Физика низких температур, 1995, т. 21, № 7, с. 729–734 УДК 538.941

Феноменологическая релятивистская теория сверхтекучести для систем с двумя типами конденсатов

С. И. Вильчинский

Киевский университет им. Тараса Шевченко, Украина, 252022, г. Киев, пр. Ак. Глушкова, 6

П. И. Фомин

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Украина, 252143, г. Киев, ул. Метрологическая, 14-б

Статья поступила в редакцию 9 марта 1994 г., после переработки 14 февраля 1995 г.

Представлен феноменологический вывод уравнений релятивистской теории сверхтекучести с двумя типами конденсатов в бездиссипативном приближении. Трехскоростная релятивистская термодинамика и гидродинамика выводятся из условий согласования законов сохранения энергии-импульса, обобщенного заряда, энтропии и уравнений для сверхтекучих скоростей.

Дано феноменологічний вивід рівнянь релятивістської теорії надплинності з двома типами конденсатів в бездисипативному наближенні. Трьохшвидкісна релятивістська термодинаміка і гідродинаміка виводяться з умов узгодження законів збереження енергії-імпульсу, узагальненого заряда, ентропії і рівнянь для надплинних швидкостей.

Введение

В последние десятилетия принципы и методы физики низких температур широко применяются и в области физики элементарных частиц, что обусловило новый подъем в развитии квантовой теории поля, составляющей математическую основу теории элементарных частиц. Оказалось, что для успешного применения в области слабых и сильных взаимодействий обычные принципы квантовой теории поля, лежащие в основе квантовой электродинамики, должны быть существенно дополнены принципом спонтанного нарушения некоторых непрерывных симметрий, сопровождающегося образованием соответствующих вакуумных конденсатов. Речь идет о фазовых переходах физического вакуума из «нормального» симметричного состояния в состояние с нарушенной симметрией с образованием конденсатов. Использование идеи вакуумных конденсатов играет фундаментальную роль в теории электрослабых взаимодействия Вайнберга — Салама —Глешоу и в квантовой хромодинамике [1]. Такое расширение приложений принципов физики квантовых жидкостей на релятивистскую область может представлять физический и методический интерес и для специалистов по физике низких температур.

Вакуумные конденсаты являются релятивистскими аналогами квантовых жидкостей типа сверхтекучего гелия или «конденсата куперовских пар» в сверхпроводниках и характеризуются релятивистской сверхтекучей динамикой и термодинамикой. Основное отличие этой динамики от нерелятивистской динамики и термодинамики квантовых жидкостей связано с заменой группы Галилея (играющей, как известно, важную роль в теории сверхтекучести Ландау [2]) на группу Лоренца. Примечательно, что эта замена не усложняет теорию, а, напротив, упрощает ее, что обусловлено преимуществами геометризованной формы четырехмерного релятивистского формализма. Переход к пределу $c \to \infty$ приводит релятивистские формулы в соответствие с формулами нерелятивистской теории, проливая дополнительный свет на их «галилееву» структуру, в частности, на закон преобразования термодинамических величин (таких, например, как химический потенциал [3]) при преобразованиях Галилея.

Анализу этих вопросов в релятивистской теории сверхтекучести с одним комплексным скалярным конденсатом посвящены работы [3–10]. В данной работе релятивистская теория сверхтекучести обобщается на случай сосуществования двух конденсатов. Цель работы — феноменологический вывод лоренц-ковариантных уравнений, описывающих гидродинамику и термодинамику таких сис-

© С. И. Вильчинский, П. И. Фомин, 1995

тем. Нерелятивистские системы такого типа рассмотрены в [11]. Актуальность данной задачи, в частности, обусловлена тем, что в физическом вакууме полевой теории сильных взаимодействий — квантовой хромодинамике, оказывается возможным сосуществование двух вакуумных киральных конденсатов: лево- и правокирального [12], и эти два конденсата могут иметь относительное движение. Феноменологический подход к решению поставленной задачи опирается на общие положения типа законов сохранения и симметрии и представляет собою обобщение феноменологических подходов в нерелятивистской [2,11] и релятивистской «односкоростной» [7,8] теориях сверхтекучести.

