Физика низких температур, 1996, т. 22, № 10, с. 1137–1143

Локальные аномалии геометрии поверхности Ферми и усиление магнитоакустических осцилляций в металлах

Н. А. Зимбовская

Уральская государственная горно-геологическая академия, Россия, 620219, г. Екатеринбург, ГСП 126, ул. Куйбышева, 30

Статья поступила в редакцию 17 ноября 1995 г., после переработки 16 апреля 1996 г.

Рассмотрено влияние параболических точек на поверхности Ферми металла на геометрические осцилляции скорости и поглощения ультразвука. Показано, что наличие таких особенностей геометрической структуры поверхности Ферми металла может привести к усилению осцилляций и возникновению характерной зависимости амплитуды осцилляций от направления магнитного поля. Проанализирован вид данной зависимости.

Розглянуто вплив параболічних точок на поверхні Фермі металу на геометричні осциляції швидкості та поглинання ультразвуку. Показано, що наявність таких особливостей геометричної структури поверхні Фермі металу може привести до посилення осциляцій та виникнення характерної залежності амплітуди осциляцій від напрямку магнітного поля. Проаналізовано вигляд даної залежності.

При распространении звука в металле перпендикулярно внешнему магнитному полю H в области умеренно сильных магнитных полей, в которой одновременно выполняются неравенства $\Omega\tau >> 1$, $qR >> 1$ (Ω — циклотронная частота электронов; $1/\tau$ — их эффективная частота столкновений; $2R$ — характерный диаметр циклотронной орбиты; q — волновой вектор звуковой волны), коэффициент поглощения и скорость звука осциллируют с изменением магнитного поля. Эти осцилляции, называемые геометрическими, возникают вследствие периодического воспроизведения максимально благоприятных условий для поглощения энергии звуковой волны электронами, движущимися параллельно ее фронту. Их период определяется экстремальным диаметром поверхности Ферми металла $2R_{ex}$.

Из теории геометрических осцилляций [1–3] следует, что в простом металле с замкнутой поверхностью Ферми амплитуды осцилляций по порядку величины в $1/\sqrt{qR_{ex}}$ раз меньше, чем плавные части коэффициента поглощения и скорости звука. Однако при наличии определенных особенностей геометрии поверхности Ферми число электронов, эффективно участвующих в поглощении, может существенно возрасти, что приведет к усилению осцилляций. Так, в работе [4] показано, что резкое увеличение амплитуды геометрических осцилляций должно иметь место в проводнике с поверхностью Ферми в форме слабо гофрированного цилиндра при условии, что магнитное поле направлено вдоль его оси. Увеличение числа электронов, участвующих в поглощении энергии звуковой волны в условиях геометрического резонанса, может быть связано и с локальными аномалиями кривизны поверхности Ферми.

Если одна или обе главные кривизны поверхности Ферми обращаются в нуль в точках, соответствующих стационарным точкам циклотронной орбиты с экстремальным диаметром, это также увеличивает число электронов, эффективно поглощающих энергию звуковой волны. Таким образом, наличие на поверхности Ферми точек уплощения или параболических точек может приводить к усилению геометрических осцилляций. Влияние локальных уплощений поверхности Ферми на магнитоакустические осцилляции рассматривалось в работе [5]. Содержание настоящей работы составляет анализ особенностей геометрических осцилляций скорости и поглощения звука в металлах, которые проявляются при наличии на поверхности Ферми линии параболических точек.

Рассмотрим продольную звуковую волну, распространяющуюся в металле вдоль оси y системы координат, ось z которой направлена вдоль магнитного поля H и совпадает с осью симметрии высокого порядка кристалла. Исходя из основных положений теории распространения ультразвука в металлах [6,7], можно записать уравнение

© Н. А. Зимбовская, 1996

для амплитуды упругого смещения решетки $u_{q\omega}$ ($u(r, t) = u_{q\omega} \exp(iqy - i\omega t)$):

$$-\omega^2 \rho_m u_{q\omega} = -q^2 \rho_m s^2 u_{q\omega} + F_{q\omega}, \qquad (1)$$

