

УДК 532.529.2+551.465.41

ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО ДВУМЕРНОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО КЛИНА В УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Н. Ф. Дмитриева^{1,2†}

¹Институт гидромеханики НАН Украины
ул. Желябова, 8/4, 03057, Киев, Украина

² Национальный технический университет Украины
“Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”
пр. Победы, 37, 03056, Киев, Украина
[†]E-mail: dimitrievanf@gmail.com

Получено 11.09.2017

Изучены течения непрерывно стратифицированной жидкости, которые характеризуются широким диапазоном значений внутренних масштабов, отсутствующих в однородной жидкости. Задача решена численными методами в двумерной нестационарной постановке для покоящейся и равномерно движущейся жидкости. Для математического описания проблемы выбрана система дифференциальных уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей в приближении Буссинеска, когда малые изменения плотности учитываются только в членах, описывающих действие силы тяжести. Поставленная задача решена методом конечных объемов в открытом пакете OpenFOAM. При этом особое внимание уделялось созданию качественной высокоразрешающей расчетной сетки, которая учитывала бы многомасштабность течений, индуцированных диффузией. Обсуждены вопросы использования стандартных и расширенных утилит пакета OpenFOAM с целью реализации сложных граничных условий и разработки собственных численных моделей. В качестве начальных условий задачи обтекания клина внешним потоком стратифицированной среды использовались ранее рассчитанные поля течений, индуцированных прерыванием диффузионного переноса неподвижным клином, которые качественно согласуются с данными лабораторных опытов. Показано влияние краевых эффектов и кривизны боковой поверхности на структуру течения. Результаты расчетов обнаружили у острой вершины протяженную область дефицита давления, которая формирует интегральную силу, вызывающую самодвижение свободного клина в направлении вершины вдоль горизонта нейтральной плавучести в покоящейся устойчиво стратифицированной среде. Продемонстрирована эволюция картины обтекания клина стратифицированным потоком, который начал равномерно двигаться из состояния покоя со скоростью 10^{-4} м/с. Во всех режимах течение характеризуется сложной внутренней структурой, в которой вначале выражены диссипативно-гравитационные волны, а затем — группа присоединенных волн, образующихся в противофазе у кромок клина. С увеличением скорости

внешнего потока основным компонентом течения становятся вихри, доминирующие в следе.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: численное моделирование, открытые вычислительные пакеты, стратификация, течения жидкостей, диффузия, самодвижение

1. ВВЕДЕНИЕ

Растворенные в жидкости вещества и взвешенные частицы под действием гравитационных сил распределяются неравномерно и формируют устойчивую стратификацию, поле плотности в которой определяется профилями температуры, концентрации примеси и давления в соответствии с видом уравнения состояния [1]. Неравновесная среда может находиться в состоянии покоя только тогда, когда градиент плотности параллелен линии действия силы тяжести. Любые возмущающие факторы, как динамические, обусловленные внешними силами, так и геометрические, связанные с влиянием граничных условий на величину и направление потоков, нарушают условия гидростатического равновесия и приводят к формированию течений [2, 3].

Внутренние волны являются важным элементом динамики морской среды и атмосферы: они переносят энергию и импульс на большие расстояния [4–6]. В обычных условиях подобные возмущения сосредоточены в тонких слоях у непроницаемых поверхностей и достигают штормовых значений при формировании больших градиентов температуры в атмосфере и гидросфере на крутых склонах горных систем, вблизи ледников [7–10].

Формирование тонкой структуры течений влияет на перенос вещества, процессы разделения компонент потока и повышения локальной концентрации примесей. Одновременный расчет всех макро- и микрокомпонент течений в полной нелинейной постановке представляет собой сложную и актуальную задачу, не решенную на сегодняшний день с практически необходимой степенью точности. Получение таких результатов с применением методов высокопроизводительного численного моделирования важно для фундаментальной и прикладной аэро- и гидродинамики, поскольку это дает ключ к более глубокому пониманию физических процессов в стратифицированных средах.

Интегральное силовое воздействие стратифицированных течений, отсутствующее на симметричных телах — сфере, цилиндре, горизонтальной пластине, — наблюдается при потере симметрии относительно вертикальной оси или плоскости [11, 12]. Как показывают эксперименты [13–15], такие силы вызывают самодвижение свободных тел клиновидной формы, уравновешенных на горизонте нейтральной плавучести.

В данной работе изучаются механизмы формирования, развития, распада компонент течений в стратифицированной среде, где волны и вихри существуют одновременно и активно взаимодействуют между собой.

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим нестационарное течение около двумерного горизонтального клина, погруженного в устойчиво стратифицированную по вертикальной координате y жидкость, которая представляет собой раствор соли и характеризуется длиной плавучести

$\Lambda = |d \ln \rho / dy|^{-1}$. Математическая модель изучаемых физических процессов базируется на системе дифференциальных балансных уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей в приближении Буссинеска и пренебрежении эффектами сжимаемости. Считаем, что плотность раствора определяется исключительно концентрацией примеси. В качестве уравнения состояния стратифицированной среды выберем невозмущенный профиль плотности $\rho(S)$, который задается линейным распределением солёности $S_0(y)$:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{y}{\Lambda} + s\right), \quad (1)$$

где $S = S_0(y) + s$ — полная солёность, включающая коэффициент солевого сжатия; s — ее возмущенная составляющая; ρ_0 — плотность на нулевой линии (горизонте нейтральной плавучести). Ось y направлена вертикально вверх.

Таким образом, система уравнений нестационарных течений в стратифицированной жидкости включает уравнение Навье—Стокса, неразрывности и диффузии:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \nu \Delta v - sg, \quad (2)$$

$$\nabla v = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + v \nabla s = \kappa_s \Delta s + \frac{v_y}{\Lambda}, \quad (4)$$

где v — вектор скорости жидкости; P — давление, за вычетом гидростатического; ν — коэффициент кинематической вязкости; κ_s — коэффициент диффузии соли; t — время; g — ускорение свободного падения; ∇ и Δ — операторы Гамильтона и Лапласа.

В начальный момент времени $t = 0$ в покоящуюся непрерывно стратифицированную жидкость горизонтально помещается непроницаемый клин. На поверхности тела задано условие прилипания для скорости и непротекания для вещества, а на бесконечном удалении — затухание всех возмущений:

$$v, s|_{t=0} = 0, \quad v_\Sigma = 0, \quad v, s|_{x,y \rightarrow \infty} = 0, \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial n} \right|_\Sigma = -\frac{1}{\Lambda} \frac{\partial y}{\partial n} + \left. \frac{\partial s}{\partial n} \right|_\Sigma = 0, \quad (6)$$

где n — внешняя нормаль к поверхности клина Σ .

Решение системы уравнений (2)–(4) с граничными условиями (5), (6) описывает течения, индуцированные диффузией на неподвижном препятствии [16, 17]. Рассчитанные поля физических величин принимаются в качестве начальных условий в задаче обтекания препятствия (тела) потоком непрерывно стратифицированной жидкости, имеющем скорость набегающего U :

$$\nu_x|_{x,z \rightarrow \infty} = U, \quad \nu_z|_{x,z \rightarrow \infty} = 0. \quad (7)$$

Адекватность выбранной математической модели подтверждается соответствием основополагающим принципам механики и согласованностью независимых аналитических, численных и экспериментальных исследований стратифицированных течений [18–20].

