Физика низких температур, 1995, т. 21, № 2, с. 173–176 УДК 538.941

Аномальное отражение звука от грани квантового кристалла ^{4}He

В. Л. Цымбаленко

Российский научный центр «Курчатовский институт», Россия, 123182, г. Москва, пл. И. В. Курчатова

Статья поступила в редакцию 1 августа 1994 г., после переработки 9 сентября 1994 г.

Показано, что подвижность элементарных дефектов строения грани квантового кристалла — ступенек, порожденных источниками Франка—Рида, приводит к существенному изменению отражения ультразвука от грани. Предложено использовать этот эффект для определения параметров ступеней — линейной энергии и подвижности.

Показано, що рухливість елементарних дефектів будови грані квантового кристала — ступенів, які породжені джерелами Франка—Ріда, приводить до істотної зміни відбиття ультразвуку від грані. Пропоновано використовувати цей ефект для визначення параметрів ступенів — лінійної енергії і рухливости.

1. Введение

Прохождение звука через границу жидкий—твердый гелий привлекло особое внимание после экспериментального обнаружения квантового состояния поверхности кристалла гелия [1]. Дефекты строения поверхности (ступеньки) в этом состоянии имеют нулевую энергию образования на единицу длины (линейную энергию) ($\beta = 0$). Высокая подвижность ступеней вследствие их зонного движения приводит к аномально быстрым процессам движения поверхности и, как следствие, к существенному отличию коэффициента отражения звука R от значения R_0, вычисленного по акустическим импедансам [2]. Это явление использовали в работе [3] для определения кинетического коэффициента роста кристалла.

В некоторых кристаллографических направлениях, однако, при понижении температуры происходит переход огранения, и линейная энергия ступенек становится положительной. Равновесная концентрация ступенек экспоненциально мала, и скорость роста грани на несколько порядков ниже, чем на квантовой поверхности. При этом следует ожидать значение коэффициента отражения звука равное R_0. Однако реальный кристалл содержит дефекты строения, например дислокации, выходы которых на границу раздела порождают дефекты поверхности. Так, выходы двух винтовых дислокаций противоположного знака образуют ступеньку атомной высоты a (источник Франка—Рида).

В данной работе показано, что ступеньки, порожденные источниками Франка—Рида, существенно изменяют коэффициент отражения звука от грани кристалла гелия. Зависимости $R(T, \omega)$ определяются температурными зависимостями подвижности ступенек и их линейной энергии, а масштаб эффекта — их концентрацией. Измерения температурного хода линейной энергии ступени β на грани вблизи и вдали от перехода огранения позволят проверить теории переходов огранения [4,5] и определить параметры фазового перехода. К настоящему времени зависимость $\beta(T)$ измерена для ориентации (0001) в узком интервале вблизи первого перехода огранения ($T_{R1} - T < 0{,}01$ K) [6] и в пределе низких температур ($T < 0{,}2$ K) [7]. Поскольку скорость роста грани обусловлена рождением свободных ступенек и их подвижностью, измерение этих параметров прояснит микроскопический механизм роста грани [6].

В разд. 2 обсуждается струнная модель ступеньки и уравнения ее движения, в разд. 3 вычисляется коэффициент отражения ультразвука от грани. Расчет температурных и частотных зависимостей коэффициента отражения приведен в разд. 4. В пятом разделе обсуждается эксперимент по прохождению ультразвука, выполненный Кастеном, Балибаром и Ларошем [3].

2. Струнная модель ступеньки

Рассмотрим базисную грань (0001) кристалла гелия, на которой находятся источники Франка—Рида с концентрацией Λ. Примем для простоты, что длина ступенек одинакова и равна L. Пусть кристалл занимает полупространство $z < 0$. Тогда ступенька лежит в плоскости XY. Выберем начало системы координат на одном конце ступени, ось X направим на второй ее конец. Ось Y лежит в плоскости грани так, что перемещения $y > 0$ соответствуют кристаллизации.

