Физика низких температур, 1995, т. 21, № 2, с. 228–234 УДК 537.61

К теории высокочастотных свойств сегнетоферромагнетика с «незамороженным» орбитальным моментом

И. Е. Чупис, А. В. Говорун

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47

Статья поступила в редакцию 6 июня 1994 г., после переработки 7 сентября 1994 г.

Рассмотрены элементарные возбуждения одноосного сегнетоферромагнетика со слабо «незамороженным» орбитальным моментом. Магнитная подсистема описывается спиновым и орбитальным магнитными моментами иона, связанными слабым спин-орбитальным взаимодействием. Рассмотрен спектр магнитных и сегнетоэлектрических возбуждений в магнитном поле, параллельном и перпендикулярном легкой оси. Показано, что различная зависимость спинового и орбитального магнитных моментов от магнитного поля, перпендикулярного спонтанной намагниченности, приводит к кроссоверу спиновой и орбитальной ветвей и к щели в спектре ферромагнитного резонанса. Рассчитан вклад орбитальных возбуждений в полный магнитный момент, который имеет иную температурную зависимость, чем вклад спиновых волн.

Полученные результаты применимы также к системам с двумя группами магнитных ионов, в одной из которых магнитный момент имеет чисто спиновую природу, а во второй — спиновую и орбитальную. В этом случае слабое взаимодействие между магнитными моментами этих групп является не спин-орбитальным, а обменным.

Розглянуто елементарні збудження одновісного сегнетоферомагнетика, орбітальний момент якого слабо «незаморожено». Магнітну підсистему описано спіновим і орбітальним магнітними моментами іона, які зв'язані слабкою спін-орбітальною взаємодією. Розраховано спектр магнітних і сегнетоелектричних збуджень у магнітному полі, орієнтованому вздовж та поперек легкої вісі. Показано, що різні залежності спінового та орбітального магнітних моментів від магнітного поля, перпендикулярного спонтанній намагніченості, приводять до кросовера спінової та орбітальної гілок та до щілини у спектрі феромагнітного резонансу. Розраховано внесок орбітальних збуджень до полного магнітного моменту, який має іншу температурну залежність, ніж спіновий.

Знайдені результати застосовуються і в системах з двома групами магнітних іонів, магнітний момент одної з яких має спінове походження, а другої — спінове і орбітальне. У цьому випадку слабка взаємодія між магнітними моментами цих груп є обмінною, а не спін-орбітальною.

Известно, что в соединениях переходных элементов, магнитные ионы которых имеют синглетное основное состояние, орбитальный момент ионов «заморожен» и не дает вклад в магнитный момент. У некоторых $3d$-ионов, у которых основное состояние не является синглетом (например, Fe^{2+}, Cr^{3+} и др.), происходит незначительное, в меру спин-орбитального взаимодействия, «размораживание» орбитального момента. Метод спин-гамильтониана выражает магнитную энергию системы, содержащей спиновый и орбитальный моменты только через один момент — эффективный спин. Такая замена означает пренебрежение собственными степенями свободы орбитального момента, которые могут проявиться, например, при высокочастотных возбуждениях.

В настоящей работе рассмотрены элементарные возбуждения одноосного сегнетоферромагнетика с «незамороженным» орбитальным моментом. Получен спектр спиновых, орбитальных и сегнетоэлектрических возбуждений в магнитном поле, параллельном и перпендикулярном легкой оси, в случае спин-орбитальной связи. Наличие орбитальных возбуждений означает дополнительную к спиновой низкочастотную ветвь в магнитном спектре. Показано, что в поле, перпендикулярном легкой оси, орбитальные и спиновые возбуждения имеют разный характер зависимости от магнитного поля, и имеет место кроссовер невзаимодействующих спиновой и орбитальной ветвей. Вследствие этого в спектре ферромагнитного резонанса возникает щель, величина которой пропорциональна спин-орбитальному взаимодействию. Найден вклад орбитальных возбуждений в полный магнитный момент. Температурная зависимость этого вклада оказывается иной, чем спиновых волн. В случае, когда магнитные ионы являются ян-теллеровскими, орбитальные магнитные возбуждения индуцируют прецессию вектора электрической поляризации вокруг равновесного направления.