Табл. 1. Значения входных параметров

Символ	Определение	Значение
ρ_0	Плотность на горизонте нейтральной плавучести, кг/м ³	1020
g	Ускорение свободного падения, м/с ²	9.8
ν	Коэффициент кинематической вязкости, м ² /с	10 ⁻⁶
κ_s	Коэффициент диффузии соли, м ² /с	1.41 · 10 ⁻⁹
T_b	Период плавучести, с	6.28
L	Длина клина, м	0.1
h	Высота основания клина, м	0.02

Задача, размерные параметры которой приведены в Табл. 1, характеризуется набором временных масштабов, включающим период плавучести $T_b = 2\pi/N$ и собственное время $t_p = L/U$. Здесь $N = \sqrt{g/\Lambda}$ — частота плавучести. Размеры тела L , h и длина присоединенной внутренней волны $\lambda_i = UT_b$ — суть линейные масштабы, характеризующие невозмущенную стратификацию Λ . Микромасштабы диссипативной природы (вязкий $\delta_N^\nu = \sqrt{\nu/N}$ и диффузионный $\delta_N^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s/N}$ характеризуют поперечные размеры тонкоструктурных компонентов. Компоненты структур с масштабами Прандтля $\delta_U^\nu = \nu/U$ и $\delta_U^{\kappa_s} = \kappa_s/U$ выражены в струях и следах.

Широкий диапазон значений линейных масштабов задачи указывает на сложность внутренней структуры стратифицированного течения, которую необходимо учитывать при разработке программ. Анализ решений линеаризованных фундаментальных уравнений и результаты лабораторного моделирования показали, что крупномасштабные элементы течений (волны и вихри) характеризуются регулярно возмущенными компонентами полного решения с масштабами L и λ_i [19]. Геометрия тонкоструктурных элементов течений, которые проявляются во всем диапазоне параметров изучаемых процессов, описывается элементами обширного семейства сингулярно возмущенных компонент с масштабами δ_N^ν , $\delta_N^{\kappa_s}$, δ_U^ν , $\delta_U^{\kappa_s}$. Тонкоструктурные компоненты влияют на перенос вещества и повышение локальных концентраций в отдельных областях потока [20]. Вследствие нелинейности процессов отдельные компоненты активно взаимодействуют между собой. При больших скоростях обтекания препятствия взаимодействие разномасштабных компонент преобразует течение в нестационарное.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В силу сложности и многомасштабности системы в качестве одного из основных инструментов исследования эволюционирующих процессов целесообразно применять численное моделирование. Анализ распространенных коммерческих пакетов прикладных программ с закрытым исходным кодом показал, что на сегодняшний день нет готовых решений системы фундаментальных уравнений многокомпонентных жидкостей. Заметный прогресс в решении сложных задач механики сплошных сред в последнее время обусловлен развитием открытых вычислительных технологий, которые позволили реализовать более точные методы построения решений и высокоразрешающие численные модели.

Одним из наиболее перспективных и быстро развивающихся свободно распростра-

няемых пакетов является OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation). Открытость исходного кода пакета OpenFOAM позволила построить оригинальный решатель, реализующий систему уравнений (2)–(5) методом конечных объемов. Для учета эффектов стратификации и диффузии стандартный решатель пакета isoFOAM был дополнен новыми переменными (ρ и s) и соответствующими уравнениями, а также новыми вспомогательными параметрами (N , Λ , κ_s , g и др.) [18, 21].

Особое внимание уделялось созданию качественной расчетной сетки, учитывающей многомасштабность поставленной задачи. Дискретизация расчетной области осуществлялась в открытой интегрируемой платформе SALOME. Расчетная область представляла собой прямоугольник, в котором горизонтально расположен симметричный горизонтальный клин с длиной L и высотой основания h . С учетом формы тела построена блочно-структурированная гексаэдральная расчетная сетка с совмещением линий на границах блоков. Алгоритм разбиения расчетной области предполагал сгущение ячеек в направлении препятствия для разрешения тонких компонент течения в областях с большими значениями градиентов [16].

Пакет OpenFOAM, использующий для дискретизации системы уравнений метод конечных объемов, работает только с трехмерными расчетными сетками. Исходя из этого, одна ячейка пространственного разбиения задавалась в третьем измерении. Длина ячейки в третьем измерении выбиралась соизмеримой с минимальными размерами в продольном и поперечном направлениях. Таким образом, вблизи обтекаемого тела соотношение размеров гексаэдров была близка к единице, что положительно влияет на сходимость решения. Для плоской задачи расчет поля в третьем измерении исключается за счет задания специального граничного условия *empty*.

Проверка расчетной сетки показала ее соответствие набору ограничений, связанных с топологией внешних границ и геометрическими характеристиками ячеек (соотношением размеров, закрученностью, неортогональностью).

Расчеты поставленных задач проводились в параллельном режиме с использованием ресурсов виртуальной вычислительной лаборатории UniHUB. Декомпозиция расчетной области осуществлялась методом *simple*. Такой подход позволяет использовать высокую пространственную дискретизацию и проводить анализ поставленных задач в более широком диапазоне параметров, что делает возможным детальное исследование фундаментальной проблемы.

Визуализация результатов расчетов выполнена с использованием графических пакетов ParaView и Origin.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Неподвижный клин

В качестве начального состояния стратифицированной среды рассматривается установившееся течение, индуцированное прерыванием диффузионного переноса неподвижным клином (Рис. 1). Дело в том, что, блокируя фоновый диффузионный перенос, непроницаемое препятствие формирует сложную систему течений, включающую тонкие главные струи вдоль наклонных сторон с примыкающими компенсационными противотечениями. При этом наблюдается картина, характеризующаяся ячеистой структурой и наличием высокоградиентных областей, которые визуализируются в виде протяжен-

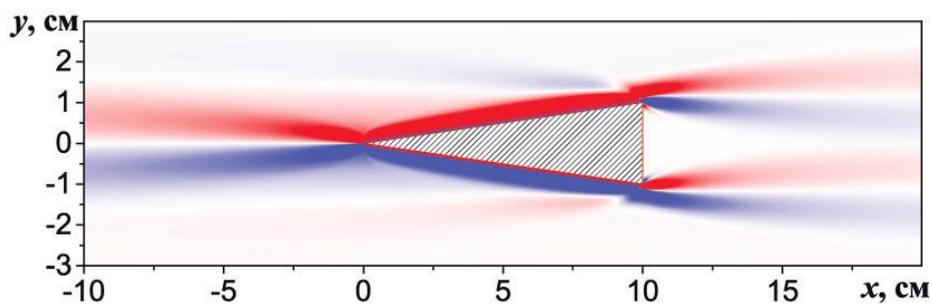


Рис. 1. Поле завихренности течения, индуцированного диффузией на неподвижном клине при $t = 20T_b$ (красный — положительные значения, синий — отрицательные)

