УДК 004.94:658.01

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЗАДАЧ ТА МЕТОДІВ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

А.А.Тимченко, В.В.Бойко, В.В.Скоробрещук

Черкаський державний технологічний університет,
tymchenko@uch.net

В статті представлено системний аналіз методів розв’язання *задач ідентифікації*. Проведено серію експериментів в основі яких лежить структурна оптимізація складу моделі. В процесі аналізу отриманих моделей знайдена модель оптимальної складності. Розглянуто системну технологічну схему можна успішно застосовуватися як алгоритм для розв’язання складних аналітичних задач.

Ключові слова: системний аналіз та підхід, ідентифікація, складна система.

In the article the analysis of the systems of the *methods of identification* tasks solution is made. A number of experiments based on model structural optimization are carried out. In the process of the analysis of obtained models the method of optimal complexity is found. The examined system flow diagram can be successfully for intricate analytical problems solution.

Keywords: analysis and approach of the systems, identification, complex system.

В статье предоставлен системный анализ методов решения задач идентификации. Проведено серию экспериментов, в основе которых лежит структурная оптимизация модели. В процессе анализа полученных моделей найдена модель оптимальной сложности. Рассмотренная системная технологическая схема может успешно использована для решения сложных аналитических задач.

Ключевые слова: системный анализ и подход, идентификация, сложная система.

Вступ. В основі побудови моделей сучасних об’єктів частіше всього лежить використання поняття «функція» (в самому широкому розумінні цього слова). Воно базується на визначенні функції як закону, за яким значенню функції ставиться у відповідність значення аргумента. Як відомо, між цими величинами може існувати точний (функціональна) зв'язок, коли одному значенню аргументу відповідає конкретне значення функції, і менш точний зв'язок, коли одному конкретному значенню аргумента відповідає наближене значення або деяка множина значень функції, в тому або іншому ступені близькості один від одного. При проведенні наукових досліджень, обробці результатів спостереження частіше зустрічається другий варіант.

1. Задачі побудови моделей складних систем. Математика часто оперує табличними значеннями y_i для дискретних значень незалежних змінних x_i. Таблицями $\{y_i, x_i\}$ можуть представлятися й експериментальні дані. Точки, в яких визначені дискретні значення функцій або даних, називаються *вузловими*. Проте на практиці можуть знадобитися значення даних величин зовсім в інших точках, відмінних від вузлових, або з іншим кроком дискретизації аргументів. Ця задача обчислення значень функції, в проміжках між вузлами називається задачею *інтерполяції*, за межами множини вузлових точок вперед або назад по змінних – задачею *екстраполяції* або *прогнозування*. Розв’язання цих задач також виконується з використанням апроксимуючих функцій.

Згладжування статистичних даних або їх *апроксимація* з урахуванням статистичних параметрів відноситься до завдань *регресії*. Як правило, при регресійному аналізі усереднювання даних проводиться *методом найменших квадратів* (МНК) [1].

У всіх цих випадках виникає *задача апроксимації* – представлення довільних складних відомих функцій $\Psi(x)$ простими і зручними для практичного використання функціями $\varphi(x)$ так, щоб відхилення $\varphi(x)$ від $\Psi(x)$ в області її завдання було найменшим за певним критерієм наближення. Функції $\varphi(x)$ отримали назву функцій апроксимації.

2. Підходи до розгляду методів побудови моделей складних систем. Складною називається система, що записується за допомогою рівняння

$$\Sigma = \left(E, \omega\right), \tag{1}$$

де ω – структура системи, E – множина елементів системи Σ. У більшості випадків система визначається як мережа зв'язаних елементів. Для $(\varphi,\psi)e\omega$, U – вхід системи, V – множина внутрішніх зв'язків, W – вихід, S – множина зв'язків системи Σ. Для всякого $e \in E$ множина $\varphi(e)$ називається входом, множина $\psi(e)$ – виходом елемента e.