© В. Л. Цымбаленко, 1995

В равновесии ступень прямолинейна. Отклонение давления от фазового равновесия на величину δp приведет к возникновению термодинамической силы F [8], изгибающей ступень в направлении нового положения равновесия. При движении ступени на нее воздействуют сила вязкости, пропорциональная скорости движения, и возвращающая сила, обусловленная линейным натяжением ступени β. Общее уравнение для профиля ступени $y(x, t)$, учитывающее эти факторы, а также присоединенную массу ступеньки — это уравнение колебания струны в вязкой среде. В предположении $L >> a$ и $y_{max} << L$ (y_{max} — максимальное отклонение ступени от положения равновесия) уравнение движения и граничные условия имеют вид:

$$M\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + B(T)\frac{\partial y}{\partial t} - \beta(T)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = F\,,$$
$$F = \frac{\rho_s - \rho_1}{\rho_1}\, a\,\delta p = \frac{\Delta\rho}{\rho}\, a\,\delta p\,, \qquad (1)$$

$$y(0, t) = y(L, t) = 0\,, \qquad (2)$$

где M и B — присоединенная масса и сила трения на единицу длины ступени; $\Delta\rho$ — разность между плотностью кристалла ρ_s и плотностью жидкости ρ_1; a — межплоскостное расстояние. Первый член уравнения (1) учитывает эффективную массу ступеньки [9,10], второй — вязкость среды и третий — линейное натяжение ступени. Эти вклады в отдельности ранее рассматривались рядом авторов [8–10]. Из вида уравнения (1) следует качественное отличие кинетики атомногладкой грани с дефектами от рассмотренной Кастеном и Нозьером [2] кинетики атомношероховатой поверхности. При отклонении давления от равновесного на величину $\delta p = \text{const}$ грань релаксирует к новому положению равновесия, тогда как атомношероховатая поверхность растет с постоянной скоростью. Термодинамическая сила F в уравнении (1) принимается пропорциональной изменению давления δp на границе раздела фаз [8]. Тем самым неявно предполагается, что взаимодействие между ступеньками мало. Поскольку концентрация дислокаций в кристалле Λ (см. ниже) порядка 10^6–10^8 см$^{-2}$, то число источников Франка—Рида того же порядка, и среднее расстояние L между ступенями порядка 10^{-3}–10^{-4} см, $L >> a$. На таких расстояниях сила взаимодействия ступеней [7] сравнивается с внешним воздействием при очень малых пересыщениях:

$$\delta p_{inter} \sim \delta_0 \left(a/L\right)^3 (\Delta\rho/\rho)/a\,,$$
$$\delta_0 = 0{,}1 - 1 \text{ дин/см}\,,\ \delta p_{inter} \sim 10^{-3} \text{ дин/см}^2\,.$$

Далее предполагается $\delta p >> \delta p_{inter}$, и взаимодействие ступеней не учитывается.

Среднее смещение границы жидкость — кристалл ξ, связанное с изгибом ступеней, пропорционально концентрации источников Франка—Рида и площади, «заметаемой» ступенькой при движении, и выражается соотношением

$$\xi = a\Lambda \int_0^L y(x, t)\, dx\,. \qquad (3)$$

3. Отражение ультразвука от грани

Рассмотрим нормальное падение плоской звуковой волны с частотой ω на грань кристалла ^{4}He. В этом случае направления падающей, отраженной и прошедшей волн параллельны. Задача является одномерной, давление δp и скорости смещений в волнах $v_{l,s}$ зависят только от координаты z (индексы l и s относятся к жидкости и кристаллу соответственно). Граничные условия можно записать в виде

$$\delta p + \sigma_{zz} = 0\,,\quad v_l = v_s - \frac{\Delta\rho}{\rho}\dot{\xi}\,, \qquad (4)$$