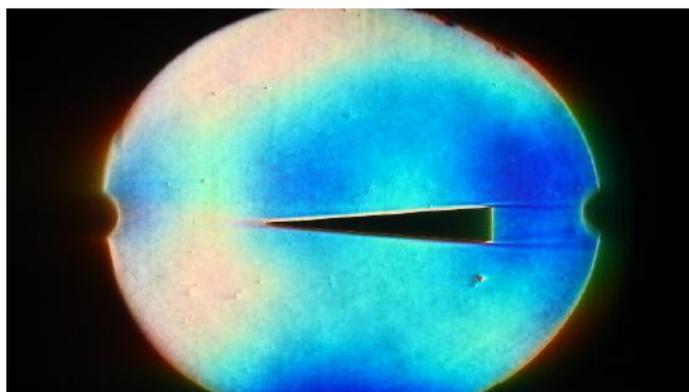
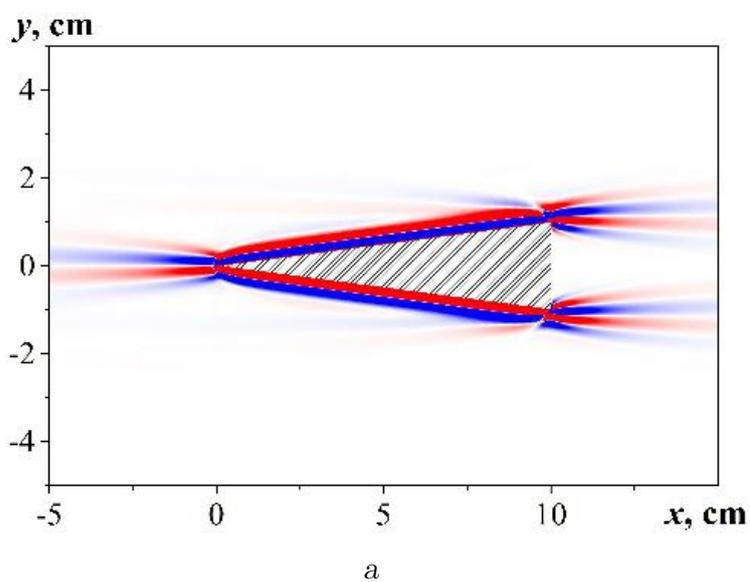


Рис. 2. Течение, индуцированное диффузией на неподвижном клине:
 а — результаты расчета горизонтальной компоненты градиента возмущения солености (красный — положительные значения, синий — отрицательные); б — экспериментальный снимок поля горизонтальной компоненты градиента показателя преломления (плотности)

ных горизонтальных прослоек (Рис. 2). Обычно тонкоструктурные эффекты вносят сравнительно небольшие поправки в значения гидродинамических характеристик, но их действие усиливается наличием сильных градиентов солености, поля которых отражают сложную периодическую структуру течений, индуцированных диффузией (см. Рис. 2) [16]. Так, около угловых точек неподвижного клина сформировались дополнительные тонкоструктурные компоненты — диссипативно-гравитационные волны, в которых максимумы продольной компоненты градиента возмущения солености достигают $|\partial s/\partial x|_{\max} = 4 \cdot 10^{-2}$. С удалением от препятствия градиент возмущения солености резко падает — на расстоянии 5 см по горизонтали и 0.5 см по вертикали от угловой точки он составляет уже порядка 10^{-6} .

Общая структура изображения типична для стратифицированных течений, в которых силы плавучести подавляют вертикальное движение. Неоднородности вертикального молекулярного потока вещества, вызванные непроницаемыми препятствиями в толще жидкости или наклоном ее границ, создают горизонтальные градиенты плотности, инициирующие течения даже при отсутствии дополнительных силовых факторов и вызывающие самодвижение тел свободных тел с нейтральной плавучестью.

Наличие горизонтальных полосчатых структур, полученных при численном моделировании, в целом согласуется с картиной визуализации распределения градиента коэффициента преломления, определяемого плотностью среды (см. Рис. 2б). В экспериментах поле течений визуализировалось при помощи теневого прибора ИАБ-458 с вертикальной осветительной щелью и ножом Фуко или вертикальной нитью в фокальной плоскости приемной части инструмента [15, 22]. На фотографии видно, что равномерные высокоградиентные прослойки располагаются вдоль наклонных боковых сторон клина. Наблюдаемая картина течения существенно отличается от течений вблизи симметричного тела — сферы, цилиндра или горизонтальной пластины [18, 20].

Несмотря на качественное соответствие расчетным данным, экспериментальная структура поля возмущений градиента плотности около клина оказывается более простой. Причина такого различия может заключаться в относительно низкой чувствительности метода визуализации, поскольку разрешаемый динамический диапазон вариаций параметров при численном моделировании на суперкомпьютерах заметно шире, чем у лабораторных инструментов. Однако согласованность рассчитанных и наблюдаемых картин течения в целом свидетельствует о сопоставимости возможностей вычислительного и лабораторного эксперимента, по сути, дополняющих друг друга.

У острой вершины клиновидного препятствия, а также в тонком слое вдоль боковых сторон наблюдается дефицит давления (Рис. 3а), где его величина монотонно убывает в направлении от вершины к основанию. Здесь хорошо выражена тонкая структура стратифицированных течений — значения давления резко меняются. Кроме того, около угловых точек клина формируются диссипативно-гравитационные волны. Область дефицита давления простирается далеко вперед вдоль горизонта нейтральной плавучести. Именно разность давлений, действующих на боковые поверхности и основание тела, и создает интегральную силу, толкающую горизонтальный клин в направлении вершины, что согласуется с наблюдениями [13–15]. Дефицит давления возникает вследствие затягивания жидкости в восходящее на верхней стороне и нисходящее на нижней стороне структурированные компенсационные течения, что говорит о стагнации в донной части следа.

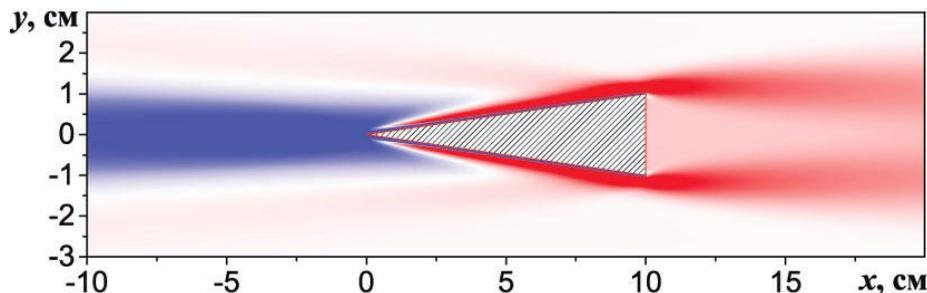


Рис. 3. Поле давления течения, индуцированного диффузией на неподвижном клине при $t = 20T_b$ (красный — положительные значения, синий — отрицательные)

Табл. 2. Геометрия клина с искривленными гранями

№	Координаты центра (x, y) , см	Радиус кривизны, см	Отклонение от грани хорды Δ_R , см
1	(-7.6, 126.7)	126.9	-0.1
2	(9.2, 41.4)	43.2	0.3
3	(5.8, 126.7)	10.0	1.4

С целью изучения влияния формы препятствия на структуру индуцированных диффузией течений рассматривались клинья с гранями, искривленными симметрично относительно продольной оси x [23]. В этом случае боковые стороны клина представляют собой дуги окружностей, радиусы и положения центров которых в декартовой системе координат с центром на вершине клина приведены в Табл. 2.