Рассмотрим одноосный сегнетоферромагнетик с вектором электрической поляризации $\mathbf{P}(\mathbf{r})$, на-

© И. Е. Чупис, А. В. Говорун 1995

правленным в равновесии вдоль легкой оси кристалла z. Поскольку мы будем рассматривать случай слабо незамороженного орбитального момента, когда взаимодействие спинового и орбитального моментов является слабым, ферромагнитную подсистему предлагается описывать двумя плотностями моментов, введя наряду с плотностью спинового момента $\mathbf{M}_1(\mathbf{r})$ плотность орбитального магнитного момента $\mathbf{M}_2(\mathbf{r})$. Эти моменты связаны слабым спин-орбитальным взаимодействием $\lambda \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2$, в меру которого возникает размороженность орбитального момента. Используемая модель описывает также системы с двумя группами магнитных ионов, в одной из которых орбитальный момент не заморожен (например, сегнетоферрит Fe_3O_4 содержит как синглетные ионы Fe^{3+}, так и ионы Fe^{2+}). Тогда $\mathbf{M}_1(\mathbf{r})$ — плотность спинового магнитного момента первой группы (подсистемы); $\mathbf{M}_2(\mathbf{r})$ — магнитный момент второй подсистемы с учетом орбитального вклада; λ — постоянная обменного взаимодействия между ионами различных магнитных подсистем. Мы полагаем, что магнитное упорядочение ниже температуры Θ происходит в первой (спиновой) подсистеме, а отличное от нуля среднее значение $\mathbf{M}_2$ возникает в результате подмагничивания со стороны спинов или внешнего магнитного поля. В дальнейшем для конкретности мы будем говорить о первом случае, т.е. будем считать $\mathbf{M}_1$ — спиновым, а $\mathbf{M}_2$ — орбитальным магнитными моментами.

Гамильтониан сегнетоферромагнетика состоит из магнитной $\hat{H}_m$ и сегнетоэлектрической $\hat{H}_e$ частей и их взаимодействия $\hat{H}_{em}$:

$$\hat{H}_m = \int \left\{ -\frac{1}{2}\beta_1 \hat{M}_{1z}^2 + \frac{1}{2}\alpha_1 \left(\frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_1}{\partial x_i}\right)^2 - \mathbf{H}\left(\hat{\mathbf{M}}_1 + \hat{\mathbf{M}}_2\right) + \lambda_0 \hat{\mathbf{M}}_1 \hat{\mathbf{M}}_2 + \frac{1}{2}\beta_2 \hat{M}_{2z}^2 + \right.$$

$$+ \frac{1}{2}\beta_2' \left(\hat{M}_{2x}^2 + \hat{M}_{2y}^2\right) + \frac{1}{2}\alpha_2 \left(\frac{\partial \hat{M}_{2z}}{\partial x_i}\right)^2 + \frac{1}{2}\alpha_3 \left[\left(\frac{\partial \hat{M}_{2x}}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{M}_{2y}}{\partial x_i}\right)^2\right] + \alpha_{12} \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_1}{\partial x_i} \frac{\partial \hat{\mathbf{M}}_2}{\partial x_i} \Bigg\} dV,$$

$$\hat{H}_e = \int \left\{ -\frac{1}{2}\kappa \hat{P}_z^2 + \frac{1}{2}\kappa_1 \left(\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2\right) + \frac{1}{4}\delta \hat{P}_z^4 + \frac{1}{4}\delta_1 \left(\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2\right)^2 + \frac{1}{4}\delta_2 \hat{P}_z^2 \left(\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2\right) + \right. \tag{1}$$

$$+ \frac{1}{2}\xi \left(\frac{\partial \hat{P}_z}{\partial x_i}\right)^2 + \frac{1}{2}\xi_1 \left[\left(\frac{\partial \hat{P}_x}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial \hat{P}_y}{\partial x_i}\right)^2\right] + \frac{1}{2f}\hat{\pi}^2 \Bigg\} dV,$$

$$\hat{H}_{em} = -\frac{1}{2}\int \left\{\gamma_0 \hat{\mathbf{M}}_1 \hat{\mathbf{M}}_2 + \gamma_1 \hat{M}_{1z}^2 + \gamma_2 \hat{M}_{2z}^2 + \gamma_3 \left(\hat{M}_{2x}^2 + \hat{M}_{2y}^2\right)\right\} \hat{P}_z^2 \, dV.$$

Здесь первое слагаемое в $\hat{H}_m$ — оператор энергии магнитной спиновой анизотропии без спин-орбитального вклада. Слагаемые с коэффициентами β_2, β_2' связаны с энергией электростатических L—L взаимодействий [1], причем $\beta_2 \lambda_0^{-1} \sim 10^2$. Наличие двух слагаемых (вместо одного) в (1) с коэффициентами β_2, β_2' обусловлено несохранением величины орбитального момента. Последнее слагаемое в $\hat{H}_e$ — оператор кинетической энергии, $\hat{\vec{\pi}}$ — оператор, канонически сопряженный $\hat{\mathbf{P}}$. В выражении для гамильтониана магнитоэлектрического (МЭ) взаимодействия опущены слагаемые, содержащие $(\hat{P}_x^2 + \hat{P}_y^2)$, поскольку в дальнейшем они дают лишь перенормировку постоянных в (1).