где ρ_m — плотность массы металла; ω — частота звуковой волны; s — скорость звука в отсутствие магнитного поля. Амплитуда силы воздействия электронов на решетку $F_{q\omega}$ при $\omega\tau < 1$ имеет вид

$$F_{q\omega} = i\omega q^2 \lambda u_{q\omega} + iq\beta_\alpha \tilde{E}^\alpha_{q\omega}. \qquad (2)$$

Здесь $\alpha = x, y$; $\tilde{E}^\alpha_{q\omega} = E^\alpha_{q\omega} - (i\omega H/c)u_{q\omega}\delta_{\alpha x}$; $E^\alpha_{q\omega}$ — компоненты амплитуды электрического поля, сопровождающего звуковую волну;

$$\lambda = \frac{i}{2\pi^2\hbar^3} \int dp_z m_\perp \sum_n \frac{U_{-n}(p_z, -q)\, U_n(p_z, q)}{\omega + i/\tau - n\Omega}, \qquad (3)$$

где $m_\perp$ — циклотронная масса; $U_n(p_z, q)$ — фурье-компонента в разложении по азимутальному углу, которым задается положение электрона на циклотронной орбите:

$$U_n(p_z, q) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U(p_z, \varphi, q) \exp(in\varphi) d\varphi; \qquad (4)$$

$$U_n(p_z, \varphi, q) =$$

$$= U(p_z, \varphi) \exp\left[-\frac{iq}{\Omega}\int_0^\varphi v_y(p_z, \varphi')d\varphi'\right] \equiv \left[\Lambda_{yy}(p_z, \varphi) - \frac{\langle\Lambda_{yy}\rangle - N}{\langle 1\rangle}\right] \exp\left[-\frac{iq}{\Omega}\int_0^\varphi v_y(p_z, \varphi')d\varphi'\right]. \qquad (5)$$

Здесь $\Lambda_{yy}(p_z, \varphi)$ и $v_y(p_z, \varphi)$ — соответствующие компоненты тензора деформационного потенциала и скорости электронов; N — концентрация электронов; символ $\langle\ldots\rangle$ означает усреднение по поверхности Ферми. Для многосвязной поверхности Ферми наряду с интегрированием по p_z в (3) должно быть выполнено суммирование по всем полостям поверхности Ферми. Величины $U_n(p_z, q)$ при этом вычисляются для каждой из полостей отдельно. Электронные кинетические коэффициенты β_α описываются выражениями вида (3), в которых величины $U_{-n}(p_z, -q)$ заменены на $ev^\alpha_{-n}(p_z, -q)$; фурье-компоненты составляющих скорости электронов в разложении по углу φ определяются соотношениями аналогичными (4), (5).

Амплитуда $\mathbf{E}_{q\omega}$ удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$-\left[\mathbf{q} \times \left[\mathbf{q} \times \mathbf{E}_{q\omega}\right]\right] = -4\pi i\omega \mathbf{J}_{q\omega}/c^2. \qquad (6)$$

Сюда входит амплитуда полной плотности тока, вызванного прохождением звуковой волны $\mathbf{J}_{q\omega}$. Компоненты $\mathbf{J}_{q\omega}$ соответственно равны

$$J^\alpha_{q\omega} = \sigma_{\alpha\beta} \tilde{E}^\beta_{q\omega} + \omega q \gamma_\alpha u_{q\omega}. \qquad (7)$$

Компоненты тензора электропроводности σ в (7) определяются соотношениями

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{ie^2}{2\pi^2\hbar^3} \int dp_z m_\perp \sum_n \frac{v^\beta_{-n}(p_z, -q)\, v^\alpha_n(p_z, q)}{\omega + i/\tau - n\Omega}, \qquad (8)$$

а выражения для кинетических коэффициентов γ_α получаются из (8) путем замены $ev^\beta_{-n}(p_z, -q)$ на $U_{-n}(p_z, -q)$.