Из Рис. 4 явствует, что вблизи угловых точек клина формируются дополнительные тонкоструктурные компоненты. Чем острее экстремальная вершина, тем ярче выражены визуализируемые пучки знакопеременных полос (см. Рис. 4а). Для выпуклого клина, у которого угол между основанием и боковой гранью приближается к 90° , пучок тонкоструктурных элементов расплывается от вершины вдоль грани (см. Рис. 4б). Если сторону клина изогнуть таким образом, чтобы экстремальная точка сместилась от вершины к точке на грани, картина течения принципиально меняется (см. Рис. 4в). В этом случае визуализируемые структуры становятся подобными теньевым картинам течений, индуцированных диффузией на цилиндре [20].

4.2. Обтекание клина

Полученные результаты расчетов индуцированного диффузией течения на неподвижном клине служат начальными условиями задачи обтекания тел внешним потоком. На Рис. 5 продемонстрирована эволюция картины обтекания клина стратифицированным потоком, который начал равномерное движение из состояния покоя со скоростью $U = 10^{-4}$ м/с в стратифицированной жидкости с периодом плавучести $T_b = 6.28$ с. Начальная структура течения, индуцированного диффузией на непроницаемом клине, кардинально меняется с началом движения препятствия. В толще непрерывно стратифицированной жидкости начинают формироваться опережающие возмущения, розетки

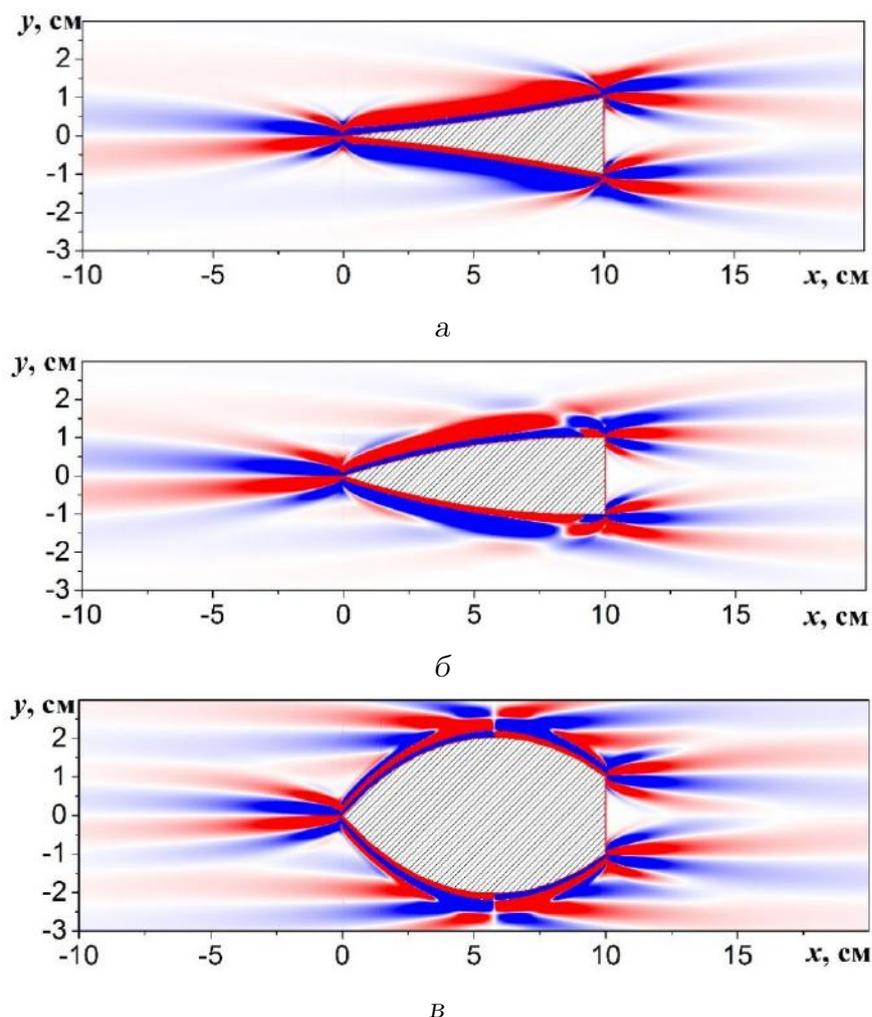


Рис. 4. Поле продольной компоненты градиента возмущения солености $\partial s/\partial x$ на клине с искривленными гранями при $(t = 20T_b)$:
 а — $\Delta_R = -0.1$ см, б — $\Delta_R = 0.3$ см, в — $\Delta_R = 1.4$ см

нестационарных и системы присоединенных внутренних волн, а также протяжённый след за экстремальными точками.

Необходимо отметить, что заданные ненулевые начальные условия задачи обтекания клина сохраняют свое влияние на структуру течения только на начальном этапе — около $1.5T_b$. Число наблюдаемых присоединенных волн, не проникающих в спутный след позади тела, растет со временем (Рис. 5). Сформировавшаяся в результате картина обтекания клина (Рис. 5д) по своей структуре согласуется с результатами экспериментальных и численных исследований обтекания тел с другими геометрическими формами потоком стратифицированной жидкости [18, 20]. Источником внутренних волн служат краевые сингулярности, генерирующие интенсивное вертикальное вытеснение жидкости, что приводит к отклонению от изначального положения нейтральной плавучести и, как следствие, формированию периодических затухающих колебаний жидкости.