Если магнитную часть энергии (1) проминимизировать по $\mathbf{M}_2$ и равновесное значение $\mathbf{M}_2$ подставить в (1), то мы получим зависящую только от одного момента $\mathbf{M}_1$ энергию, которой соответствует спин-гамильтониан.

Рассмотрим элементарные возбуждения моментов при низких температурах ($T \ll \Theta$) в магнитном поле $\mathbf{H}$, лежащем в плоскости (x, z). Разложим моменты по малым отклонениям от их равновесных значений $\mathbf{M}_{10}$, M_{2j}^0, P_j^0, а для спинового момента $\mathbf{M}_1$ используем представление Гольштейна—Примакова

$$\hat{M}_{1x} = \hat{M}_{1\xi} \cos\theta + \hat{M}_{1\zeta} \sin\theta,$$

$$\hat{M}_{1z} = \hat{M}_{1\zeta} \cos\theta - \hat{M}_{1\xi} \sin\theta,$$

$$\hat{M}_{1\xi} = \left(|\mu_0| M_{10} V^{-1}\right)^{1/2} \sum_{\mathbf{k}} \left(a_{\mathbf{k}}\, e^{i\mathbf{kr}} + a_{\mathbf{k}}^{+}\, e^{-i\mathbf{kr}}\right),$$

$$\hat{M}_{1\eta} = i \left(|\mu_0| M_{10} V^{-1}\right)^{1/2} \sum_{\mathbf{k}} \left(a_{\mathbf{k}}\, e^{i\mathbf{kr}} - a_{\mathbf{k}}^{+}\, e^{-i\mathbf{kr}}\right),$$

$$\hat{M}_{1\zeta} = M_{10} - 2|\mu_0| V^{-1} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} \left(a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}'}\, e^{i(\mathbf{k}'-\mathbf{k})\mathbf{r}}\right),$$

$$\hat{M}_{2j} = M_{2j}^{0} + V^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} d_{j\mathbf{k}}\, e^{i\mathbf{kr}}, \qquad (2)$$

$$\hat{P}_j = P_j^0 + V^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} b_{j\mathbf{k}}\, e^{i\mathbf{kr}},$$

$$\hat{\pi}_j = V^{-1/2} \sum_{\mathbf{k}} \pi_{j\mathbf{k}}\, e^{i\mathbf{kr}}, \quad j = 1, 2, 3.$$

Здесь θ — угол между $\mathbf{M}_{10}$ и осью z; μ_0 — магнетон Бора; $a_{\mathbf{k}}^{+}$ и $a_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения спиновых возбуждений; V — объем системы. Операторы моментов эрмитовы, поэтому

$$d_{j\mathbf{k}}^{+} = d_{j-\mathbf{k}}, \quad b_{j\mathbf{k}}^{+} = b_{j-\mathbf{k}}, \quad \pi_{j\mathbf{k}}^{+} = \pi_{j-\mathbf{k}}.$$

С помощью разложений (2) получаем следующую квадратичную по операторам часть гамильтониана (1):

$$\hat{H}_2 = \sum_{j,\mathbf{k}} \left\{ A_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} A_1 a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + \frac{1}{2} A_1^{*} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{-\mathbf{k}}^{+} + \frac{1}{2} B_j\, b_{j\mathbf{k}}^{+} b_{j\mathbf{k}} + \frac{1}{2} D_j\, d_{j\mathbf{k}}^{+} d_{j\mathbf{k}} + \right.$$

$$\left. + U\left(a_{\mathbf{k}} b_{3-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^{+} b_{3-\mathbf{k}}^{+}\right) + V_1 b_{3\mathbf{k}} d_{1-\mathbf{k}} + V_2 b_{3\mathbf{k}} d_{3-\mathbf{k}} + w_j\, a_{\mathbf{k}} d_{j-\mathbf{k}} + w_j^{*}\, a_{\mathbf{k}}^{+} d_{j-\mathbf{k}}^{+} + \frac{1}{2f} \pi_{j\mathbf{k}}^{2} \right\}, \qquad (3)$$