Рассмотрим квантовую систему (квантовую жидкость, квантованные поля со спонтанно нарушенной симметрией) в локально равновесном состоянии ниже критической точки, когда в ней сосуществует нормальная и две сверхтекучие компоненты (два типа конденсата), каждая со своей плотностью $\rho_n(x), \rho_l(x), \rho_r(x)$ некоторого обобщенного заряда и со своим полем скоростей $u^\nu(x), v_l^\nu(x)$, $v_r^\nu(x)$. Сверхтекучие скорости связаны с градиентом волновой функции своего конденсата. Для каждого конденсата существует свой газ возбуждений с плотностью $\rho_{nl}(x)$ и $\rho_{nr}(x)$ и свой сохраняющийся ток. Скорости движения обоих газов возбуждений полагаются одинаковыми, так как их выравнивает вязкость. Плотность тока $j^\nu(x)$ определяется следующим образом:

$$j_l^\nu = \rho_{nl} u^\nu + \rho_l v_l^\nu , \quad j_r^\nu = \rho_{nr} u^\nu + \rho_r v_r^\nu , \qquad (1)$$
$$\rho_{nl} + \rho_{nr} = \rho_n , \quad \partial_\nu \left(j_l^\nu + j_r^\nu \right) = 0 .$$

Из (1) следует, что плотности ρ_n, ρ_l и ρ_r определяются как лоренц-инвариантные. Векторы скоростей в компонентах имеют вид ($c = 1$):

$$w^\nu = \left(1/\sqrt{1 - \mathrm{w}^2}, \mathrm{w}/\sqrt{1 - \mathrm{w}^2} \right) , \quad w^\nu w_\nu = 1 , \qquad (2)$$

где w^ν есть u^ν, v_l^ν, v_r^ν.

Конденсаты описываются комплексными скалярными параметрами порядка — эффективными волновыми функциями [2]

$$\Phi_l(x) = \eta_l(x) \exp \left(i\theta_l(x)\hbar^{-1} \right) , \qquad (3)$$
$$\Phi_r(x) = \eta_r(x) \exp \left(i\theta_r(x)\hbar^{-1} \right) ,$$

причем $\rho_l \sim \eta_l^2$, $\rho_r \sim \eta_r^2$.

Градиенты фаз определяют времениподобные векторы сверхтекучих импульсов

$$\partial^\nu \theta_l(x) = - p_l^\nu(x) , \quad \partial^\nu \theta_r(x) = - p_r^\nu(x) , \qquad (4)$$

$$p_l^\nu p_{l\nu} = \alpha_l^2 , \quad p_r^\nu p_{r\nu} = \alpha_r^2 , \qquad (5)$$

с которыми сверхтекучие скорости связаны соотношениями

$$p_l^\nu(x) = \alpha_l(x) v_l^\nu(x) , \quad \alpha_l = v_l^\nu p_{l\nu} , \qquad (6)$$
$$p_r^\nu(x) = \alpha_r(x) v_r^\nu(x) , \quad \alpha_r = v_r^\nu p_{r\nu} .$$

Условие (5) времениподобности векторов p^ν отвечает релятивистским ограничениям на допустимые движения в устойчивой физической системе.

Из (4), (6) следуют уравнения

$$\partial^\lambda p_l^\nu - \partial^\nu p_l^\lambda = 0 , \quad \partial^\lambda p_r^\nu - \partial^\nu p_r^\lambda = 0 , \qquad (7)$$

$$\alpha_l v_l^\nu \partial_\nu v_l^\lambda = \Delta_l^{\lambda\nu} \partial_\nu \alpha_l , \quad \alpha_r v_r^\nu \partial_\nu v_r^\lambda = \Delta_r^{\lambda\nu} \partial_\nu \alpha_r , \qquad (8)$$

$$\Delta_l^{\sigma\nu} \partial_\nu v_l^\lambda - \Delta_l^{\lambda\nu} \partial_\nu v_l^\sigma = 0 , \quad \Delta_r^{\sigma\nu} \partial_\nu v_r^\lambda - \Delta_r^{\lambda\nu} \partial_\nu v_r^\sigma = 0 . \qquad (9)$$

Здесь

$$\Delta_r^{\lambda\nu} = g^{\lambda\nu} - v_r^\lambda v_r^\nu , \quad v_{r\nu} \Delta_r^{\lambda\nu} = 0 ,$$

$$\Delta_l^{\lambda\nu} = g^{\lambda\nu} - v_l^\lambda v_l^\nu , \quad v_{l\nu} \Delta_l^{\lambda\nu} = 0 .$$

Симметричный тензор энергии-импульса трехскоростной системы, которая рассматривается здесь в бездиссипативном приближении, имеет следующую аддитивную форму:

$$T^{\lambda\nu} = w_n u^\lambda u^\nu + w_l v_l^\lambda v_l^\nu + w_r v_r^\lambda v_r^\nu - P g^{\lambda\nu} , \qquad (10)$$

где w_n, w_l, w_r, P — скалярные функции.

