Физика низких температур, 1995, т. 21, №3, с. 291–294 УДК 538.915

О влиянии локальных аномалий кривизны поверхности Ферми на низкотемпературные квантовые осцилляционные эффекты в нормальных металлах

Н. А. Зимбовская

Уральский горный институт, Россия, 620219, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Статья поступила в редакцию 26 сентября 1994 г.

Рассмотрено влияние локальных аномалий кривизны экстремальных сечений поверхности Ферми на форму и амплитуду квантовых осцилляций плотности состояний электронной жидкости металла. Показано, что обращение в нуль кривизны одного из экстремальных сечений создает более благоприятные возможности для проявления качественнных особенностей низкотемпературных квантовых осцилляций наблюдаемых характеристик металла.

Розглянуто вплив локальних аномалій кривини екстремальних перерезів поверхні Фермі на форму та амплітуду квантових осциляцій густини станів електронної рідини металу. Показано, що обертання в нуль кривини одного з екстремальних перерезів створює більш сприятливі можливості для прояву якісних особливостей низькотемпературних квантових осциляцій спостережуваних характеристик металу.

Исследования квантовых осцилляций различных характеристик металлов в сильных магнитных полях при низких температурах показывают, что в этой области осцилляции обладают специфическими особенностями [1–6]. Если параметр $\theta = 2\pi^2 T/\hbar\Omega$ (T — температура в энергетических единицах совместно с температурой Дингла; Ω — циклотронная частота) удовлетворяет неравенству $\theta \ll 1$, то амплитуда квантовых осцилляций плотности состояний электронов на поверхности Ферми $g(E_F)$ может возрасти настолько, что станет сравнимой с классическим значением плотности состояний $g_{\rm cl}(E_F)$.

В этих условиях осцилляции утрачивают простой гармонический характер, свойственный им при $\theta \lesssim 1$, их форма становится значительно более сложной и существенно зависит от параметров фермижидкостного взаимодействия электронов. В данной области могут возникать особого рода неустойчивости. В частности, при $\theta \ll 1$ в металлах возможны неустойчивости намагниченности в пиках квантовых осцилляций — низкотемпературный аналог эффекта Шенберга [7,8] — и неустойчивости модулей упругости.

Характерные особенности квантовых осцилляций, проявляющиеся в низкотемпературной области, позволяют выделить их в особую группу осцилляционных явлений в металлах, изучение которых представляет значительный интерес. В связи с этим представляется целесообразным проанализировать возможности экспериментального наблюдения предсказанных в [1–6] эффектов. Это и является целью настоящей работы.

Рассмотрим сначала условия, при которых амплитуда осцилляций плотности состояний электронов может стать сравнимой с $g_{\rm cl}(E_F)$, так как именно это является определяющим для проявления особенностей низкотемпературных квантовых осцилляций наблюдаемых характеристик металла. Величина $g(E_F)$ в электронной жидкости металла описывается выражением [9]

$$g(E_F) = -\sum_{\nu\nu'} \frac{f_\nu - f_{\nu'}}{E_\nu - E_{\nu'}} h^*_{\nu\nu'}(-q) n_{\nu'\nu}(q)\Big|_{q=0}, \qquad (1)$$

где f_ν — фермиевская функция распределения квазичастиц с энергиями E_ν; $n_{\nu'\nu}(q)$ — фурье-компоненты в разложении по пространственным переменным матричных элементов оператора плотности числа частиц; $n^*_{\nu'\nu}(q)$ — соответствующий эффективный оператор, перенормированный из-за фермижидкостного взаимодействия:

$$n^*_{\nu'\nu}(q) = n_{\nu'\nu}(q) + \sum_{\nu_1\nu_2} F^{\nu_1\nu_2}_{\nu\nu'} \frac{f_{\nu_1} - f_{\nu_2}}{E_{\nu_1} - E_{\nu_2}} n^*_{\nu_1\nu_2}(q). \qquad (2)$$

Исходя из определений (1), (2) и учитывая только основные осциллирующие слагаемые, можно получить для плотности состояний квазичастиц в изотропной электронной жидкости следующий результат (см. [1,2]):