где

$$A = 2|\mu_0| M_{10} \left[\beta\left(\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta\right) + \alpha_1 k^2 + \left(H_x \sin\theta + H_z \cos\theta\right) M_{10}^{-1} - \lambda M_{10}^{-2} \left(\mathbf{M}_{10}\mathbf{M}_{20}\right)\right];$$

$$A_1 = -\beta |\mu_0| M_{10} \sin^2\theta; \quad \lambda = \lambda_0 - \frac{1}{2}\gamma_0 P_0^2; \quad \beta = \beta_1 + \gamma_1 P_0^2;$$

$$B_1 = B_2 = \kappa_1 + \xi_1 k^2; \quad B_3 = -\kappa + 3\delta P_0^2 + \xi k^2 - \gamma_1 M_{10}^2 \cos^2\theta - \gamma_0 \mathbf{M}_{10}\mathbf{M}_{20} - \gamma_3 \left(M_{2x}^0\right)^2;$$

$$D_1 = D_2 = \beta_2' - \gamma_3 P_0^2 + \alpha_3 k^2; \quad D_3 = \beta_2 - \gamma_2 P_0^2 + \alpha_2 k^2; \qquad (4)$$

$$U = P_0 \left(|\mu_0| M_{10}\right)^{1/2} \left[\gamma_1 M_{10} \sin 2\theta - \gamma_0 \left(M_{2x}^0 \cos\theta - M_{2z}^0 \sin\theta\right)\right];$$

$$V_1 = -P_0 \left(\gamma_0 M_{10} \sin\theta + 2\gamma_3 M_{2x}^0\right); \quad V_2 = -P_0 \left(\gamma_0 M_{10} \cos\theta + 2\gamma_2 M_{2z}^0\right);$$

$$w_1 = \left(|\mu_0| M_{10}\right)^{1/2} \left(\lambda + \alpha_{12} k^2\right) \cos\theta = w \cos\theta; \quad w_2 = iw; \quad w_3 = -w \sin\theta.$$

Далее рассмотрим более подробно случаи, когда внешнее магнитное поле направлено параллельно и перпендикулярно спонтанной электрической поляризации, т.е. легкой оси.

1. Магнитное поле параллельно легкой оси

В этом случае равновесные моменты коллинеарны оси z, $M_{2z}^0 = \beta_2^{-1}(H - \lambda M_{10})$, $\beta_2 > 0$, $\beta_2' > 0$. Для нахождения собственных значений исходим из квантовомеханического уравнения движения для оператора $\dot{a} = i\hbar^{-1}[\hat{H}_2, a]$, выражения (3), представления операторов через операторы $c_n \sim \exp(-i\hbar^{-1}\varepsilon_n)$, c_n^{+} и коммутационных соотношений:

$$a_{\mathbf{k}} = \sum_n \left(u_{n\mathbf{k}} c_{n\mathbf{k}} + v_{n-\mathbf{k}}^{*} c_{n-\mathbf{k}}^{+}\right),$$

$$d_{j\mathbf{k}} = \sum_n \left(r_{n\mathbf{k}}^{j} c_{n\mathbf{k}} + r_{n-\mathbf{k}}^{*j} c_{n-\mathbf{k}}^{+}\right),$$

$$b_{j\mathbf{k}} = \sum_n \left(p_{n\mathbf{k}}^{j} c_{n\mathbf{k}} + p_{n-\mathbf{k}}^{*j} c_{n-\mathbf{k}}^{+}\right),$$

$$\pi_{j\mathbf{k}} = \sum_n \left(s_{n\mathbf{k}}^{j} c_{n\mathbf{k}} + s_{n-\mathbf{k}}^{*j} c_{n-\mathbf{k}}^{+}\right), \qquad (5)$$

$$\left[a_{\mathbf{k}}, a^{+}_{\mathbf{k}'}\right] = \Delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'},$$

$$\left[d_{1\mathbf{k}}, d_{2\mathbf{k}'}\right] = i\nu_0 M^0_{2z}\Delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}'),$$

$$\left[b_{j\mathbf{k}}, \pi_{j'\mathbf{k}'}\right] = i\hbar f\Delta_{jj'}\Delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}').$$

Здесь $\Delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ и $\Delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}')$ — символы Кронекера.

Постоянная $\nu_0 = \mu_0$, если $\mathbf{M}_2$ имеет смысл орбитального момента, и $\nu_0 = \mu_0 g$, где g — эффективный g-фактор, если $\mathbf{M}_2$ — полный магнитный момент иона с «незамороженным» орбитальным моментом. Спиновые операторы $a_{\mathbf{k}}$ коммутируют с операторами орбитального момента $d_{\mathbf{k}}$ и электрической поляризации $b_{\mathbf{k}}$. Орбитальный магнитный момент коммутирует с электрической поляризацией только в адиабатическом приближении, когда электронные и ядерные переменные не связаны. Сегнетоэлектрические возбуждения P_z имеют частоты порядка 10^{12}–10^{13} с^{-1}, а возбуждения P_x, P_y еще более высокочастотны. Такой же порядок величины могут иметь расстояния между мультиплетами $3d$-ионов, поэтому возможно проявление неадиабатичности, которое в нашем случае означает некоммутативность операторов орбитального магнитного момента и электрической поляризации [2]:

$$\left[\hat{M}_{2j}(\mathbf{r}), \hat{P}_k(\mathbf{r}')\right] = i\nu\varepsilon_{jkl}\hat{P}_l(\mathbf{r})\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \quad (6)$$

Феноменологическая постоянная ν пропорциональна степени вибронной связи: $\nu = 0$ в адиабатическом приближении, максимальное значение $\nu = \nu_0$.