Для замкнутой системы должен выполняться закон сохранения энергии-импульса:

$$\partial_\nu T^{\lambda\nu} = 0 . \qquad (11)$$

Проекция (11) на нормальную скорость

$$u_\lambda \partial_\nu T^{\lambda\nu} = 0 \qquad (12)$$

с учетом (2) и (8) должна, как обычно [2], соответствовать закону сохранения энтропии, а ортогональная проекция

$$\Delta_n^{\lambda\sigma} \partial_\nu T_\sigma^{\ \nu} = 0 , \quad \Delta_n^{\lambda\nu} = g^{\lambda\nu} - u^\lambda u^\nu , \quad u_\nu \Delta_n^{\lambda\nu} = 0 \qquad (13)$$

дает уравнение движения нормальной компоненты.

Вектор плотности потока энтропии может иметь следующую общую форму:

$$S^\nu = S_n u^\nu + S_l v_l^\nu + S_r v_r^\nu . \qquad (14)$$

Закон сохранения энтропии (в бездиссипативном приближении)

$$\partial_\nu S^\nu = 0 \qquad (15)$$

может быть согласован с (12) при учете (2) и (8) только при определенных соотношениях между скалярными термодинамическими функциями, температурой и скалярами $\gamma = v_l^\nu v_{r\nu}$, $\gamma_l = u^\nu v_{l\nu}$, $\gamma_r = u^\nu v_{r\nu}$. Эти соотношения определяют лоренц-инвариантную термодинамику системы. В теории появляются новые независимые термодинамические переменные — γ_l, γ_r, γ, которые связаны с относительными скоростями нормальной и сверхтекучих компонент. При этом, в частности, как и в [8], окажется, что релятивистская термодинамика и гидродинамика сверхтекучей трехскоростной системы формально допускают ненулевые плотности для энтропий сверхтекучих компонент.

При поиске указанных соотношений обычно руководствуются [8] «принципом соответствия» — требованием, чтобы в «односкоростном» пределе ($\mathbf{u} - \mathbf{v}_l = 0$, $\mathbf{u} - \mathbf{v}_r = 0$, $\gamma \to 1$) получалась обычная релятивистская термодинамика. Рассмотрим сначала этот предельный случай:

$$j^\nu = \rho u^\nu, \quad \partial_\nu(\rho u^\nu) = 0, \qquad (16)$$

$$T^{\lambda\nu} = w u^\lambda u^\nu - P g^{\lambda\nu}, \quad \partial_\nu T^{\lambda\nu} = 0, \qquad (17)$$

$$S^\nu = S u^\nu, \quad \partial_\nu S^\nu = 0. \qquad (18)$$

Закон сохранения энтропии (18) обычно рассматривается [2] как следствие (16), (17) и обычных термодинамических соотношений

$$w = TS + \mu\rho, \qquad (19)$$

$$dP = S\,dT + \rho\,d\mu. \qquad (20)$$

Действительно, составив равную нулю комбинацию

$$T^{-1}\left(u_\lambda \partial_\nu T^{\lambda\nu} - \mu \partial_\nu j^\nu\right) = 0 \qquad (21)$$

и использовав выражения (19), (20), можно преобразовать левую часть (21) к такой форме

$$\partial_\nu\left[T^{-1}\left(w - \mu\rho\right)u^\nu\right] -$$

$$- T^{-1}\left[\partial_u P - \left(w - \mu\rho\right)T^{-1}\partial_u T - \rho\partial_u\mu\right] = 0, \qquad (22)$$

которая с учетом (19) и (20) дает (18).