Волновой вектор звуковой волны, распространяющейся в металле, определяется из дисперсионного уравнения, отвечающего системе уравнений (1), (6) и (7). При малых амплитудах акустических волн волновой вектор описывается выражением

$$q = \omega/s + \Delta q. \qquad (9)$$

Линейная по $u_{q\omega}$ добавка Δq, возникающая вследствие взаимодействия с электронами, в рассматриваемом случае равна

$$\Delta q = -\frac{iq^2}{2\rho_m s}\left(\tilde{\lambda} + \frac{\tilde{\beta}(\tilde{\gamma} - Hcq/4\pi\omega)}{\tilde{\sigma} - c^2q^2/4\pi i\omega}\right). \qquad (10)$$

Здесь

$$\tilde{\lambda} = \lambda - \gamma_y \beta_y / \sigma_{yy};$$
$$\tilde{\beta} = \beta_x - \beta_y \sigma_{yx} / \sigma_{yy};$$
$$\tilde{\gamma} = \gamma_x + \gamma_y \sigma_{yx} / \sigma_{yy}; \qquad (11)$$
$$\tilde{\sigma} = \sigma_{xx} + \sigma_{yx}^2 / \sigma_{yy}.$$

В правой части (10) волновой вектор q считается равным ω / s.

В рассматриваемой области, где $qR >> 1$, основной вклад в интегралы по φ в выражении (4) для $U_n(p_z, q)$ вносят окрестности стационарных точек на циклотронных орбитах. Оценив в соответствии с этим интегралы (4) по методу стационарной фазы, можно получить асимптотические выражения для величин $U_{\pm n}(p_z, \pm q)$:

$$U_{\pm n}(p_z, \pm q) = \frac{1}{\pi} U_0(p_z) \exp\left[\mp iqR(p_z) \pm i\pi n/2\right]\left\{\cos\left(qR(p_z) - \pi\frac{n}{2}\right)V(p_z) - \sin\left(qR(p_z) - \frac{\pi n}{2}\right)W(p_z)\right\}, \qquad (12)$$

где $U_0(p_z) = U(p_z, \varphi_1) = U(p_z, \varphi_2)$; $2R$ — диаметр циклотронной орбиты электронов в направлении распространения звуковой волны; φ_1, φ_2 — значения угла φ, соответствующие стационарным точкам на циклотронной орбите; $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$. Вид функций $V(p_z)$ и $W(p_z)$ определяется особенностями закона дисперсии электронов в окрестностях стационарных точек.

Предположим, что среди полостей поверхности Ферми металла имеется двояковыпуклая линза, аксиально симметричная относительно оси z, которой соответствует закон дисперсии электронов

$$E(\mathbf{p}) = \frac{p_1^2}{2m_1}\left(\frac{p_x^2 + p_y^2}{p_1^2}\right) + \frac{p_2^2}{2m_2}\left(\frac{p_z^2}{p_2^2}\right)^k. \qquad (13)$$

Здесь p_1, p_2 — величины размерности импульса, характеризующие диаметр и толщину линзы. При $k = 1$ линза приобретает эллипсоидальную форму; m_1 и m_2 при этом представляют собой главные значения тензора эффективных масс, связанного с рассматриваемой частью поверхности Ферми. Если $k > 1$, то на поверхности линзы имеется линия параболических точек, которая совпадает с центральным сечением линзы плоскостью, перпендикулярной ее оси. В окрестности данного сечения форма поверхности линзы близка к цилиндрической, причем степень близости возрастает с увеличением значения параметра k.

Функции $V(p_z)$ и $W(p_z)$ для электронов линзы имеют вид

$$V(p_z) = W(p_z) = 1/\sqrt{\pi q R_{ex} f(p_z/p_2)}, \qquad (14)$$

где R_{ex} — максимальное значение радиуса циклотронной орбиты. Подстановка выражения (14) при $k = 1$ в (12) дает хорошо известный результат для сферической поверхности Ферми с фермиевским импульсом, равным p_2 (см. [3]).