© Н. А. Зимбовская, 1995

$$g(E_F) = g_{cl}(E_F)\left[1 + (1 - \alpha_0)\frac{\delta}{1 + (\alpha + \beta)\delta}\right] . \quad (3)$$

Здесь осциллирующая функция δ имеет вид

$$\delta = \frac{1}{\gamma}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r^{1/2}}\psi_r(\theta)\cos\left[\pi r\gamma^2 - \frac{\pi}{4}\right]\cos\frac{\pi r\Omega_0}{\Omega} , \quad (4)$$

где $\psi_r(\theta) = r\theta/\mathrm{sh}\,(r\theta)$; $\hbar\Omega_0$ — энергия спинового расщепления; $\gamma = \sqrt{cS_{ex}/|\pi\hbar B|e||}$; S_{ex} — максимальная площадь сечения поверхности Ферми плоскостью, перпендикулярной магнитному полю. Величины α и β выражаются через фермижидкостные параметры A_j, B_j:

$$\alpha = \sum_{j=0}^{\infty}(2j+1)\frac{A_j}{1 + A_j}[P_j(0)]^2 ;$$
$$\beta = \sum_{j=0}^{\infty}(2j+1)\frac{B_j}{1 + B_j}[P_j(0)]^2 ; \quad (5)$$

$\alpha_0 = A_0/I + A_0$; $P_j(x)$ — полиномы Лежандра. Аналогичное (3) выражение для плотности состояний квазичастиц электронной жидкости в магнитном поле использовалось при анализе низкотемпературных квантовых осцилляций статических модулей упругости металла в работах [10,11]. Согласие (3) с результатами этих работ достигается, если пренебречь в суммах по j в (5) всеми слагаемыми с $j > 0$.

Амплитуда осцилляций функции δ имеет порядок $(\gamma\theta^{1/2})^{-1}$, т.е. специфические качественные особенности квантовых осцилляционных явлений в низкотемпературной области могут наблюдаться при $\gamma\theta^{1/2} \gtrsim 1$. Это означает, что граница области низких температур в изотропном металле в сильном магнитном поле $B \approx 500$ кГс проходит на уровне 0,01 К. В реальных металлах граница низкотемпературной области может быть несколько сдвинута в область более высоких температур при условии, что осцилляции связаны с малыми группами носителей заряда, циклотронные массы которых значительно уступают массе свободного электрона. Однако, если Гауссова кривизна поверхности Ферми рассматриваемого металла всюду отлична от нуля, эта граница находится при температурах, не превышающих 0,1 К. Достижение столь низких температур сопряжено с очень серьезными трудностями, что препятствует наблюдению предсказанных в [1–6] эффектов.

Условия для наблюдения этих эффектов должны быть значительно более благоприятными в случае, если квантовые осцилляции связаны с электронами, относящимися к почти цилиндрическим участкам поверхности Ферми, на которых ее Гауссова кривизна обращается в нуль. Пусть, например, поверхность Ферми рассматриваемого металла аксиально симметрична и магнитное поле направлено вдоль оси симметрии. Предположим также, что одно из экстремальных сечений поверхности Ферми плоскостью, перпендикулярной магнитному полю, совпадает с линией параболических точек. Это означает, что в окрестности соответствующего значения $p_z = p_0$ (p_z — проекция квазиимпульса электронов на направление внешнего магнитного поля B) разложение площади сечения поверхности Ферми $S(p_z)$ имеет вид

$$S(p_z) = S_{ex} + \frac{1}{(2l)!}\frac{d^{2l}S}{dp_z^{2l}}\Big|_{p_z=p_0}(p_z - p_0)^{2l} + \ldots , \quad (6)$$

где $l > 1$.