Для рассматриваемого основного состояния из (6) имеем:

$$\left[d_{1\mathbf{k}}, b_{2\mathbf{k}'}\right] = i\nu P_0\Delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}'),$$
$$\left[b_{1\mathbf{k}}, d_{2\mathbf{k}'}\right] = i\nu P_0\Delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}'). \quad (7)$$

Используя соотношения (5), (7), обычным образом получаем следующие дисперсионные уравнения:

$$\left(\varepsilon^2-\varepsilon_0^2\right)^2\left(\varepsilon^2-\varepsilon_{10}^2\right)\left(\varepsilon^2-\varepsilon_{20}^2\right) - 2B_1(\nu P_0)^2\varepsilon^2\left(\varepsilon^2-\varepsilon_0^2\right)\left[D_1\left(\varepsilon^2-A^2\right)+2Aw^2\right] -$$
$$- B_1^2(\nu P_0)^4\varepsilon^2\left[\left(AD_1-2w^2\right)^2-\varepsilon^2D_1^2\right] = 0, \quad \varepsilon^2 = f\hbar^2B_3 = \varepsilon_e^2, \quad (8)$$

где

$$\varepsilon_{10,20} = \frac{1}{2}\left\{\left[\left(A+\nu_0D_1M^0_{2z}\right)^2-8\nu_0M^0_{2z}w^2\right]^{1/2} \mp \left(A-\nu_0D_1M^0_{2z}\right)\right\}, \quad \varepsilon_0^2 = \hbar^2fB_1. \quad (9)$$

Возбуждения P_z не взаимодействуют со всеми остальными и имеют энергию ε_e. В адиабатическом приближении ($\nu = 0$) возбуждения (P_x, P_y) происходят с энергией ε_0 и также не взаимодействуют с магнитными ε_{10}, ε_{20}. Ветви $\varepsilon_{20} \approx A$ (если спин-орбитальное взаимодействие мало, то $|\lambda| \ll \ll \beta_1$) соответствует энергия спинового возбуждения, а $\varepsilon_{10} \approx |\nu_0|D_1M^0_{2z} = |\nu_0|D_1\beta_2^{-1}(H-\lambda M_{10})$ — энергия магнитного орбитального возбуждения, которая в $\beta_1|\lambda|^{-1}$ раз меньше энергии ферромагнитного резонанса при $H = 0$ и линейно растет с увеличением магнитного поля. Если же $\lambda \gtrsim \beta_1$, то спектр связанных спиновых и орбитальных возбуждений описывается формулой (9). Возбуждения ε_{10} не связаны с переходами между мультиплетами и не являются так называемыми орбитонами [1], имеющими большую энергию активации. Возбуждения ветви ε_{10} происходят над основным состоянием с $M^0_{2z} \neq 0$ и являются магнитными возбуждениями средней плотности орбитального момента. Как значение $M^0_{2z} \neq 0$, так и его изменение с температурой являются результатом размораживания орбитальных моментов под влиянием взаимодействия со спинами и магнитным полем. Медленность движений (низкие частоты $\varepsilon_{10}\hbar^{-1}$) обусловлена слабостью этих взаимодействий. В отсутствие спин-орбитального взаимодействия и поля $\varepsilon_{10} = 0$.

При наличии вибронной связи ($\nu \neq 0$, ян-теллеровские ионы) высокочастотная фононная ветвь ε_0 расщепляется [2]. Воспользовавшись малостью отношения A/ε_0, которое порядка отношения СВЧ и ИК частот, из (8) получаем две высокочастотные ветви возбуждений:

$$\varepsilon_{3,4} = \bar{\varepsilon}_0 \mp \frac{\nu^2P_0^2B_1(\nu_0M^0_{2z}D_1^2-2w^2)}{2\bar{\varepsilon}_0^2},$$
$$\bar{\varepsilon}_0^2 = \varepsilon_0^2 + \nu^2P_0^2B_1D_1. \quad (10)$$