В этой же модели в пределе $qR >> 1$ фурье-компоненты перпендикулярных магнитному полю H составляющих скорости электронов, связанных с линзой, имеют вид

$$v^x_{\pm n}(p_z, \pm q) = \pm i\frac{p_1}{m_1}\left(\frac{2f(p_z/p_2)}{\pi q R_{ex}}\right)^{1/2}\sin\left(qR_{ex} f\left(\frac{p_z}{p_2}\right) - \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4}\right);$$
$$v^y_{\pm n}(p_z, \pm q) = \frac{n}{qR_{ex}}\frac{p_1}{m_1}\left(\frac{2}{\pi q R_{ex} f(p_z/p_2)}\right)^{1/2}\cos\left(qR_{ex} f\left(\frac{p_z}{p_2}\right) - \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4}\right), \qquad (15)$$

где $f(x) = \left(1 - x^{2k}\right)^{1/2}$.

Воспользовавшись асимптотиками (12), (14), (15), можно получить асимптотические выражения для кинетических коэффициентов, справедливые в области больших qR. В частности, вклады электронов линзы в компоненты тензора электропроводности равны

$$\sigma_{xx} = a\frac{\sigma_0}{ql}\operatorname{cth}\left[\pi\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right] - b\frac{\sigma_0}{ql}\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/2}\left[\operatorname{sh}\left(\pi\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right)\right]^{-1}\frac{\sin(2qR_{ex} - \pi/4k)}{(qR_{ex})^{1/2k}}; \qquad (16)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = b\frac{\sigma_0}{(ql)^2}\frac{1 - i\omega\tau}{\operatorname{sh}\left[\pi\dfrac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right]}\frac{\cos\left(2qR_{ex} - \pi/4k\right)}{(qR_{ex})^{1/2k}}; \tag{17}$$

$$\sigma_{yy} = d\frac{\sigma_0}{(ql)^2}\left(1 - i\omega\tau\right). \tag{18}$$

Здесь $\sigma_0 = Ne^2\tau/\sqrt{m_1m_2}$; $l = \tau\sqrt{p_1p_2/m_1m_2}$; безразмерные константы a, b и d равны

$$a = \frac{(1 + 1/2k)\sqrt{\pi}\,\Gamma(1/2k)}{(k + 1)\,\Gamma(1/2 + 1/2k)},$$

$$b = \frac{2k + 1}{2k^2}\Gamma(1/2k) \quad \text{и} \quad d = 1 + 1/2k.$$

Из сопоставления полученных выражений следует, что при $qR >> 1$ в рассматриваемой модели поверхности Ферми величину $\tilde{\sigma}$, определенную в (11), можно считать равной σ_{xx}. Аналогично можно показать, что в этих условиях не существенны различия между величинами $\tilde{\lambda}$ и λ, $\tilde{\beta}$ и β_x, $\tilde{\gamma}$, и γ_x. Поэтому можно считать, что при больших qR вклады электронов линзы в кинетические коэффициенты $\tilde{\lambda}$, $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ описываются асимптотическими выражениями

$$\tilde{\lambda} = \lambda_1 + \lambda_2, \tag{19}$$

где

$$\lambda_1 = Q\frac{Np_1}{q}d\operatorname{cth}\left[\pi\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right];$$

$$\lambda_2 = \frac{Np_1}{q}b\overline{U}_0^2(0)\left(\operatorname{sh}\left[\pi\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right]\right)^{-1} \times \tag{20}$$

$$\times\frac{\sin\left(2qR_{ex} - \pi/4k\right)}{(qR_{ex})^{1/2k}};$$

$$\tilde{\beta} = \frac{iNe}{q}b\frac{\overline{U}_0(0)}{(qR_{ex})^{1/2k}}\exp\left[-iqR_{ex} + \frac{i\pi}{4k}\right] \times$$

$$\times\,\Phi(qR_{ex})\left(\operatorname{sh}\left[\pi\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right]\right)^{-1}; \tag{21}$$

$$\tilde{\gamma} = -\frac{iNe}{q}b\frac{\overline{U}_0(0)}{(qR_{ex})^{1/2k}}\exp\left[iqR_{ex} - \frac{i\pi}{4k}\right] \times$$

$$\times\,\Phi^*(qR_{ex})\left(\operatorname{sh}\left[\pi\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right]\right)^{-1}. \tag{22}$$