где σ_{zz} — напряжение в кристалле на границе [11]. На границе давление изменяется периодически: $\delta p \sim F = F_0\, e^{i\omega t}$. Разлагая решение $y(x, t)$ в ряд Фурье, получаем

$$y(x, t) = F_0\, e^{i\omega t}\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\gamma_n}{2n-1}\sin\frac{\pi(2n-1)x}{L}\,;$$
$$\gamma_n^{-1} = \beta\frac{\pi^2(2n-1)^2}{L^2} - M\omega^2 + i\omega B\,. \qquad (5)$$

Граничное условие (4) для скоростей роста с учетом (3), (5) запишем в виде

$$v_l = v_s - \delta p\, e^{i\omega t}\, Z(\omega)\,; \qquad (6)$$
$$Z(\omega) = i\frac{8}{\pi^2}\omega a^2\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 L\Lambda\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\gamma_n}{(2n-1)^2}\,.$$

Коэффициент отражения R от грани для граничных условий (4), (6) выражается соотношением

$$R(\omega) = \left|\frac{z_s - z_l - z_s z_l Z(\omega)}{z_s + z_l + z_s z_l Z(\omega)}\right|^2\,, \qquad (7)$$

где $z_{s,l} = \rho c$ — акустические импедансы кристалла и жидкости соответственно, c — скорость звука в среде. Это выражение аналогично приведенному в работе [2], с той разницей, что коэффициент $Z(\omega)$ теперь описывает релаксацию поверхности. В отсутствие присоединенной массы и линейного натя-

жения $Z(\omega)$ пропорционален кинетическому коэффициенту роста K:

$$Z(\omega) \sim 1/B \sim K\,, \quad K = \frac{v}{\left[(\Delta\rho/\rho_l\rho_s)\,\delta p\right]}\,,$$

где v — скорость роста атомно-шероховатой поверхности кристалла по нормали к поверхности. Это качественно согласуется с результатом работы [2]. На грани, свободной от дефектов, $Z(\omega) = 0$, и мы получаем обычное выражение для коэффициента отражения: $R = R_0 = 0{,}056$.

Рассмотрим предельные случаи высоких и низких температур для качественной иллюстрации температурного хода коэффициента отражения. Эффективная вязкость B монотонно возрастает с температурой, изменяясь от 0,4 до 0,7 К на два порядка. При высоких температурах вязкость велика, коэффициент отражения близок к акустическому значению, а поправка к нему отрицательна: $R = R_0(1 - \text{const}/B)$, что можно использовать для определения температурного хода $B(T)$. Константа при $1/B$ пропорциональна произведению $L\Lambda$, т.е. величина эффекта растет с увеличением концентрации ступенек. При низких температурах вязкость мала, подвижность ступеней велика и коэффициент отражения растет с понижением температуры, как и для свободных ступеней, рассмотренных в работе [2]. Поэтому по мере понижения температуры коэффициент отражения сначала падает, проходит через минимум и затем начинает возрастать. Положение минимума определяется значением параметров ступени и частотой падающего звука. Предельное значение R при $T \to 0$ ($B \to 0$) равно

$$R = \frac{R_0 + \Delta R}{1 + \Delta R}\,, \quad \Delta R = \left(\frac{z_s z_l}{z_s + z_l} A \frac{\omega L^2}{\pi^2\beta}\right)^2,$$

$$A = \frac{8}{\pi^2} a^2 \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 L\Lambda\,.$$

Отсюда видно, что по предельному значению R можно вычислить значение комбинации параметров $L^3\Lambda/\beta \approx L/\beta$ и определить температурный ход линейной энергии ступени $\beta(T)$.

В данном расчете пренебрегалось излучением второго звука. Используя результат (5), оценим теперь отношение интенсивности второго звука I_2 к интенсивности отраженной звуковой волны I_1. Поток тепла на единицу площади равен

$$Q = T\Delta\dot{S} = \frac{T(S_l - S_s)\dot{\xi}}{V_s^m}\,,$$

где $S_{s,l}$ — молярные энтропии твердой и жидкой фаз соответственно; ξ — среднее перемещение поверхности (3); V_s^m — молярный объем кристалла. Это возбуждает волну второго звука, отношение интенсивности которого к интенсивности отраженной волны при температуре ниже 0,7 К, как можно показать, описано выражением $I_2/I_1 \le 0{,}01T^4 \ll 1$, что оправдывает принятое приближение.