Для дальнейшего важно, что можно вывести термодинамические соотношения (19), (20) на основании требования, чтобы закон сохранения энтропии (18) содержался в тождестве (21). Действительно, выделяя в левой части (21) «дивергентный» член $\partial_\nu\,[T^{-1}(w - \mu\rho)u^\nu]$ и отождествляя его с левой частью (18), получаем

$$S = T^{-1}\left(w - \mu\rho\right), \quad \partial_u P - S\partial_u T - \rho\partial_u\mu = 0,$$

что эквивалентно (19), (20), если рассматривать P как функцию от термодинамических переменных T и μ.

Обобщим теперь этот последний подход на систему со сверхтекучими конденсатами для отыскания неизвестных релятивистских термодинамических соотношений в «трехскоростном» случае. Теперь в теории появляются независимые термодинамические переменные, связанные с относительными скоростями нормальной и сверхтекучих компонент. Они могут быть представлены в форме лоренц-факторов

$$\gamma = v_l^\nu v_{r\nu} = 1/\sqrt{1 - (\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_r)_E^2},$$

$$\gamma = v_l^\nu u_\nu = 1/\sqrt{1 - (\mathbf{v}_l - \mathbf{u})_E^2}, \qquad (23)$$

$$\gamma_r = v_r^\nu u_\nu = 1/\sqrt{1 - (\mathbf{v}_r - \mathbf{u})_E^2},$$

где символ E означает эйнштейновскую разность скоростей.

По аналогии с (21) составим комбинацию

$$T^{-1}\left(u_\lambda \partial_\nu T^{\lambda\nu} - \mu_l\,\partial_\nu j_l^\nu - \mu_r \partial_\nu j_r^\nu\right) = 0, \qquad (24)$$

где T, μ_l, μ_r — инвариантные температура и химические потенциалы. Подставим (1) и (10) в (24), выделим в левой части (24) дивергентный член и отождествим его с (15), затем находим

$$TS_n = w_n - \mu_l\rho_{nl} - \mu_r\rho_{nr}, \quad TS_l = w_l\gamma_l - \mu_l\rho_l,$$

$$TS_r = w_r\gamma_r - \mu_r\rho_r. \qquad (25)$$

Учитывая (25) и (10), находим

$$T^{\lambda\nu} = (TS_n + \mu_l\rho_{nl} + \mu_r\rho_{nr})u^\lambda u^\nu + \gamma_l^{-1} \times$$

$$\times (TS_l + \mu_l\rho_l)v_l^\lambda v_l^\nu + \gamma_r^{-1}(TS_r + \mu_r\rho_r)v_r^\lambda v_r^\nu - P g^{\lambda\nu}, \qquad (26)$$

$$u_\nu T^{\lambda\nu} = TS^\lambda + \mu_l j_l^\lambda + \mu_r j_r^\lambda - P u^\lambda.$$

После исключения дивергентной части равенство (24) принимает следующий вид:

$$- w_n u^\nu \partial_\nu T^{-1} - w_l v_l^\nu \partial_\nu \left(\gamma_l T^{-1}\right) - w_r v_r^\nu \partial_\nu \left(\gamma_r T^{-1}\right) - T^{-1} u^\nu \partial_\nu P + \left(\rho_{nl} u^\nu + \rho_l v_l^\nu\right) \partial_\nu \left(\mu_l T^{-1}\right) +$$

$$+ \left(\rho_{nr} u^\nu + \rho_r v_r^\nu\right) \partial_\nu \left(\mu_r T^{-1}\right) + w_l \alpha_l^{-1} T^{-1} \left(u^\nu \partial_\nu - \gamma_l v_l^\nu \partial_\nu\right) \alpha_l + w_r \alpha_r^{-1} T^{-1} \left(u^\nu \partial_\nu - \gamma_r v_r^\nu \partial_\nu\right) \alpha_r = 0 . \quad (27)$$

Введем пространственноподобные векторы z_l^ν, z_r^ν, ортогональные к вектору нормальной скорости:

$$z_l^\nu = u^\nu - v_l^\nu \gamma_l^{-1} , \quad z_r^\nu = u^\nu - v_r^\nu \gamma_r^{-1} ,$$

$$u_\nu z_l^\nu = u_\nu z_r^\nu = 0 .$$

С их помощью запишем сверхтекучие скорости таким образом:

$$- v_l^\nu = \gamma_l \left(z_l^\nu - u^\nu\right) , \quad - v_r^\nu = \gamma_r \left(z_r^\nu - u^\nu\right) .$$