Здесь

$$\overline{U}_0(p_z) = \frac{2U_0(p_z)}{p_1p_2}\sqrt{m_1m_2};$$

$$Q = \int_0^1 \overline{U}_0^2(p_2t)\,f(t)dt;$$

функцию $\Phi(qR_{ex})$ при $k \geq 2$ можно считать равной

$$1 - \exp\left(-i\pi/4k\right)\sin\left(2qR_{ex} - \pi/4k\right);$$

$\Phi^*(qR_{ex})$ — величина, комплексно сопряженная $\Phi(qR_{ex})$. Если электронная линза (13) имеет эллипсоидальную форму ($k = 1$), то второе слагаемое в выражении (10) для динамической добавки Δq при больших qR оказывается, как видно из (20)–(22), в $1/\sqrt{qR}$ раз меньше первого. При этом основной вклад в Δq связан с деформационным взаимодействием электронов со звуковой волной:

$$\Delta q = \Delta q_1 + \Delta q_2 = -\frac{iq^2}{2\rho_m s}\left(\lambda_1 + \lambda_2\right). \tag{23}$$

Формула (23) применима и в случае, когда по краю линзы проходит линия параболических точек ($k > 1$), но аномалия кривизны выражена умеренно. Если значение k не слишком велико, то параметр $(qR_{ex})^{-1/2k}$ при $qR_{ex} >> 1$ можно считать малым и вывод о преобладании в выражении (10) деформационного вклада остается в силе.

Предположим, что форма линзы в окрестности ее центрального сечения очень близка к цилиндрической ($k >> 1$) и параметр $(qR_{ex})^{-1/2k}$ уже нельзя считать малым. В этом случае соотношение между первым и вторым слагаемыми в (10) зависит от относительного числа электронов проводимости, связанных с линзой. При учете вкладов всех частей поверхности Ферми оказывается, что (при $\omega\tau < 1$) плавные части кинетических коэффициентов λ и σ_{xx} пропорциональны полной концентрации электронов проводимости N_0, а их осциллирующие слагаемые — концентрации электронов N, связанных с линзой, которая имеет квазицилиндрический

поясок. Вклад линзы определяет главные члены асимптотических выражений для коэффициентов $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ в области $qR >> 1$, поэтому они также пропорциональны N.

Если основная часть электронов проводимости рассматриваемого металла связана с линзой ($N/N_0 \sim 1$), то усиление геометрических осцилляций кинетических коэффициентов приводит к тому, что второе слагаемое в (10) становится столь же существенным, как и первое. Таким образом, в этих условиях сильно возрастает роль электрических полей, сопровождающих звуковую волну. При $N/N_0 << 1$ второе слагаемое в (10) много меньше первого, т.е. вклад взаимодействия с электрическим полем звуковой волны намного меньше деформационного, и им можно пренебречь.

Влияние электрического поля звуковой волны на геометрические осцилляции скорости звука и ультразвукового поглощения проанализировано в работе [4]. Использованная там модель поверхности Ферми удовлетворяет обоим условиям ($k >> 1$ и $N/N_0 \sim 1$), одновременное выполнение которых необходимо для того, чтобы вклад взаимодействия с электрическим полем звуковой волны стал сопоставим с вкладом деформационного взаимодействия. Эта модель может быть применима к органическим слоистым проводникам с квазидвумерным энергетическим спектром носителей заряда. Именно в подобных соединениях усиление геометрических осцилляций электроакустических коэффициентов приводит к проявлению резонансного эффекта, предсказанного в [4].

Поверхности Ферми большинства реальных металлов не удовлетворяют условиям, при которых взаимодействие с электрическим полем звуковой волны может существенно повлиять на формирование магнитоакустических осцилляций ($k >> 1$, $N/N_0 \sim 1$). Однако усиление геометрических осцилляций электроакустического коэффициента λ вследствие локальных особенностей геометрии поверхности Ферми может приводить к заметным изменениям наблюдаемых величин и в тех случаях, когда основной вклад в динамическую добавку к волновому вектору звуковой волны Δq обусловлен деформационным взаимодействием и описывается выражением (23).

