадает с периодом сверхрешетки пор и все вихри расположены на дефектах. В этом случае плотность свободной энергии для квадратной ($i = 4$) и гексагональной ($i = 6$) ВР удобно представить в безразмерном виде:

$$\hat{F}_i = n_i((H_{c1} - H) - AS_i + W_i/2), \qquad (2)$$

где $\hat{F} = F/(\Phi_0^2/8\pi^2 D^2)V$; $V$ — объем образца; магнитные поля нормированы на $\Phi_0/(2\pi\lambda^2)$; $n$ — поверхностная плотность вихрей ($n_6 = (4/3)^{i/2}(D/a_6)^2$, $n_4 = 1$); $A = 4R^3/(3\xi^2 d)H_{c1}$ — амплитуда взаимодействия вихрь—дефект; $W(a) = \sum_j K_0(\rho_j/\lambda)$ — энергия взаимодействия одного вихря с остальными; $S_i$ — среднее число заполнения пор вихрями ($S_4 = 1$).

Период гексагональной решетки ВР $a_6$ определяется из условия $\partial\hat{F}_6/\partial n_6 = 0$ при заданном внешнем поле. При вычислении $S_6$ предположим, что ВР не деформируется и вихри распределены хаотически относительно упорядоченного расположения пор, тогда $S_6 = (\xi/D)^2/2$. В действительности энергия искаженной гексагональной ВР будет несколько меньше.

Из условия равенства свободных энергий $\hat{F}_6$ и $\hat{F}_4$ определена зависимость критического поля перехода из квадратной в гексагональную $H_{46}(A)$ (рис. 1, сплошные кривые).

Следует отметить, что, кроме квадратной ВР, возможна другая структура с такой же плотностью вихрей, которая получается сдвигом вихрей на половину периода в нечетных рядах. Эта структура, которую мы будем называть треугольной, имеет элементарную ячейку в виде равнобедренного треугольника, близкого к равностороннему, так как угол при основании равен arctg 2. Энергия вихревого взаимодействия в треугольной решетке ВР $W_3$ будет меньше, чем в квадратной ($W_6 < W_3 < W_4$, $W_6$ — энергия для гексагональной ВР), однако только половина вихрей будет закреплена на порах.

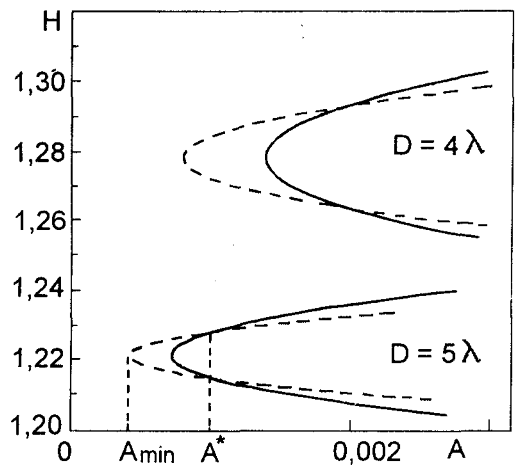


*Рис. 1.* Зависимости $H_{36}$ (пунктирные линии) и $H_{46}$ (сплошные линии) от амплитуды взаимодействия вихрь — дефект для сверхпроводников с различными периодами $D$ сверхрешеток пор.

Поскольку $n_3 = n_4$, равенство свободных энергий для этих структур не зависит от магнитного поля и определяет граничное значение $A^* = (W_4 - W_3)$, ниже которого будет реализовываться не квадратная, а треугольная решетка.

Зависимости критических полей перехода для сверхпроводников с различными периодами сверхрешеток пор представлены на рис. 1. Видно, что при $A < A_{\min}$ гексагональная ВР будет реализоваться при всех значениях магнитного поля. При $A_{\min} < A < A^*$ треугольная структура с постоянной плотностью вихрей оказывается термодинамически выгодной в диапазоне полей между убывающими и возрастающими участками пунктирной кривой $H_{36}^- < H < H_{36}^+$ ($H_{36}$ — поле перехода из треугольной в гексагональную структуру). При $A > A^*$ квадратная ВР обладает меньшими значениями энергии, чем гексагональная, в диапазоне магнитных полей $H_{46}^- < H < H_{46}^+$. Однако в этом интервале магнитных полей в квадратной ВР энергетически более выгодной может оказаться генерация дополнительных вихрей или вакансий.

## 3. Генерация дефектов в вихревой решетке

*Дополнительные вихри*

Дополнительный вихрь в квадратной ВР может располагаться двумя способами: в центре ячейки, при этом дополнительную энергию межвихревого взаимодействия обозначим $E_1$; сдвигая один из основных вихрей из положения равновесия и образуя с ним связанную пару — «гантель», при этом проигрыш в энергии обозначим $E_2$. Из сравнения свободных энергий следует, что возникновение дополнительных вихрей термодинамически выгодно при $H \geq H_a = \min\{H_1, H_2\}$, где $H_j = H_{c1} + E_j$ ($j = 1, 2$).