Для описания фермижидкостного взаимодействия можно воспользоваться аппроксимацией функций $\varphi(p, p')$ и $\psi(p, p')$, входящих в фермижидкостное ядро в квазиклассической области, предложенной в [12] для аксиально симметричной поверхности Ферми:

$$\varphi(p, p') = \varphi_{00} + p_z p_z'\varphi_{01} + p_\perp p_\perp'(\varphi_{10} + p_z p_z'\varphi_{11}) ,$$
$$\psi(p, p') = \psi_{00} + p_z p_z'\psi_{01} + p_\perp p_\perp'(\psi_{10} + p_z p_z'\psi_{11}) . \quad (7)$$

Здесь $p_\perp$, $p_\perp'$ — проекции квазиимпульсов электронов на плоскость, перпендикулярную магнитному полю; φ_{ij}, ψ_{ij} $(i, j = 0, 1)$ — константы, характеризующие фермижидкостное взаимодействие в электронной системе металла.

Перейдя от квазиклассических фермижидкостных функций к их квантовым аналогам и подставив полученные выражения для соответствующих матричных элементов в (1) и (2), можно вычислить электронную плотность состояний для металла, поверхность Ферми которого обладает описанными выше свойствами. Как и в случае изотропного металла, $g(E_F)$ будет описываться выражением вида (3), в котором функция δ должна быть заменена на другую осциллирующую функцию δ_l:

$$\delta_l = \frac{1}{\gamma^{1/l}}a_l \times$$
$$\times\sum_{r=1}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r^{1/2l}}\psi_r(\theta)\cos\left[\pi r\gamma^2 \pm \frac{\pi}{4l}\right]\cos(\pi r\,\Omega_0/\Omega) . \quad (8)$$

Здесь a_l — безразмерная постоянная порядка единицы; знаки «+» и «–» соответствуют минимуму и максимуму $S(p_z)$ в точке p_0. В суммах по j в выражениях (5) для величин α и β в принятых предположениях относительно вида фермижидкостных

функций останутся слагаемые с $j \le 2$, причем фермижидкостные параметры теперь будут равны

$$\alpha = \frac{A_0}{1+A_0} + \frac{A_2}{1+A_2}\ ;\quad \beta = \frac{B_0}{1+B_0} + \frac{B_2}{1+B_2}\ ;$$

$$A_0 = \frac{2\varphi_{00}}{(2\pi\hbar)^3}\int dp_z\, m_c S(p_z)\ ;$$

$$A_2 = \frac{2\varphi_{11}}{(2\pi\hbar)^3}\int dp_z\, m_c\, p_z^2 S(p_z)\ , \qquad (9)$$

где m_c — циклотронная масса. Аналогичные выражения могут быть записаны и для B_0, B_2.

Для амплитуды осцилляций функции δ_l получаем оценку

$$|\delta_l| \le \frac{1}{\gamma^{1/l}} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r^{1/2l}} \psi_r(\theta) \approx \gamma^{-1/l}\,\theta^{(1/2l)-1}\ . \qquad (10)$$

При равных значениях параметров γ и θ отношение амплитуд осцилляций δ_l к δ имеет порядок $(\gamma/\sqrt{\theta})^{(l-1)/l}$. Таким образом, в типичных условиях эксперимента, когда $\gamma >> 1$, осцилляции, связанные с квазицилиндрическим экстремальным сечением поверхности Ферми, значительно превосходят по амплитуде обычные осцилляции, описываемые формулой (4). Именно благодаря этому оказывается возможным при расчете электронной плотности состояний ограничиться учетом осциллирующего вклада только от квазицилиндрического экстремального сечения, пренебрегая остальными экстремальными сечениями поверхности Ферми, на которых ее Гауссова кривизна отлична от нуля.

Амплитуда осцилляций функции δ_l достигает порядка единицы при условии $\gamma^{1/l}\theta^{1-1/2l} \lesssim 1$, которое может быть выполнено при более высоких температурах. Так, при $B \approx$ 100 кГс, $\gamma^2 \sim 10^3$, $l = 2$ это неравенство выполняется при температурах порядка градуса Кельвина, вполне достижимых в эксперименте. Таким образом, наличие на поверхности Ферми квазицилиндрических участков может создавать более благоприятные условия для проявления специфических качественных особенностей низкотемпературных квантовых осцилляционных эффектов в нормальных металлах и сделать их доступными для экспериментального наблюдения.