При не слишком высоких частотах слагаемое Δq_1 в (23) не проявляет осцилляционной зависимости от магнитного поля и дает плавную часть вклада электронов линзы в декремент затухания и перенормировку скорости звука. Геометрические осцилляции коэффициента поглощения звука Γ и перенормировки его скорости $\Delta s/s$ описываются слагаемым Δq_2:

$$\Gamma = \operatorname{Im} \Delta q_2 = b\Gamma_0 \overline{U}^2_0(0) \frac{\cos(2qR_{ex} - \pi/2 - \pi/4k)}{(qR_{ex})^{1/2k}} \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\operatorname{sh}\left[\pi \frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right]}\right]; \tag{24}$$

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{s \operatorname{Re} \Delta q_2}{2\omega} = \frac{Np_1}{4\rho_m s} b\overline{U}^2_0(0) \frac{\cos(2qR_{ex} - \pi/2 - \pi/4k)}{(qR_{ex})^{1/2k}} \operatorname{Im}\left[\frac{1}{\operatorname{sh}\left[\pi \frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right]}\right]. \tag{25}$$

Здесь $\Gamma_0 = N\omega p_1/2\rho_m s^2$.

Осцилляции (24), (25) формируются электронами, связанными с линией параболических точек на поверхности Ферми. Их амплитуды по порядку величины в $(\sqrt{qR_{ex}})^{1-1/k}$ раз превышают амплитуды геометрических осцилляций, в формировании которых участвуют электроны других частей поверхности Ферми. Усиление осцилляций является следствием увеличения числа эффективных электронов на квазицилиндрическом центральном пояске рассматриваемой поверхности Ферми. При $k >> 1$ усиление осцилляций становится значительным.

Рассмотренное выше усиление геометрических осцилляций может проявляться лишь при определенном выборе направления магнитного поля относительно осей симметрии кристаллической решетки. Данный эффект, как и ряд других эффектов, обусловленных локальными аномалиями формы поверхности Ферми [8–14], должен сильно зависеть от направления внешнего магнитного поля.

В соответствии с этим рассмотрим, как изменится амплитуда геометрических осцилляций при отклонении магнитного поля от оси линзы. Предположим, что ось симметрии линзы повернута относительно **H** на угол θ. Для анализа угловой зависимости амплитуды геометрических осцилляций, обусловленной наличием квазицилиндрического пояска на поверхности электронной линзы, наиболее благоприятной является ситуация, когда

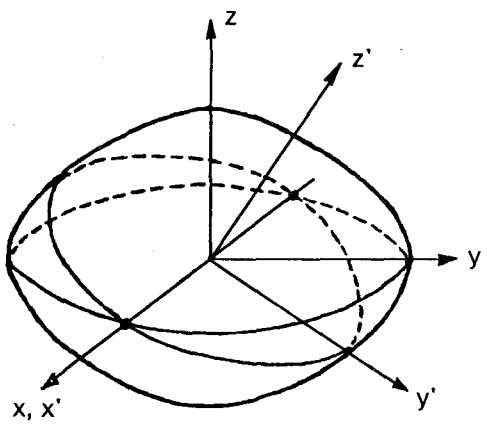

Рис. 1. Аксиально симметричная поверхность Ферми, соответствующая закону дисперсии (6). По краю линзы проходит линия нулевой кривизны. Внешнее магнитное поле H направлено вдоль оси z′ и составляет угол θ с осью линзы.

угол θ лежит в плоскости yz рассматриваемой системы координат. Это связано с двумя обстоятельствами.

Во-первых, если поворот осуществляется в плоскости yz, то экстремальный диаметр циклотронной орбиты электронов, определяющий период осцилляций и существенно влияющий на их амплитуду, не зависит от угла поворота θ (рис. 1). Таким образом, угловая зависимость амплитуды осцилляций полностью определяется влиянием линии параболических точек на рассматриваемой поверхности Ферми.

Во-вторых, хотя при $\theta \neq 0$ линия параболических точек на краю линзы уже не совпадает с сечением, соответствующим циклотронной орбите с экстремальным диаметром, стационарные точки циклотронной орбиты остаются параболическими точками при любых значениях θ. Кривизна поверхности Ферми в окрестностях этих точек с увеличением θ будет возрастать быстрее, чем при $\theta = 0$, поэтому с увеличением θ влияние локальных особенностей геометрии поверхности Ферми на магнитоакустические осцилляции должно ослабевать, становясь исчезающе малым при $\theta \to 90°$.