В рамках данного исследования были проведены расчеты обтекания клина потоком

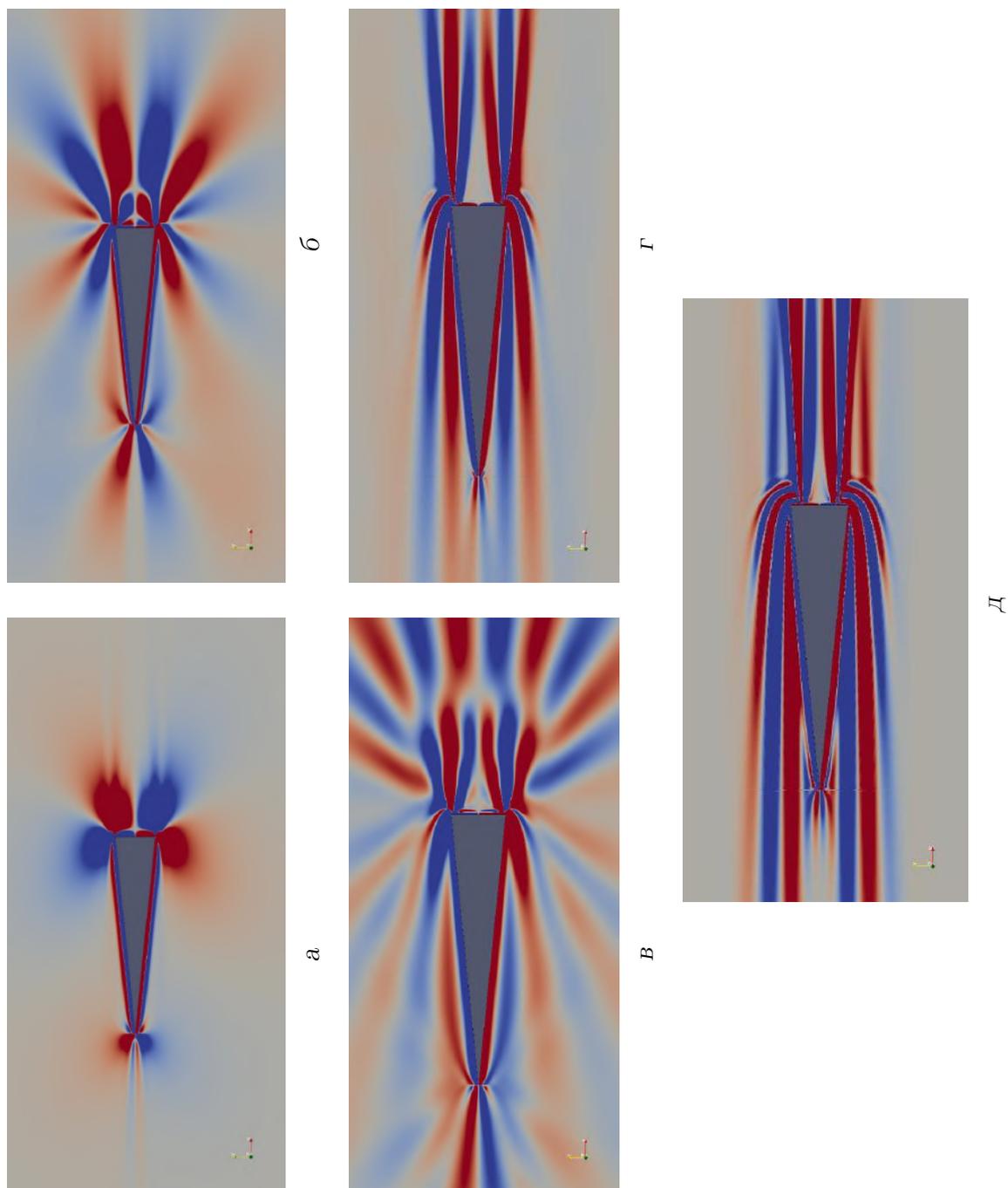


Рис. 5. Эволюция поля градиента возмущения солёности при движении клина со скоростью $U = 10^{-4}$ м/с:
 а – $t/T_b = 0.3$, б – $t/T_b = 1.1$, в – $t/T_b = 3.5$, г – $t/T_b = 8.0$, д – $t/T_b = 16.0$

стратифицированной жидкости в диапазоне скоростей U от 10^{-5} до 10^{-1} м/с (Рис. 6). Отметим, что принципиальное различие картины обтекания тела стратифицированной жидкостью от однородной проявляется вблизи экстремальных точек обтекаемого тела. Когда скорость внешнего потока сравнима по порядку величины с характерной скоростью диффузии индуцированных потоков $U_N^{k,s}$, на протяжении длительного временного интервала в структуре течения сохраняются элементы исходного поля (см. Рис. 6а). Возле острых углов проявляются системы периодических образований, соответствующие внутренним волнам, источниками которых внутренних волн служат краевые сингулярности. Механизм формирования таких внутренних волн описан выше.

Увеличение скорости движения приводит к пропорциональному увеличению длины присоединенной внутренней волны в соответствии с формулой линейной теории $\lambda = UT_b$. Фазовые поверхности, разделяющие волновые возмущения с противоположными знаками, загибаются в сторону движения пластины. При значительных скоростях движения ($U > 10^{-2}$ м/с) в следе за клином возникают вихревые возмущения (см. Рис. 5г, д). На границах раздела внутренних присоединенных волн и вихревого следа формируются высокоградиентные области. Рассчитанные картины обтекания клина по своей структуре согласуются с результатами экспериментальных и численных исследований обтекания тел с другой геометрией потоком стратифицированной жидкости [18, 20].

На Рис. 7 представлены профили компонент скорости обтекания клина в широком диапазоне скоростей. Как видно из графиков, наиболее существенные отличия при обтекании препятствия стратифицированной жидкостью от случая однородной среды наблюдается в поле опережающих возмущений (см. Рис. 7а–г). При больших скоростях потока, превышающих характерные скорости индуцированных диффузией течений ($U \gg U_N^{k,s}$), эффекты стратификации ослабевают. С увеличением скорости обтекания в следе за клином (Рис. 7 д–з) нарушается симметрия относительно горизонта нейтральной плавучести в связи с формирующейся вихревой структурой.

5. ВЫВОДЫ

Предложена методика численного расчета нестационарных течений устойчиво стратифицированной жидкости около двумерного горизонтального клина в открытом пакете OpenFOAM. Результаты расчетов течений, индуцированных диффузией, на неподвижном клине по своей структуре согласуются с данными лабораторных опытов. Такие течения характеризуются ячеистой структурой и наличием высокоградиентных областей, визуализируемых в виде протяженных горизонтальных прослоек.

Физическим механизмом самодвижения клина в покоящейся устойчиво стратифицированной жидкости служит дефицит давления в окрестности его вершины, возникающий вследствие затягивания жидкости в восходящее на верхней стороне и нисходящее на нижней стороне тела компенсационные течения. Результаты численных исследований показали, что проявление феномена самодвижения клина зависит от характера искривления его сторон. Важную роль играют краевые эффекты в вершинах углов у основания клина. Тонкие струйные течения жидкости, формирующиеся вдоль каждой из сторон клина, порождают в областях схождения с угловых точек внутренние волны.