4. Зависимость R от температуры и частоты звука

Значения параметров ступеней и вид их температурной зависимости в настоящее время не известны, и их измерение является целью предлагаемого метода. Поэтому для качественной иллюстрации хода $R(T, \omega)$ сделаем ряд допущений:

а) предположим, что до частот ~ 100 МГц в диапазоне температур 0,3–0,7 К выполняется условие $\omega \ll B(T)/M$ и можно пренебречь инерционным членом;

б) для линейной энергии примем значение из работы [7], $\beta/a = \text{const} = 0{,}01$ дин/см^2;

в) сила трения B для ступенек на грани такая же, как и на квантовой поверхности при ориентациях, близких к грани (0001). Как показали Нозьер и Уваха [10], при малых углах скорость роста поверхности v связана со скоростью роста индивидуальных ступеней v_{step} соотношением $v = v_{\text{step}} \sin\theta$, где θ — угол между нормалью к поверхности и осью [0001]. По экспериментальным данным угловой зависимости скорости роста из работы [12] и температурному ходу кинетического коэффициента роста K [13,14] получим выражение для силы трения на единицу длины: $B(T) = B(0{,}4)K(0{,}4)/K(T)$, $B(0{,}4) \cong 2{,}6\cdot10^{-10}$ г/(см·с),

$$K \simeq (1{,}56T^4 + 2\cdot10^5 \exp(-7{,}6/T))^{-1} \text{ с/см}.$$

Результат расчета для концентрации дислокаций $\Lambda \cong 10^6$–10^8 см$^{-2}$, $L \sim \Lambda^{-1/2} = 10^{-3}$–$10^{-4}$ см [15,16] приведен на рис. 1. Уменьшение температуры эквивалентно падению эффективной вязкости $B(T)$ примерно в 300 раз. Видно, что коэффициент отражения изменяется немонотонно с понижением температуры, а величина эффекта сравнима с коэффициентом отражения от идеальной грани.

5. Сравнение с экспериментом

Экспериментально прохождение ультразвука через грань кристалла гелия (0001) изучалось Кастеном, Балибаром и Ларошем [3]. На частоте 1 МГц в интервале температур 0,44–0,77 К при малых амплитудах ультразвука измерялся коэффициент прохождения τ, который авторы [3] определили

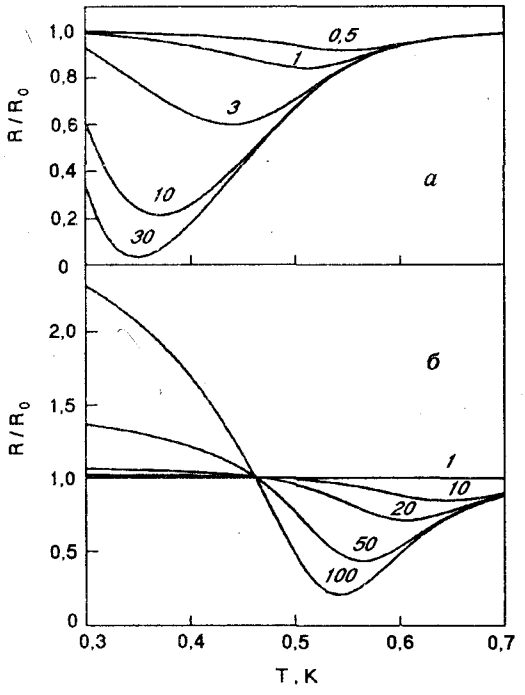

Рис. 1. Температурная зависимость коэффициента отражения звука от грани (0001) квантового кристалла при концентрации дислокаций $\Lambda = 10^6$ см$^{-2}$ (*а*) и $\Lambda = 10^8$ см$^{-2}$ (*б*). Частота падающего звука в мегагерцах приведена у кривых.