Если поворот оси линзы производится в какой-либо иной плоскости, точки, соответствующие стационарным точкам циклотронной орбиты, «соскальзывают» с линии параболических точек и попадают на участки поверхности Ферми с отличной от нуля гауссовой кривизной. При этом число электронов, которые могут участвовать в поглощении энергии звука, сокращается быстрее и влияние линии параболических точек на амплитуду осцилляций сказывается в более узком диапазоне изменения угла θ. Таким образом, поворот в плоскости yz создает наиболее благоприятную ситуацию для экспериментального наблюдения обсуждаемой угловой зависимости.

Считая, что угол поворота θ лежит в плоскости yz, для осциллирующей части вклада линзы в Δq_2 можно получить выражение

$$\Delta q_2 = i\Gamma_0 \overline{U}_0^2(0)\left(1 + \frac{1}{2k}\right)\left[\mathrm{sh}\left(\pi\,\frac{1 - i\omega\tau}{\Omega\tau}\right)\right]^{-1}\left\{\sin(2qR_{ex})\,S_k(\theta) - \cos(2qR_{ex})\,Y_k(\theta)\right\}, \tag{26}$$

где

$$S_k(\theta) = \int_0^\infty \cos\left[qR_{ex}\left(\frac{m_2}{m_1}\sin^2\theta\, y^2 + \cos^{2k}\theta\, y^{2k}\right)\right]dy,$$
$$Y_k(\theta) = \int_0^\infty \sin\left[qR_{ex}\left(\frac{m_2}{m_1}\sin^2\theta\, y^2 + \cos^{2k}\theta\, y^{2k}\right)\right]dy. \tag{27}$$

Функции $S_k(\theta)$ и $Y_k(\theta)$ могут быть представлены в виде разложений по степеням параметра ξ ($\xi = (m_2/m_1)\,\mathrm{tg}^2\theta\, qR_{ex}^{1-1/k}$). При малых значениях θ, когда $\xi << 1$, для $S_k(\theta)$ получаем

$$S_k(\theta) = \left(2k\cos\theta\, qR_{ex}^{1/2k}\right)^{-1}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!}\,\xi^r\,\Gamma\left(\frac{2r+1}{2k}\right)\cos\left(\pi\,\frac{1 - 2r(k-1)}{4k}\right). \tag{28}$$

Здесь $\Gamma(x)$ — гамма-функция.

При увеличении θ до значений, обеспечивающих выполнение неравенства $\xi > 1$, функция $S_k(\theta)$ дается выражением

$$S_k(\theta) = \frac{1}{2\sin\theta}\left(\frac{m_1}{m_2}\frac{1}{qR_{ex}}\right)^{1/2}\sum_{r=1}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!}\xi^{-kr}\Gamma\left(kr+\frac{1}{2}\right)\cos\left[\frac{\pi}{4}\left(2r(k-1)+1\right)\right]. \qquad (29)$$

Разложения для $Y_k(\theta)$ при аналогичных условиях получаются из (28), (29) путем замены косинусов на синусы тех же аргументов.

Амплитуды осцилляций (25) пропорциональны $F_k(\theta) = (S_k^2(\theta) + Y_k^2(\theta))^{1/2}$. При $\theta \to 0$ функция $F_k(\theta)$ стремится к пределу

$$F_k(0) = \Gamma(1/2k)/\left[2k(qR_{ex})^{1/2k}\right],$$

а с увеличением θ она убывает, приближаясь при $\theta \to 90°$ к значению $\sqrt{\pi m_1/(8m_2qR_{ex})}$, характерному для амплитуды магнитоакустических геометрических осцилляций в металле с эллипсоидальной поверхностью Ферми. Влияние локальной аномалии кривизны на амплитуду геометрических осцилляций остается существенным в диапазоне изменения угла θ между осью линзы и магнитным полем от нуля до значений порядка 60°. Результаты численного расчета амплитудного множителя $F_k(\theta)$ при нескольких значений параметра k представлены на рис. 2.