В этих ветвях моменты прецессируют вокруг легкой оси $m_{2x}/m_{2y} = P_x/P_y = \pm i$. Такой характер возбуждения (прецессия) необычен для вектора поляризации и является следствием неадиабатичности; магнитные моменты навязывают прецессию электрическому дипольному моменту [2]. Прецессия моментов в разных направлениях происходит с разными частотами (10). Как видно из (10), расщепление возникает лишь в сегнето- и магнитоупорядоченной фазе, где $\mathbf{P}_0$ и $\mathbf{M}_2$ отличны от нуля, т.е. эффект может быть как спонтанным, температурным (возникающим при температуре перехода в сегнетомагнитное состояние), так и полевым, если $\mathbf{P}_0$ и $\mathbf{M}_2$ индуцируются внешними электрическим и магнитным полями.

Орбитальные возбуждения наряду со спиновыми вносят свой вклад в температурную зависимость полного магнитного момента при низких температурах. Величина этого вклада определяется формулой [3]:

$$\Delta M_2 = M_2(T) - M_2(0) =$$

$$= -(2\pi)^{-3} \int \frac{\partial \varepsilon}{\partial H} \left(e^{\varepsilon/T} - 1\right)^{-1} d\mathbf{k}\,, \qquad (11)$$

где

$$\varepsilon \approx |\nu_0|\,\beta_2^{-1}\left(H - \lambda M_{10}\right)\left(\beta_3 + \alpha_3 k^2\right),$$

$$\beta_3 = \beta_2' - \gamma_3 P_0^2\,.$$

Имеем

$$\Delta M_2 = \frac{\nu_0}{4\pi^2}\frac{\beta_3}{\beta_2}\left(\frac{\beta_3}{\alpha_3}\right)^{3/2} \eta^{-5/2} F_2(\eta)\,,$$

$$F_2(\eta) = \int_\eta^\infty \frac{x(x-\eta)^{1/2}}{e^x - 1}\,dx\,, \qquad (12)$$

$$\eta = \frac{\beta_3}{\beta_2}\frac{|\nu_0(H - \lambda M_{10})|}{T}\,.$$

Аналогично для спиновых волн

$$\Delta M_1 = \frac{\mu_0}{4\sqrt{2}\,\pi^2 a_c^3}\left(\frac{T}{\Theta}\right)^{3/2} F_1(\eta)\,,$$

$$F_1(\eta) = \int_\eta^\infty \frac{(x-\eta)^{1/2}}{e^x - 1}\,dx\,, \qquad (13)$$

$$\eta = 2|\mu_0|\left(H + \beta_1 M_{10}\right)T^{-1}\,,$$

где a_c — постоянная решетки.

При $\eta \gg 1$ вклад элементарных возбуждений в магнитный момент экспоненциально мал. При $\eta \ll 1$ для спинового вклада имеем известный закон Блоха «три вторых», $\Delta M_1 \propto (T/\Theta)^{3/2}$, а ΔM_2 имеет иную температурную зависимость:

$$\Delta M_2 = \frac{3\zeta(5/2)\nu_0}{16\pi^2}\left(\frac{\beta_2}{\alpha_3}\right)^{3/2}\left[\frac{T}{|\nu_0(H - \lambda M_{10})|}\right]^{5/2}, \qquad (14)$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_2}\frac{|\nu_0(H - \lambda M_{10})|}{T} \ll 1\,,$$

ζ — дзета-функция Римана.

Для промежуточных значений η величины интегралов F_1 и F_2 приведены в таблице

Таблица

	η									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
F_1	1,67	1,59	1,49	1,39	1,30	1,22	1,14	1,06	0,99	0,92
F_2	1,44	1,19	0,99	0,85	0,73	0,64	0,56	0,49	0,44	0,39

Из таблицы видно, что величина F_2 мало меняется в интервале $\eta < 0{,}5$, так что степенная зависимость $\Delta M_2 \approx (T/H)^{5/2}$ сохраняется вплоть до значений $\eta \approx 0{,}5$.

Следует также иметь ввиду условие $\Delta M_2 \ll M_2 = \beta_2^{-1}(H - \lambda M_{10})$, которое, если положить в (12) $\alpha_3 \sim \beta_3 a_c^2$, $\nu_0 = \mu_0$, $M_{10} = |\mu_0| a_c^{-3}$ означает условие для магнитного поля

$$\left(H - \lambda M_{10}\right) \gg \frac{\beta_3}{4\pi^2} M_{10}\,\eta^{-5/2} F_2\,. \qquad (15)$$

2. Магнитное поле перпендикулярно легкой оси

В магнитном поле, меньшем поля магнитной анизотропии

$$H_a = M_{10}\left[\beta_2\left(\beta_2' - \lambda_0\right)\right]^{-1}\left[\beta_1\beta_2\beta_2' + \lambda_0^2\left(\beta_2' - \beta_2\right)\right],$$