Введем далее операторы

$$\partial_l = \gamma_l \left(\partial_u - \partial_{z_l}\right) , \quad \partial_r = \gamma_r \left(\partial_u - \partial_{z_r}\right) . \quad (28)$$

Так как ∂_z и ∂_u — производные по ортогональным направлениям, из (24) следует, что операторы ∂_r, ∂_l, ∂_u являются независимыми. Равенство (27) должно выполняться тождественно в каждой точке вследствие локальных термодинамических соотношений

$$P(x) = P\left[T(x), \mu_l(x), \mu_r(x), \gamma(x), \gamma_l(x), \gamma_r(x)\right] ,$$

$$\alpha_l(x) = \alpha_l\left[T(x), \mu_l(x), \mu_r(x), \gamma(x), \gamma_l(x), \gamma_r(x)\right] ,$$

$$\alpha_r(x) = \alpha_r\left[T(x), \mu_l(x), \mu_r(x), \gamma(x), \gamma_l(x), \gamma_r(x)\right]$$

при произвольных зависимостях $T(x), \mu_l(x), \mu_r(x), \gamma(x), \gamma_l(x), \gamma_r(x)$ от x. Поэтому рассматривая $T(x), \mu_l(x), \mu_r(x), \gamma(x), \gamma_l(x), \gamma_r(x)$ как полный набор независимых термодинамических переменных в каждой точке x, необходимо считать производные ∂_u, ∂_l, ∂_r от них также взаимно независимыми величинами. Это означает, что представляя (27) в форме суммы восемнадцати членов, пропорциональных

$$\partial_u T, \partial_l T, \partial_r T, \partial_u \mu_l, \partial_l \mu_l, \partial_r \mu_l, \partial_u \gamma, \partial_l \gamma, \partial_r \gamma ,$$

$$\partial_u \gamma_l, \partial_l \gamma_l, \partial_r \gamma_l, \partial_u \gamma_r, \partial_l \gamma_r, \partial_r \gamma_r, \partial_u \mu_l, \partial_l \mu_l, \partial_r \mu_l$$

необходимо приравнять нулю коэффициенты при них. Это дает восемнадцать уравнений, из которых вытекают следующие системы уравнений:

$$\gamma_r \alpha_r^{-1} \partial \alpha_r / \partial \gamma_r = -1 ,$$
$$T \alpha_r^{-1} \partial \alpha_r / \partial T + \mu_r \alpha_r^{-1} \partial \alpha_r / \partial \mu_r = 1 , \quad (29)$$

и

$$\gamma_l \alpha_l^{-1} \partial \alpha_l / \partial \gamma_l = -1 ,$$
$$T \alpha_l^{-1} \partial \alpha_l / \partial T + \mu_l \alpha_l^{-1} \partial \alpha_l / \partial \mu_l = 1 , \quad (30)$$

общее решение которых содержит соответственно произвольные функции $\beta_l(T\mu_l^{-1})$ и $\beta_r(T\mu_r^{-1})$:

$$\alpha_l(T, \mu_l, \gamma_l) = \mu \gamma_l^{-1} \beta_l(T \mu_l^{-1})$$

и

$$\alpha_r(T, \mu_r, \gamma_r) = \mu \gamma_r^{-1} \beta_r(T \mu_r^{-1})$$

и через эти функции выражаются плотности энтропий сверхтекучих компонент

$$S_l = \rho_l \beta_l' \left(T\mu_l^{-1}\right) \left[\beta_l\left(T\mu_l^{-1}\right) - T\mu_l^{-1} \beta_l'\left(T\mu_l^{-1}\right)\right]^{-1} ,$$

$$S_r = \rho_r \beta_r' \left(T\mu_r^{-1}\right) \left[\beta_r\left(T\mu_r^{-1}\right) - T\mu_r^{-1} \beta_r'\left(T\mu_r^{-1}\right)\right]^{-1} , \quad (31)$$

где β' — производная от β.