Поведение системы будет определяться соотношением между $H_{46}^+$, $H_1$ и $H_2$, графики зависимости которых от амплитуды для сверхпроводника с $\kappa = 10$ и сверхрешеткой пор с $D/\lambda = 5$ приведены на рис. 2.

Появление дополнительного вихря приведет к релаксации основных вихрей. Понятно, что «гантель» будет реализовываться при меньших значениях $A$, чем конфигурация с центральным вихрем, поскольку срыв вихря с поры, на которой он был закреп-

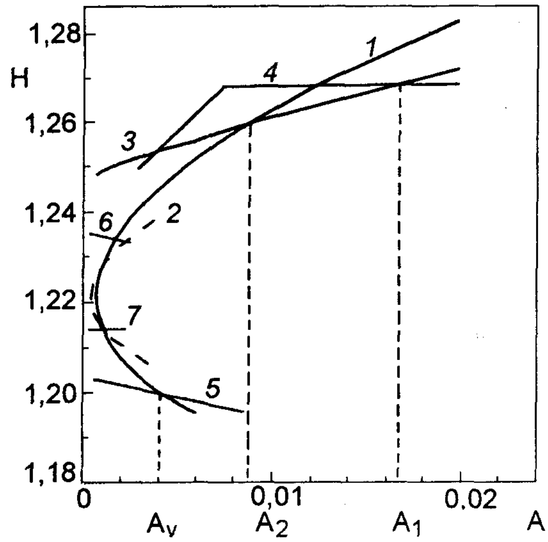


*Рис. 2.* Зависимости критических полей изменения структуры от амплитуды взаимодействия вихрь—дефект при $D/\lambda = 5$, $\kappa = 10$: $H_{46}$ — поле перехода из квадратной в гексагональную (*1*); $H_{36}$ — поле перехода из треугольной в гексагональную (*2*); $H_2$ — поле образования «гантели» (*3*); $H_1$ — поле образования межузельного вихря (*4*); $H_v$ — поле образования вакансии в квадратной решетке (*5*); $H_3$ — поле образования дополнительного вихря в треугольной решетке (*6*); $H_{3v}$ — поле образования вакансии в треугольной решетке (*7*).

лен, легче осуществить при малых $A$. Линейность $H_2(A)$ обусловлена пренебрежимо малой релаксацией остальных основных вихрей.

Зависимость $H_1(A)$ (рис. 2, кривая *4*) легко объяснить с помощью рис. 3, на котором представлена свободная энергия как функция положения ближайших к дополнительному вихрей. Свободная энергия характеризуется двумя минимумами. При достаточно больших значениях $A$ основным является более резкий минимум (рис. 3, кривая *1*), который соответствует вихрям, закрепленным на порах (выход на плато на рис. 2). Более плавный минимум становится основным при малых $A$, поскольку в этом случае взаимодействие с дополнительным вихрем оказывается достаточным, чтобы вытолкнуть близлежащие вихри с пор (кривая *3*). Ясно, что при некотором значении амплитуды $A$ глубины минимумов равны (кривая *2*), что соответствует излому на рис. 2.

### *Вакансии*

При уменьшении магнитного поля термодинамически выгодно образование вакансий, расчет дает условие для критического поля возникновения вакансии $H_v$ в квадратной ВР:

$$H_v = H_{c1} - A + W_4 + E_r, \tag{3}$$

где $E_r(A)$ — энергия релаксации ВР вокруг одной вакансии. Как видно из рис. 2, зависимость $H_v(A)$ оказывается почти линейной при всех $A$, поскольку сдвиг вихрей в такой системе является незначительным и энергия релаксации мала. Пересечение зависимостей $H_v(A)$ и $H_{46}^{-}(A)$ определяет критическое значение амплитуды взаимодействия вихрь—дефект $A_v$, выше которого будут образовываться вакансии. Возникновение дополнительных вихрей или вакансий в треугольной ВР оказывается термодинамически невыгодным, так как соответствующие поля переходов $H_3$ и $H_{3v}$ (рис. 2, кривые *6* и *7*) оказываются вне интервала существования треугольной структуры.