равновесные магнитные моменты отклонены от легкой оси,

$$M_{2z}^0 = -\beta_2^{-1}\lambda_0 M_{10}\cos\theta\,, \quad \sin\theta = H/H_a\,,$$

$$M_{2x}^0 = (\beta_2')^{-1}\left(1 - \lambda_0 M_{10} H_a^{-1}\right)H.$$

В адиабатическом приближении, считая моменты $\mathbf{M}_2$ и $\mathbf{P}$ коммутирующими и оставляя слагаемые не выше второго порядка по малым спин-орбитальному и МЭ взаимодействиям, получаем дисперсионное уравнение:

$$\left(\varepsilon^2-\varepsilon_{10}^2\right)\left(\varepsilon^2-\varepsilon_{20}^2\right)\left(\varepsilon^2-\varepsilon_{e0}^2\right)-\hbar^2 f\left[2U^2\left(A-A_1\right)\left(\varepsilon^2-\bar{\varepsilon}_{10}^2\right)+D_1\nu_0^2\left(\varepsilon^2-\bar{\varepsilon}_{20}^2\right)\left(M_{2x}^0V_2-M_{2z}^0V_1\right)^2\right]=0,$$

где

$$\varepsilon_{10,20}=\frac{1}{2}\left\{A^2-A_1^2+ND_1-4w^2\Omega\mp\left[\left(A^2-A_1^2-ND_1\right)^2+8w^2\left(A+A_1-D_1\Omega\right)\left(N+\Omega\left(A_1-A\right)\right)\right]^{1/2}\right\},$$

$$N=\nu_0^2\left[D_3\left(M_{2x}^0\right)^2+D_1\left(M_{2z}^0\right)^2\right],\quad \Omega=\nu_0\left(M_{2z}^0\cos\theta+M_{2x}^0\sin\theta\right), \tag{16}$$

$$\bar{\varepsilon}_{10}^2=ND_1,\quad \bar{\varepsilon}_{20}^2=A^2-A_1^2,\quad \varepsilon_{e0}^2=\hbar^2 fB_3.$$

С магнитными ветвями ε_{10} и ε_{20} взаимодействуют лишь возбуждения электрической поляризации P_z с энергией ε_e. Возбуждения же P_x, P_y не взаимодействуют с магнитными ветвями и происходят с частотой $\omega_\perp=(fB_1)^{1/2}$, которая обычно больше, чем $\hbar^{-1}\varepsilon_e$.

Орбитальные ($\bar{\varepsilon}_{10}$) и спиновые ($\bar{\varepsilon}_{20}$) возбуждения имеют разные зависимости от величины магнитного поля. Энергия активации орбитальных возбуждений возрастает (в полях $H \gg |\lambda_0| M_{10}$ она практически линейно зависит от H), а энергия спиновых возбуждений убывает ($\varepsilon_{20}\sim(H_a^2-H^2)^{1/2}$) с увеличением магнитного поля. В результате этого при $\varepsilon_{10}<\varepsilon_{20}$ в поле H_p, меньшем поля магнитной анизотропии, имеет место кроссовер невзаимодействующих ветвей (рис. 1). Поле кроссовера в пренебрежении малым спин-орбитальным взаимодействием ($|\lambda| \ll \beta$) равно

$$H_p=\beta_1 M_{10}\left[1+\frac{\beta_2\nu_0^2}{4\beta_2'\mu_0^2}\right]^{-1/2}. \tag{17}$$

Спин-орбитальное взаимодействие расталкивает ветви, и в спектре ферромагнитного резонанса возникает щель $\Delta\varepsilon$, пропорциональная первой степени спин-орбитального взаимодействия:

$$\Delta\varepsilon\approx\frac{\lambda H_p\left(4\beta_1\mu_0^2+\beta_2\nu_0^2\right)}{\beta_1\nu_0\left(\beta_2\beta_2'\right)^{1/2}}. \tag{18}$$

В поле $H > H_a$ энергии активации магнитных ветвей (в пренебрежении λ) ведут себя следующим образом:

$$\varepsilon_2\approx|\nu_0|H\left(\beta_2/\beta_2'\right)^{1/2},\ \varepsilon_1\approx 2|\mu_0|\left[H(H-H_a)\right]^{1/2}.$$

Но теперь, при $H > H_p$ ε_1 — ветвь спиновых возбуждений, а ε_2 — орбитальных.