Общий характер такого вывода подтверждается при рассмотрении конкретных термодинамических функций реакции электронной жидкости металла. Так, в работе [13] было показано, что при наличии на поверхности Ферми квазицилиндрического экстремального сечения осциллирующие добавки к компонентам тензора модулей упругости λ_{yyyy} и λ_{xyxy} (градиент деформации считается направленным вдоль оси y) пропорциональны функции Δ_l, имеющей вид

$$\Delta_l = \frac{\delta_l}{1 + (1 + \alpha - \alpha_0 + \beta - 4\pi\kappa\gamma^4)\delta_l}\ , \qquad (11)$$

где величина κ определяет не зависящую от магнитного поля диамагнитную восприимчивость Ландау, равную $-\kappa/3$, а функция δ_l имеет вид (8). В этих же условиях осциллирующая добавка к модулю упругости λ_{zzzz} оказывается пропорциональной Δ'_l, равной

$$\Delta'_l = \frac{\delta_l}{1 + (1 + \alpha - \alpha_0 + \beta)\,\delta_l}\ . \qquad (12)$$

Аналогичный вид будет иметь осциллирующая добавка к магнитной восприимчивости по отношению к однородному полю, направленному вдоль поля B. В принятых предположениях об аксиальной симметрии поверхности Ферми металла и об обращении в нуль Гауссовой кривизны на одном из ее экстремальных сечений можно, принимая для фермижидкостных функций аппроксимацию (7), получить для $\chi_\parallel$ следующий результат:

$$\chi_\parallel = \kappa\gamma^4\Delta'_l\ . \qquad (13)$$

Анализ приведенных выражений показывает, что специфические особенности низкотемпературных квантовых осцилляций термодинамических функций реакции электронной системы металла будут проявляться при достижении амплитудой осцилляций функции δ_l значений порядка единицы. Это подтверждает вывод данной работы о существенной роли квазицилиндрических участков на поверхности Ферми металла в создании благоприятных условий для наблюдения низкотемпературных осцилляционных эффектов в нормальных металлах.

В заключение автор считает необходимым выразить благодарность Е. А. Памятных за полезные дискуссии.

1. В. Н. Багаев, В. И. Окулов, Е. А. Памятных, *ФНТ* **4**, 742 (1978).
2. Е. А. Памятных, *ФММ* **49**, 946 (1980).
3. V. N. Bagaev, V. I. Okulov, and E. A. Pamyatnykh, *J. Low. Temp. Phys.* **41**, 463 (1980).
4. В. И. Окулов, Е. А. Памятных, *ФММ* №8, 5 (1990).
5. Н. А. Зимбовская, В. И. Окулов, Е. А. Памятных, *ФММ* **54**, 224 (1982).
6. Ф. И. Долинин, Э. З. Кучинский, Е. А. Памятных, *ФММ* №7, 5 (1990).
7. D. Shoenberg, *Phil. Trans. Roy. Soc.* **A255**, 85 (1962).
8. A. B. Pippard, *Proc. Roy. Soc.* **A272**, 192 (1963).
9. Н. П. Зырянова, В. И. Окулов, В. П. Силин, в кн.: *Проблемы физики твердого тела*, УНЦ АН СССР, Свердловск (1975).

10. Б. Г. Лазарев, Э. А. Канер, Л. В. Чеботарев, *ФНТ* 3, 808 (1977).
11. Э. А. Канер, Л. В. Чеботарев, Э. Увимана, *ФНТ* 4, 1218 (1978).
12. Н. А. Зимбовская, В. И. Окулов, А. Ю. Романов, В. П. Силин, *ФНТ* 8, 930 (1982).
13. Н. А. Зимбовская, *ФММ* №11, 35 (1992).

On the effect of local anomalies of the Fermi surface curvature on the quantum oscillational phenomena in normal metals

N. A. Zimbovskaya

The effect of anomalies of the curvature of Fermi surface at its extremal cross-sections on the amplitude and shape of quantum oscillations of the electron density of states is considered. It is shown that the curvature, becoming zero in one of the extremal cross-sections, provides the most favourable conditions for the observation of features of low temperature quantum oscillations in metals.