Полученные результаты расчета индуцированных диффузией двумерных течений

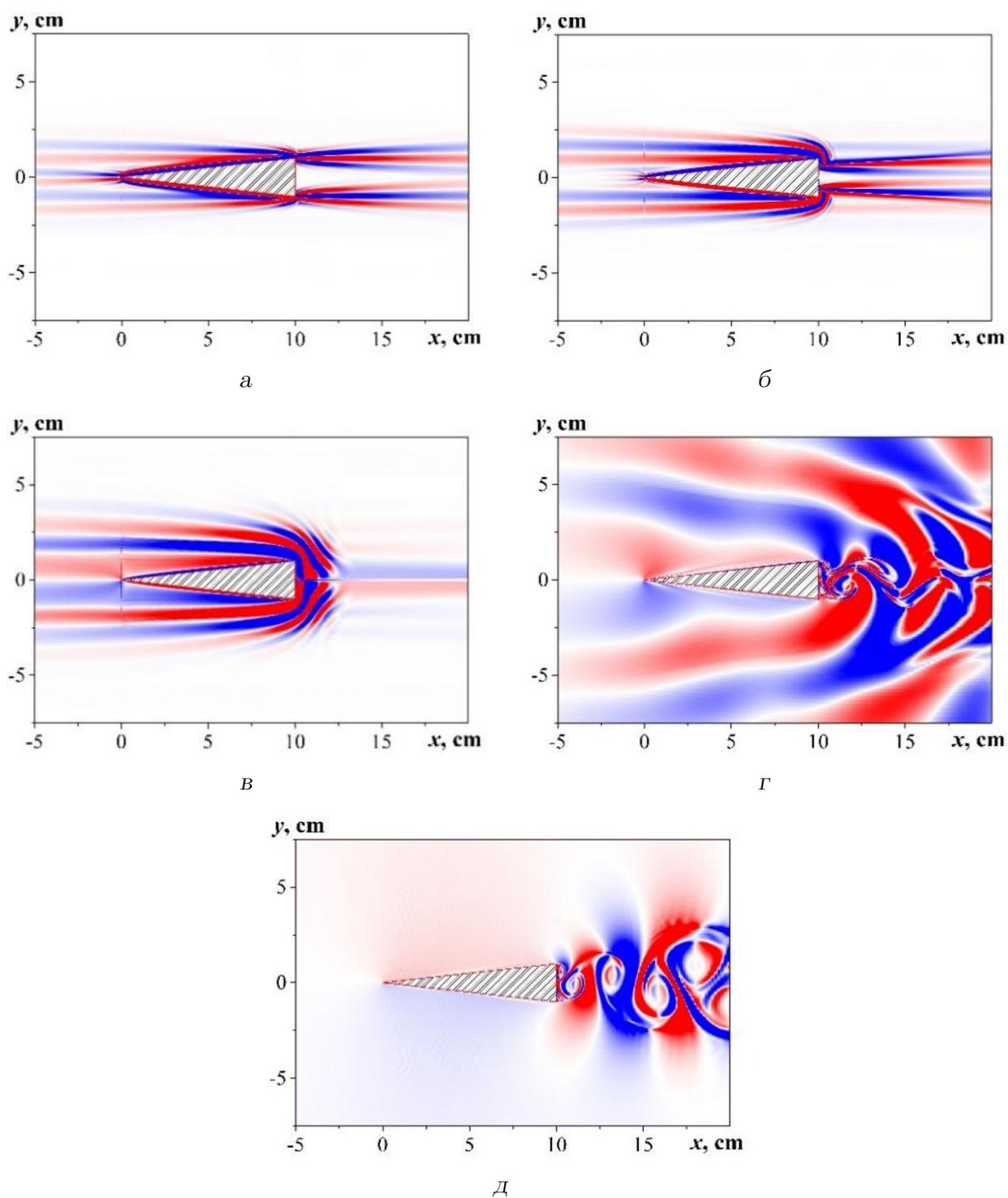


Рис. 6. Горизонтальная компонента градиента возмущения солёности $\partial s / \partial x$ при обтекании клина со скоростью U ($L = 10$ см, $h = 2$ см, $T_b = 6.28$ с, красный — положительные значения, синий — отрицательные):
 а — $U = 10^{-5}$ м/с, б — $U = 10^{-4}$ м/с, в — $U = 10^{-3}$ м/с, г — $U = 10^{-2}$ м/с, д — $U = 10^{-1}$ м/с

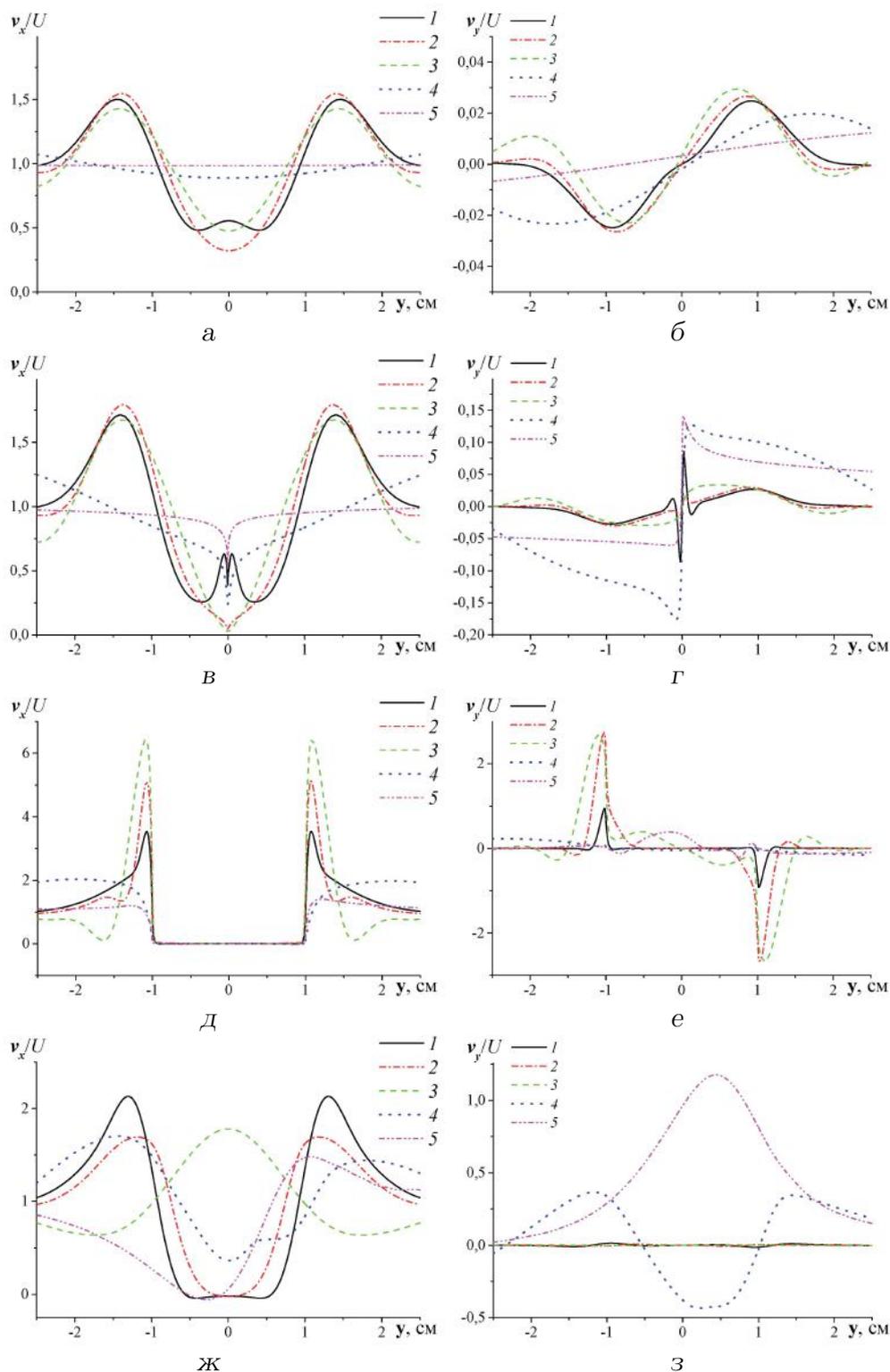


Рис. 7. Продольная и вертикальная компоненты скорости обтекания клина (левая и правая колонки соответственно):

а, б – сечение $x = -5$ см, в, в – сечение $x = 0$ см, д, е – сечение $x = 10$ см, ж, з – сечение $x = 15$ см;
 1 – $U = 10^{-5}$ м/с, 2 – $U = 10^{-4}$ м/с, 3 – $U = 10^{-3}$ м/с, 4 – $U = 10^{-2}$ м/с, 5 – $U = 10^{-1}$ м/с