Учет МЭ взаимодействия в (16) приводит к малым поправкам в спектре:

$$\varepsilon_1\approx\varepsilon_{10}-\frac{\nu_0^2\hbar^2 fD_1\left(M_{2x}^0V_2-M_{2z}^0V_1\right)^2}{2\varepsilon_{10}\varepsilon_{e0}^2},$$

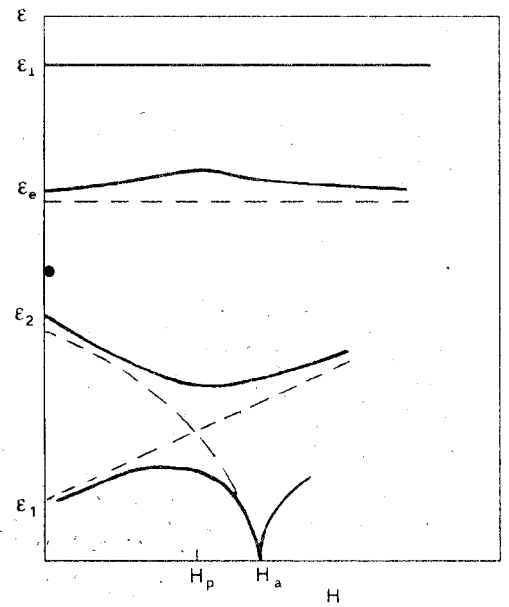

Рис. 1. Зависимость энергий активации элементарных возбуждений от магнитного поля, перпендикулярного легкой оси. Пунктирными линиями изображены невзаимодействующие ветви $\bar{\varepsilon}_{10}$, $\bar{\varepsilon}_{20}$ и ε_{e0}.

$$\varepsilon_2 \approx \varepsilon_{20} - \frac{\hbar^2 f (A - A_1) U^2}{\varepsilon_{20} \varepsilon_{e0}^2}, \qquad (19)$$

$$\varepsilon_e \approx \varepsilon_{e0} + \frac{\hbar^2 f \left[2U^2 (A - A_1) + \nu_0^2 D_1 (M_{2x}^0 V_2 - M_{2z}^0 V_1)^2\right]}{2\varepsilon_{e0}^2}.$$

В формулах (19) учтено, что $\varepsilon_{e0} >> \varepsilon_{10}, \varepsilon_{20}$ (ε_{e0} лежит в ИК диапазоне, а $\varepsilon_{10}, \varepsilon_{20}$ — в СВЧ области спектра). С помощью выражений (4) и (19) легко убедиться в том, что в магнитных полях $H >> |\lambda| M_{10}$ МЭ взаимодействие слегка меняет наклон орбитальной ветви, оставляя ее линейно зависящей от H, а ветви ε_{20} и ε_{e0} приобретают малую добавку, нелинейную по полю $\sim H^2(1 - H^2 H_a^{-2})$. На рис. 1 схематически, без соблюдения масштаба, изображена зависимость энергий активации ветвей спектра от величины магнитного поля. Полученные результаты имеют качественный характер. Отсутствие экспериментальных данных о величинах параметров гамильтониана (1) в конкретном сегнетоферромагнетике не дает возможность провести количественные оценки.

Работа финансировалась государственным фондом фундаментальных исследований при Государственном Комитете Украины по вопросам науки и технологий.

1. В. А. Попов, *ФТТ*, 8, 467 (1966); В. Ю. Ирхин, Ю. П. Ирхин, *ЖЭТФ* 104, 3868 (1993).
2. I. E. Chupis, in: *Magnetoelectric Interaction Phenomena in Crystals*, 2nd Intern. Conf., Ascona, Sept. 13–18 (1993), p. 105.
3. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).

To the theory of high frequency properties of ferroelectromagnetic material with «nonfrozen» orbital moment

I. E. Chupis and A. V. Govorun

The elementary excitations of an uniaxial ferroelectric-ferromagnetic material with a weak «nonfrozen» orbital moment are studied. The magnetic subsystem is described by two moments, these being spin and orbital magnetic moments of a ion connected by a spin-orbital interaction. The spectrum of magnetic and ferroelectric excitations is studied in magnetic fields parallel and perpendicular to the easy axis. It is shown that the distinct dependence of the spin and orbital magnetic moments on a magnetic field perpendicular to spontaneous magnetization is responsible for a crossover of the spin and orbital branches and a split in the spectrum of ferromagnetic resonance. The contribution of the orbital excitations to total magnetic moment is calculated. This contribution has a temperature dependence different from that of the spin waves.

The obtained results can be also applied to systems with two groups of magnetic ions. In this case the magnetic moment on one of the groups is of a spin nature, and in the other is of spin and orbital characters. The weak interaction between the magnetic moments of the groups is of an exchange rather than a spin-orbital nature.