как отношение амплитуд, а не интенсивностей, как принято в данной работе, $\tau = 1 - R^{1/2}$. Величина $\tau \cong 0{,}2$ не зависит от температуры в пределах точности измерений ($\approx 20\%$). При увеличении амплитуды звука при $T = 0{,}44$ K, начиная с некоторого порогового давления, коэффициент τ резко возрастает. Авторы [3] объяснили это явление наличием на поверхности грани источников Франка—Рида, которые при давлениях выше порогового начинают рождать макроскопическое количество ступеней. Это приводит, как и на атомно-шероховатой поверхности, к увеличению прохождения звука. Таким образом, этот экспериментальный факт свидетельствует о высокой подвижности ступеней на атомногладкой поверхности. Эффект амплитудной зависимости позволил авторам оценить концентрацию дислокаций по величине порогового давления, $\Lambda \sim 10^6$ см$^{-2}$. Для такой концентрации коэффициент прохождения $\tau = 1 - R^{1/2}$ в исследованной области температур изменяется менее чем на 3%, что находится в пределах экспериментальной ошибки и вполне согласуется с расчетом в разд. 4.

Для оптимального измерения рассмотренного эффекта обратим внимание на то, что ввиду малого значения акустического коэффициента отражения ($R_0 = 0{,}056$) эффекты релаксации грани максимально проявляются именно в отражении. Поэтому экспериментально данный эффект легче наблюдается в отражении, а не прохождении ультразвука, как в [3]. Частота ультразвука, как следует из рис. 1, должна лежать в диапазоне 10–100 МГц, т.е. также значительно выше, чем в работе [3].

Эта работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований грант №93-02-2587.

1. К. О. Кешишев, А. Я. Паршин, А. В. Бабкин, *Письма в ЖЭТФ* **30**, 63 (1979).
2. B. Castaing and P. Nozieres, *J. Phys. (Paris)*, **41**, 701 (1980).
3. B. Castaing, S. Balibar, and C. Laroche, J. *Phys. (Paris)*, **41**, 897 (1980).
4. А. Ф. Андреев, *ЖЭТФ* **80**, 2042 (1981).
5. P. Nozieres and F. Gallet, *J. Phys. (Paris)* **48**, 353 (1987).
6. P. E. Wolf, F. Gallet, S. Balibar, E. Rolley, and P. Nozieres, *J. Phys. (Paris)* **46**, 1987 (1985).
7. E. Rolley, E. Chevalier, C. Guthmann, and S. Balibar, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 872 (1994).
8. M. Uwaha and P. Nozieres, *J. Phys. (Paris)* **48**, 407 (1987).
9. А. М. Косевич, Ю. А. Косевич, *ФНТ* **7**, 1347 (1981).
10. M. Uwaha and P. Nozieres, *J. Phys. (Paris)* **48**, 389 (1987).
11. В. И. Марченко, А. Я. Паршин, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 767 (1980).
12. О. А. Андреева, К. О. Кешишев, С. Ю. Осипьян, *Письма в ЖЭТФ* **49**, 661 (1989).
13. К. О. Кешишев, А. Я. Паршин, А. В. Бабкин, *ЖЭТФ* **80**, 716 (1981).
14. J. Bodensohn, K. Nicolai, and P. Leiderer, *Z. Phys.* **B64**, 55 (1986).
15. I. Iwasa, K. Araki, and H. Suzuki, *J. Phys. Soc. Jpn.* **46**, 1119 (1979).
16. В. Л. Цымбаленко, *ЖЭТФ* **87**, 943 (1984).

Anomalous facet reflection of ultrasound in quantum ^{4}He crystal

V. L. Tsymbalenko

It is shown that the mobility of elementary defects (steps) induced by the Franck—Read sources in the crystal face modifies appreciably the face reflection of ultrasound. It is suggested that the effect should be used to determine the step parameters, namely, linear energy and mobility.