Также получаются следующие термодинамические соотношения:

$$dP = S_n \, dT + S_l \, d\left(T\gamma_l^{-1}\right) + S_r \, d\left(T\gamma_r^{-1}\right) + \rho_{nl} \, d\mu_l + \rho_l \, d\left(\mu_l \gamma_l^{-1}\right) + \rho_r \, d\left(\mu_r \gamma_r^{-1}\right) + \rho_{nr} \, d\mu_r , \quad (32)$$

$$d\left(P u^\lambda\right) = - T^{\lambda\nu} \, du_\nu + S^\lambda \, dT + j_l^\lambda \, d\mu_l + j_r^\lambda \, d\mu_r + \gamma_l^{-1} \alpha_l^{-1} \left(TS_l + \mu_l \rho_l\right) \left(u^\lambda v_l^\nu - u^\nu v_l^\lambda\right) dP_{lv} +$$

$$+ \gamma_r^{-1} \alpha_r^{-1} \left(TS_r + \mu_r \rho_r\right) \left(u^\lambda v_r^\nu - u^\nu v_r^\lambda\right) dP_{rv} , \quad (33)$$

$$u_\nu\, dT^{\nu\lambda} = T\, dS^{\lambda} + \mu_l\, dj_l^{\lambda} + \left(TS_l + \mu_l\rho_l\right)\gamma^{-1}\alpha_l^{-1}\left(u^{\lambda}v_l^{\nu} - u^{\nu}v_l^{\lambda}\right) dP_{lv} + \mu_r\, dj_r^{\lambda} +$$
$$+ \gamma_r^{-1}\alpha_r^{-1}\left(TS_r + \mu_r\rho_r\right)\left(u^{\lambda}v_r^{\nu} - u^{\nu}v_r^{\lambda}\right) dP_{rv}\,. \qquad (34)$$

Из (34) явным образом видна взаимная согласованность уравнений (1), (7), (11) и (15).

Уравнения движения для нормальной компоненты могут быть представлены в следующем виде:

$$\left(TS_n + \mu_l\rho_{nl} + \mu_r\rho_{nr}\right)u^{\nu}\partial_\nu u^{\lambda} = \Delta_n^{\lambda\nu}\left(S_n\partial_\nu T + \rho_{nl}\partial_\nu\mu_l + \rho_{nr}\partial_\nu\mu_r\right) +$$
$$+ z_l^{\lambda}\left[T\partial_\nu\left(Sv_l^{\nu}\right) + \mu_l\partial_\nu\left(\rho v_l^{\nu}\right)\right] + z_r^{\lambda}\left[T\partial_\nu\left(S_r v_r^{\nu}\right) + \mu_r\partial_\nu\left(\rho_r v_r^{\nu}\right)\right]. \qquad (35)$$

Введя инвариантные плотности энергии

$$\varepsilon_1 = \gamma_l^{-1}u_\nu v_{l\lambda}T^{\lambda\nu} = TS_n + \mu_l\rho_{nl} + \mu_r\rho_{nr} + \left(TS_l + \mu_l\rho_l\right)\gamma_l^{-1} + \left(TS_r + \mu_r\rho_r\right)\gamma_l^{-1}\gamma - P\,;$$
$$\varepsilon_2 = \gamma_r^{-1}u_\nu v_{r\lambda}T^{\lambda\nu} = TS_n + \mu_l\rho_{nl} + \mu_r\rho_{nr} + \left(TS_l + \mu_l\rho_l\right)\gamma_r^{-1}\gamma + \left(TS_r + \mu_r\rho_r\right)\gamma_r^{-1} - P\,, \qquad (36)$$

получим для них такие соотношения

$$d\varepsilon_1 = T\,d\left(S_n + S_l\gamma_l^{-1} + S_r\gamma_r^{-1}\right) +$$
$$+ \mu_r\, d\left(\rho_{nr} + \rho_r\gamma_r^{-1}\gamma\right) + \mu_l\, d\left(\rho_{nl} + \rho_l\gamma_l^{-1}\right) - \left(TS_l + \mu_l\rho_l\right)d\gamma_l^{-1} - \left(TS_r + \mu_r\rho_r\right)d\left(\gamma_r^{-1}\gamma\right), \qquad (37)$$

$$d\varepsilon_2 = T\,d\left(S_n + S_l\gamma_l^{-1} + S_r\gamma_r^{-1}\right) +$$
$$+ \mu_r\, d\left(\rho_{nr} + \rho_r\gamma_r^{-1}\right) + \mu_l\, d\left(\rho_{nl} + \rho_l\gamma_l^{-1}\gamma\right) - \left(TS_l + \mu_l\rho_l\right)d\left(\gamma_l^{-1}\gamma\right) - \left(TS_r + \mu_r\rho_r\right)d(\gamma_r). \qquad (38)$$