около неподвижного клина являются начальными условиями нестационарной задачи обтекания тела внешним потоком стратифицированной жидкости. При малом числе Рейнольдса выделены опережающие возмущения и присоединенные внутренние волны. С увеличением скорости внешнего потока основным компонентом течения становятся вихри, выраженные в следе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Phillips O. M. On flows induced by diffusion in a stably stratified fluid // *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. — 1970. — Vol. 17, no. 3. — P. 435–443.
- [2] Мадерич В. С., Никишов В. И., Стеценко А. Г. Динамика внутреннего перемешивания в стратифицированной среде. — Киев : Наукова думка, 1988. — 238 с.
- [3] Булатов В. В., Владимиров Ю. В. Волны в стратифицированных средах. — Москва : Наука, 2015. — 736 с.
- [4] Gargett A. E. Differential diffusion: An oceanographic primer // *Progress in Oceanography*. — 2003. — Vol. 56, no. 3-4. — P. 559–570.
- [5] Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3D numerical simulations / C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, H. Scolan et al. // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2016. — Vol. 793. — P. 109–131.
- [6] Shapiro A., Fedorovich E. A boundary-layer scaling for turbulent katabatic flow // *Boundary-Layer Meteorology*. — 2014. — Vol. 153, no. 1. — P. 1–17.
- [7] Oerlemans J., van Pelt W. J. J. A model study of Abrahamsenbreen, a surging glacier in northern Spitsbergen // *The Cryosphere*. — 2015. — Vol. 9, no. 2. — P. 767–779.
- [8] Зырянов В. Н., Лапина Л. Э. Склоновые течения в морях, озерах и водохранилищах, обусловленные диффузионными эффектами // *Водные ресурсы*. — 2012. — Т. 39, № 3. — С. 292–303.
- [9] Linden P. F., Weber J. E. The formation of layers in a double-diffusive system with a sloping boundary // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1977. — Vol. 81, no. 4. — P. 757–773.
- [10] Hocut C. M., Liberzon D., Fernando H. J. S. Separation of upslope flow over a uniform slope // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2015. — Vol. 775. — P. 266–287.
- [11] Fluid dynamics of self-propelled microorganisms, from individuals to concentrated populations / L. H. Cisneros, R. Cortez, C. Dombrowski et al. // *Experiments in Fluids*. — 2007. — Vol. 43, no. 5. — P. 737–753.
- [12] Self-propulsion of immersed object via natural convection / M. J. Mercier, F. M. Ardekani, M. R. Allshouse et al. // *Physical Review Letters*. — 2014. — Vol. 112, no. 20. — P. 204501(1–5).
- [13] Allshouse M. R., Barad M. F., Peacock T. Propulsion generated by diffusion-driven flow // *Nature Physics*. — 2010. — Vol. 6. — P. 516–519.

- [14] Page M. A. Propelled by diffusion // *Nature Physics*. — 2010. — Vol. 6. — P. 486–487.
- [15] Димитриева Н. Ф., Левицкий В. В., Чашечкин Ю. Д. Теневая визуализация само-движения свободного клина в стратифицированной жидкости // Тезисы докладов 7-й междунар. науч. школы молодых ученых “Волны и вихри в сложных средах”. — Москва : ИПМех РАН, 2016. — С. 66–68.
- [16] Димитриева Н. Ф. Расчет стратифицированных течений около клина с использованием открытых вычислительных пакетов // *Прикладна гідромеханіка*. — 2015. — Т. 17, № 2. — С. 26–35.
- [17] Zagumennyi I. V., Dimitrieva N. F. Diffusion induced flow on a wedge-shaped obstacle // *Physica Scripta*. — 2016. — Vol. 91, no. 8. — P. 084002(1–8).
- [18] Chashechkin Y. D., Zagumennyi Y. V., Dimitrieva N. F. Dynamics of formation and fine structure of flow pattern around obstacles in laboratory and computational experiment // *Supercomputing. RuSCDays 2016 / Ed. by V. Voevodin, S. Sobolev. — Vol. 687 of Communications in Computer and Information Science. — Cham : Springer, 2016. — P. 41–56.*
- [19] Байдулов В. Г., Чашечкин Ю. Д. Инвариантные свойства систем уравнений механики неоднородных жидкостей // *Прикладная математика и механика*. — 2011. — Т. 75, № 4. — С. 551–562.
- [20] Chashechkin Y. D., Mitkin V. V. A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid // *Journal of Visualization*. — 2004. — Vol. 7, no. 2. — P. 127–134.
- [21] Димитриева Н. Ф. Численное решение задачи обтекания клина потоком стратифицированной жидкости с использованием OpenFOAM // *Труды Института системного программирования РАН*. — 2017. — Т. 29, № 1. — С. 7–20.
- [22] Chashechkin Y. D., Dimitrieva N. F. The evolution of the stratified flow structure around a wedge with increasing velocity of motion // *Topical Problems of Fluid Mechanics 2017 / Ed. by D. Šimurda, T. Bodnár. — Prague, 2017. — P. 79–86.*
- [23] Димитриева Н. Ф., Чашечкин Ю. Д. Структура индуцированных диффузией течений на клине с искривленными гранями // *Морской гидрофизический журнал*. — 2016. — № 3. — С. 77–86.

REFERENCES

- [1] O. M. Phillips, “On flows induced by diffusion in a stably stratified fluid,” *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, vol. 17, no. 3, pp. 435–443, 1970.
- [2] V. S. Maderich, V. I. Nikishov, and A. G. Stecenko, *The dynamics of internal mixing in stratified medium*. Kyiv: Naukova Dumka, 1988.
- [3] V. V. Bulatov and Y. V. Vladimirov, *Waves in stratified media*. Moscow: Nauka, 2015.