## 4. Структурная перестройка вихревой решетки

При дальнейшем изменении магнитного поля дефекты размножаются и образуют новые сверхструктуры. На примере вакансий видно, что весь диапазон от $H_{c1}^{*} = H_{c1} - A$ (первое критическое поле с учетом рождения вихрей на порах) до $H_v$ (магнитное поле возникновения вакансии) разбивается симметричным образом на поддиапазоны, в которых определенная постоянная доля пор оказывается занятой вихрями. Поддиапазоны для структур с плотностью $n$ и $1 - n$ оказываются зеркально симметричными, так как взаимодействие между вихрями является парным, а сдвиг вихрей относительно центров пор практически отсутствует. Наи-

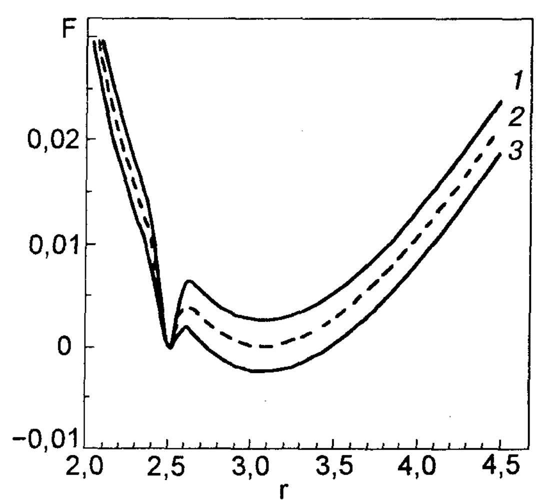


*Рис. 3.* Зависимость свободной энергии от смещения ближайших к дополнительному вихрей при $A = 0{,}01$ (*1*); 0,0075 (*2*); 0,005 (*3*); $D/\lambda = 5$, $\kappa = 10$.

большие области значений магнитного поля приходятся на квадратную структуру с половинным заполнением (80%) и треугольные структуры 1/4 и 3/4 (по 8,7%), которые идентичны треугольной структуре при полной соизмеримости. Переходы между ними и низкоразмерными структурами ленточного типа (3/7, 2/5, 1/3) являются ФП I рода и осуществляются, по-видимому, посредством рождения и движения дислокаций.

## Заключение

Исследовано взаимодействие абрикосовских вихрей с кубической сверхрешеткой пор. Показано, что при достаточно сильном потенциале взаимодействия вихрь—дефект сверхрешетка пор может навязывать ВР определенную симметрию и фиксировать плотность вихрей. В этих условиях зависимость $B(H)$ превращается из плавной в кусочно-постоянную кривую, т.е. весь диапазон внешних магнитных полей вблизи $H_{c1}$ разбивается на несколько интервалов, в которых плотность вихрей имеет постоянное значение, согласующееся с плотностью пор. Переход между этими значениями может происходить скачком.

Расчеты показывают, что наибольший интервал соответствует полной соизмеримости ($n = 1$), когда плотность вихрей совпадает с плотностью цепочек пор вдоль направления магнитного поля. При большом взаимодействии вихрь—пора ($A > A^*$) образуется квадратная ВР, когда все вихри находятся на порах и свободных пор нет. Однако существует интервал значений взаимодействия ($A_{min} < A < A^*$), при которых вместо квадратной образуется треугольная ВР, где только половина вихрей на порах, но энергия межвихревого взаимодействия близка к энергии в гексагональной структуре. Данная структура обладает сильной анизотропией, так как пиннинг вдоль цепочек смещенных вихрей оказывается во много раз меньше, чем в перпендикулярном направлении.

В заключение отметим, что при $\kappa >> 1$ взаимодействие вихрь—дефект оказывается значительно более короткодействующим, чем между вихрями, и его явный вид оказывается несущественным. Поэтому рассмотренные структуры и фазовые переходы могут возникать в ВР при взаимодействии с любыми дефектами при условии, что они образуют правильную квадратную решетку.


1. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Наука, Москва (1987).
2. U. Essmann and H. Trauble, *Phys. Lett.* **A27**, 156 (1968).
3. J. H. Evans, *Nature* 229, 403 (1971).
4. П. Г. Черемской В. В. Слезов В. И. Бетехтин, *Поры в твердом теле*, Энергоатомиздат, Москва (1990).
5. В. Н. Рудько, О. Н. Шевцова, С. В. Шияновский, *ЖЭТФ* 109, 495 (1995).


## The interaction of Abrikosov's vortices in superconductors with superlattice of voids

$\boxed{\text{V. N. Rudko}}$, O. N. Shevtsova, and S. V. Shiyanovsky

The interaction between a vortex lattice and an ordered structure of defects — a superlattice of voids — is studied. It is shown that if the vortex—defect interaction is rather high, there appear new structures with a constant density of vortices within certain ranges of magnetic fields and the symmetry of these structures does not necessarily coincide with that of the superlattice of voids. At boundaries of these intervals there occur type I phase transitions (PT) related to moditification in the vortex structure or type II PT caused by the generation of additional vortices or vortex vacancies.