Обсудим вопрос об энтропиях сверхтекучих компонент S_l и S_r. Начиная с исходных работ Тиссы и Ландау [2], обычно постулируется, что одним из особых свойств сверхтекучей компоненты есть равенство нулю ее энтропии, т.е. ее полная упорядоченность. Однако состояние сверхтекучей компоненты, описываемое параметром порядка $\Phi(x)$, при температуре больше нуля не может быть полностью упорядоченным, поскольку не является чистым квантовым состоянием. Смешанное состояние должно обладать энтропией, поэтому в общем случае S_l и S_r больше нуля. Вместо строгого равенства $S_l = 0$ и $S_r = 0$ можно, по-видимому, только утверждать, что S_l и S_r малы ($S_l << S_n$, $S_r << S_n$).

В заключение отметим, что мы не вводим здесь смешанную плотность ρ_{rl}, описывающую возможное увлечение конденсатов друг другом [11], считая, что в приближении идеальных жидкостей ρ_{rl} можно не учитывать как малую величину, пропорциональную взаимодействию между конденсатами.

Заключение

Приведенный в данной работе феноменологический вывод уравнений релятивистских гидродинамики и термодинамики сверхтекучих систем с двумя типами конденсатов обобщает соответствующие выводы в нерелятивистской и релятивистской теориях [2,8]. Основными гидродинамическими переменными выбраны 4-векторы нормальной и сверхтекучих скоростей, плотности заряда и энтропии. Трехскоростные термодинамические соотношения получены в явно лоренц-инвариантной и ковариантной формах. «Трехскоростная» термодинамика выводится здесь из условия согласования законов сохранения энергии-импульса, тока, энтропии с уравнениями для сверхтекучих скоростей. Показано, что феноменологическая схема формально допускает существование ненулевой плотности энтропии сверхтекучих компонент. Заметим, что при выводе основных уравнений нигде не фигурировал объем системы. Объем может быть конечным, и в этом случае полученную систему уравнений необходимо дополнить подходящими граничными условиями.

Авторы благодарны Государственному комитету Украины по вопросам науки и технологий за поддержку работы.

1. A. N. Mueller, *Phys. Rep.* **73**, 237 (1981).
2. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **11**, 592 (1941); Н. Н. Боголюбов, *Изв. АН СССР, сер. физ.*, **11**, 77 (1947); В. Л. Гинзбург, Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **34**, 1064 (1958).
3. П. И. Фомин, В. Н. Шадура, *Препринт ИТФ-83-150Р*, Киев (1983).
4. F. Rothen, *Helv. Phys. Acta*, **41**, 591 (1968).
5. W. Dixon, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, **80**, 159 (1982).
6. W. Israel, *Phys. Lett.* **86A**, 79 (1981).
7. В. В. Лебедев, И. М. Халатников, *ЖЭТФ* **83**, 1601 (1982).
8. П. И. Фомин, В. Н. Шадура, *ДАН УССР, сер. А*, № 6, 55 (1985).
9. Н. Н. Боголюбов (мл.), М. Ю. Ковалевский, А. М. Курбатов, С. В. Пелетминский, А. Н. Тарасов, *УФН* **159**, 585 (1991).
10. А. В. Прозоркевич, С. А. Смолянский, В. А. Самородов, *ТМФ* **52**, 463 (1982); С. А. Смолянский, *ТМФ* **52** , 292 (1982).
11. А. Ф. Андреев, Е. П. Башкин, *ЖЭТФ* **69**, 319 (1975); М. Ю. Ковалевский, Н. М. Лавриненко, *ФНТ* **8**, 341 (1982).
12. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.* **122**, 345 (1961).
13. П. И. Фомин, *УФЖ* **36**, 1785 (1991).

Relativistic theory of superfluidity of systems with two types of condensates

S. I. Vilchinsky and P. I. Fomin

The equations of relativistic theory of superfluidity for a system with two types of condensates in a non-dissipative approximation are phenomenologically derived. Three-velocity relativistic thermodynamics and hydrodynamics are derived from the condition of consistency of the conservation laws of the energy-momentum, the generalized charge, entropy and the equations for superfluid velocities.