- [4] A. E. Gargett, “Differential diffusion: An oceanographic primer,” *Progress in Oceanography*, vol. 56, no. 3-4, pp. 559–570, 2003.
- [5] C. Brouzet, I. N. Sibgatullin, H. Scolan, E. V. Ermanyuk, and T. Dauxois, “Internal wave attractors examined using laboratory experiments and 3D numerical simulations,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 793, pp. 109–131, 2016.
- [6] A. Shapiro and E. Fedorovich, “A boundary-layer scaling for turbulent katabatic flow,” *Boundary-Layer Meteorology*, vol. 153, no. 1, pp. 1–17, 2014.
- [7] J. Oerlemans and W. J. J. van Pelt, “A model study of Abrahamsenbreen, a surging glacier in northern Spitsbergen,” *The Cryosphere*, vol. 9, no. 2, pp. 767–779, 2015.
- [8] V. N. Zyryanov and L. E. Lapina, “Slope flows governed by diffusion effects in seas, lakes, and reservoirs,” *Water Resources*, vol. 39, no. 3, pp. 294–304, 2012.
- [9] P. F. Linden and J. E. Weber, “The formation of layers in a double-diffusive system with a sloping boundary,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 81, no. 4, pp. 757–773, 1977.
- [10] C. M. Hocut, D. Liberzon, and H. J. S. Fernando, “Separation of upslope flow over a uniform slope,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 775, pp. 266–287, 2015.
- [11] L. H. Cisneros, R. Cortez, C. Dombrowski, R. E. Goldstein, and J. O. Kessler, “Fluid dynamics of self-propelled microorganisms, from individuals to concentrated populations,” *Experiments in Fluids*, vol. 43, no. 5, pp. 737–753, 2007.
- [12] M. J. Mercier, F. M. Ardekani, M. R. Allshouse, B. Doyle, and T. Peacock, “Self-propulsion of immersed object via natural convection,” *Physical Review Letters*, vol. 112, no. 20, pp. 204501(1–5), 2014.
- [13] M. R. Allshouse, M. F. Barad, and T. Peacock, “Propulsion generated by diffusion-driven flow,” *Nature Physics*, vol. 6, pp. 516–519, 2010.
- [14] M. A. Page, “Propelled by diffusion,” *Nature Physics*, vol. 6, pp. 486–487, 2010.
- [15] N. F. Dimitrieva, V. V. Levitskii, and Y. D. Chashechkin, “Shadow visualization of the self-movement of a free wedge in a stratified fluid,” in *Abstracts of the 7th International Scientific Workshop of Young Researchers “Waves and Vortices in Complex Media”*, (Moscow), pp. 66–68, Institute of Applied Mechanics, RAS, 2016.
- [16] N. F. Dymytriieva, “Calculation of stratified flows around a wedge using open software packages,” *Applied Hydromechanics*, vol. 17, no. 2, pp. 26–35, 2015.
- [17] I. V. Zagumennyi and N. F. Dimitrieva, “Diffusion induced flow on a wedge-shaped obstacle,” *Physica Scripta*, vol. 91, no. 8, pp. 084002(1–8), 2016.
- [18] Y. D. Chashechkin, Y. V. Zagumennyi, and N. F. Dimitrieva, “Dynamics of formation and fine structure of flow pattern around obstacles in laboratory and computational experiment,” in *Supercomputing. RuSCDays 2016* (V. Voevodin and S. Sobolev, eds.), vol. 687 of *Communications in Computer and Information Science*, (Cham), pp. 41–56, Springer, 2016.

- [19] V. G. Baidulov and Y. D. Chashechkin, “Invariant properties of systems of equations of the mechanics of inhomogeneous fluids,” *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 75, no. 4, pp. 390–397, 2011.
- [20] Y. D. Chashechkin and V. V. Mitkin, “A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid,” *Journal of Visualization*, vol. 7, no. 2, pp. 127–134, 2004.
- [21] N. F. Dimitrieva, “The numerical solution of the problem of stratified fluid flow around a wedge using OpenFOAM,” *Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS*, vol. 29, no. 1, pp. 7–20, 2017.
- [22] Y. D. Chashechkin and N. F. Dimitrieva, “The evolution of the stratified flow structure around a wedge with increasing velocity of motion,” in *Topical Problems of Fluid Mechanics 2017* (D. Šimurda and T. Bodnár, eds.), (Prague), pp. 79–86, 2017.
- [23] N. F. Dimitrieva and Y. D. Chashechkin, “The structure of induced diffusion flows on a wedge with curved edges,” *Physical Oceanography*, no. 3, pp. 77–86, 2016.

Н. Ф. Дмитрієва

Течії біля двовимірного горизонтального клина у стійко стратифікованій рідині

Досліджено течії безперервно стратифікованої рідини, які характеризуються широким діапазоном значень внутрішніх масштабів, відсутніх в однорідній рідині. Задачу розв’язано чисельними методами у двовимірній нестационарній постановці для рідини, яка перебуває в станах спокою чи рівномірного руху. Для математичного опису досліджуваної проблеми обрано систему диференціальних рівнянь механіки неоднорідних багатокомпонентних рідин у наближенні Буссінеска, коли малі зміни густини враховуються лише в членах, які описують силу тяжіння. Поставлена задача розв’язувалась методом скінченних об’ємів у відкритому пакеті Особливу увагу приділено створенню якісної розрахункової сітки з високим розділенням, яка враховувала б багатомасштабність течій, індукованих дифузіїєю. Обговорено питання використання стандартних і розширених утиліт пакету OpenFOAM з метою реалізації складних граничних умов і розробки власних числових моделей. У якості вихідних умов задачі обтікання клина зовнішнім потоком стратифікованого середовища використовувались раніше розраховані поля течій, індукованих перериванням дифузійного переносу нерухомим клином, які якісно узгоджуються з даними лабораторних дослідів. Показано вплив крайових ефектів і кривизни бічної поверхні на структуру течії. Результати розрахунку виявили біля гострої вершини протяжну область дефіциту тиску, яка формує інтегральну силу, що викликає саморух вільного клина в напрямку вершини вздовж горизонту нейтральної плавучості в нерухомому стійко стратифікованому середовищі. Продемонстровано еволюцію картини обтікання клину стратифікованим потоком, який почав рівномірно рухатися зі стану спокою зі швидкістю 10^{-4} м/с. У всіх режимах течія характеризується складною внутрішньою структурою, в якій на початку виражені дисипативно-гравітаційні хвилі, а потім — група приєднаних хвиль, які утворюються в протифазі біля граней клина. Зі збільшенням швидкості зовнішнього потоку основним компонентом течії стають вихори, які домінують у сліді.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: чисельне моделювання, відкриті обчислювальні пакети, стратифікація, течії рідини, дифузія, саморух

N. F. Dimitrieva

Flows around a 2D horizontal wedge in a steadily stratified liquid

The paper deals with studying of the flows of continuously stratified fluid characterized by a wide range of values of internal scales that are absent in a homogeneous fluid. The problem is solved by numerical methods in a 2D unsteady formulation for a fluid at rest and uniform motion. For the mathematical description of the problem, a system of differential equations of mechanics of inhomogeneous multicomponent fluids was chosen in the Boussinesq approximation with considering the small density variations only in terms describing the gravity force. The problem is solved by the method of finite volumes in a free software package OpenFOAM. The particular attention was paid to creation of a high-quality high-resolution computational grid taking into account the multi-scale diffusion-induced flows. The use of standard and advanced utilities of the OpenFOAM package to implement the complex boundary conditions and develop new numerical models is discussed. The fields of diffusion-induced flows on a fixed wedge being in qualitative agreement with experimental data are used for initial conditions in the problem of external flow of a stratified medium around the wedge. The influence of edge effects and curvature of edge lateral surface on the flow structure is shown. The results of calculation reveal the extended region of pressure deficit at the acute top forming the integral force that is the reason for self-motion of free wedge in apex direction along the neutral buoyancy horizon in stably stratified medium. In stratified fluid, the evolution of flow pattern of the wedge starting the uniform motion from the rest at the velocity of 10^{-4} m/s is demonstrated. In all regimes, the flow is characterized by complex internal structure with the initially expressed dissipative-gravity waves and further emerging group of attached waves forming in antiphase at wedge's edges. With the increase of external flow velocity vortices dominating in the wake become the main component of the flow.

KEY WORDS: numerical simulation, open computing packages, stratification, fluid flow, diffusion, self-motion