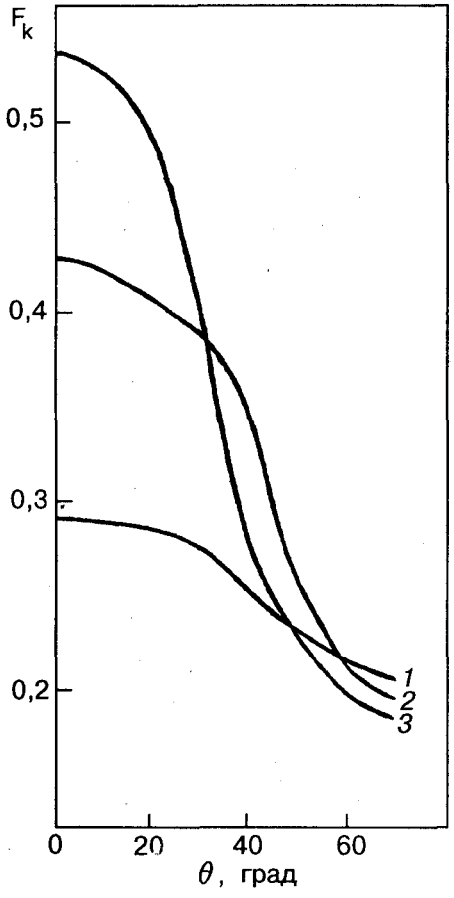

Рис. 2. Зависимость амплитуды геометрических осцилляций скорости и поглощения звука от угла наклона θ магнитного поля H к оси симметрии электронной линзы, по краю которой проходит линия нулевой кривизны: $k = 2$ (*1*); 3 (*2*); 4 (*3*). Расчет проводился в предположении, что $qR_{ex} = 100$, $m_1/m_2 = 4$.

На поверхностях Ферми многих реальных металлов имеются участки, по форме близкие к цилиндрическим. Эффект усиления геометрических осцилляций скорости и поглощения ультразвуковых волн может, таким образом, наблюдаться в ряде металлов. Возможности его наблюдения возрастают вследствие существования зависимости амплитуды осцилляций от ориентации магнитного поля. Наличие подобной зависимости может служить экспериментальным подтверждением рассмотренного эффекта, а также дать дополнительную информацию о геометрических характеристиках поверхности Ферми некоторых металлов.

1. A. B. Pippard, *Philos. Mag.* **2**, 1147 (1957).
2. В. Л. Гуревич, *ЖЭТФ* **37**, 71 (1959).
3. M. H. Cohen, M. J. Harrison, and W. A. Harrison, *Phys. Rev.* **117**, 937 (1960).
4. О. В. Кириченко, В. Г. Песчанский, *ФНТ* **20**, 574 (1994).
5. Н. А. Зимбовская, *ЖЭТФ* **107**, 1672 (1995).
6. J. Mertsching, *Phys. Status Solidi* **37**, 465 (1970).
7. В. М. Конторович, *УФН* **142**, 265 (1984).
8. Д. Шенберг, *Магнитные осцилляции в металлах*, Мир, Москва (1986).
9. P. T. Coldridge, G. B. Scott, and I. M. Templeton, *Can. J. Phys.* **50**, 1999 (1972).
10. D. Shoenberg and I. M. Templeton, *Physica* **69**, 293 (1973).
11. В. М. Конторович, Н. А. Сапогова, *Письма в ЖЭТФ* **18**, 381 (1973).
12. Г. Т. Аванесян, М. И. Каганов, Т. Ю. Лисовская, *ЖЭТФ* **75**, 1786 (1978).
13. Н. А. Зимбовская, *ФНТ* **19**, 1337 (1993).
14. Н. А. Зимбовская, *ФММ* **76**, 105 (1993).

Local anomalies of the Fermi surface geometry and amplification of magnetoacoustic oscillations in metals

N. A. Zimbovskaya

The influence of the Fermi surface parabolic points on geometrical oscillations of rate and absorption of ultrasound is considered. It is shown that the peculiarities of the geometrical structure of the Fermi surface of metals can cause an amplification of the oscillations and appearance of the characteristic dependence of the oscillations amplitude on the magnetic field direction. The shape of this dependence is considered.