Попереднє введене поняття дозволяє дати загальне структурно-функціонально-еволюційне визначення складної системи як сукупності об'єктів

$$\Sigma = (E\left(\omega_{\alpha}\right)_{\alpha \in \Lambda}, \left(Z_{\tau}(s)\right)_{\substack{\tau \in \Gamma \\ s \in S}}, , \left(f_{e\alpha\tau}\right)_{\substack{e \in E, \alpha \in \Lambda \\ \tau \in \Gamma}}, \left(\chi_{\alpha\tau}\right)_{\substack{\alpha \in \Lambda \\ \tau \in \Gamma}}, \chi, J), \tag{2}$$

де E – множина елементів; (ω_{α}) – сімейство структур, реалізованих у Σ; $(Z_{\tau}(s))$ – сімейство просторів сигналів; $(f_{c\alpha\tau})$ – сімейство операторів елементів системи Σ; $\chi_{\alpha\tau}, \chi$ – простори цілей; $J_{\alpha\tau}, J$ – цільові функції [2,3].

2.1. ***Індуктивний підхід до дослідження моделей.*** Індуктивний метод має мінімальну відтворюваність моделі, оскільки основні положення його будуються на досвіді фахівця, інтуїції й умінні конструювати варіанти і приймати рішення. Доведення розв'язуваності задачі апріорі не формулюється, що пояснюється відсутністю схеми системи, збудованої на об'єктивізованих даних.

При індуктивному підході (емпірично-індуктивному) формулюються вимоги до досліджуваної системи при заданій її структурній схемі (за критеріями надійності, масогабаритними показниками, енергоємністю та ін.), задаються підмножини реальних (проектованих) агрегатів. Конструктор, використовуючи свій досвід, уміння, інтуїцію, результати експериментів та експертні оцінки, створює («збирає») деяку модель необхідної системи. Отже, задаються:

1) вимоги до системи C {Cs}, Cs – складові системи;
2) підмножини агрегатів A_r {a_j}, де $r \in I$ – потужність множини, $j \in J$ – потужність *r*-ї підмножини.

Досліджується система на підставі апріорної впевненості про задоволення вимог C {Cs}. Які реалізується в заданому агрегатному (елементному) базисі A_r {a_j}.

Засобами дослідження в цьому випадку є перевірка розрахунків, методів синтезу окремих підсистем, макетно-апаратне (стендове) відпрацювання системи. Розв'язуваність задачі S_i базується на інтуїції і досвіді фахівців. Математично (або формально) задача S_i розглядається в межах окремих агрегованих підзадач S_{ir}. Оцінка й вибір оптимального варіанту здійснюється, як правило, методами перебору з використанням експертних оцінок.

Реалізувати *системний підхід* можна, розробивши принцип упорядкування множин *S* і *T* й схему, що забезпечує повну розв'язуваність задачі *S* передусім для отримання й формування проблемно-орієнтованої інформації (*A,C*) в автоматизованій системі дослідження.

При комбінованій схемі проектування можна сказати тільки, що

$$|S| = |T|,\ S = \bigcup_{i \in I} S_i,\ T = \bigcup_{i \in I} T_i\ , \tag{3}$$

де *i* «пробігає» всю індексну множину *I*. Формально відповісти на питання, як (в якій послідовності) символ *i* «пробігає» множину *I*, можна за допомогою розробки схеми системного дослідження.

При позитивному вирішенні індуктивний метод швидко веде до цілі, оскільки не «обтяжений» складними задачами математичного аналізу й громіздкими обчислювальними процедурами. До даного підходу відносяться *алгоритми МГУА*.

2.2. ***Дедуктивний підхід***. При дедуктивному підході (логічно-дедуктивному) розглядається деякий процес послідовної побудови проектних рішень $r \in R$, в якому із рішення $R_к$ попередньої задачі $S_к$ формулюється обмеження, що визначає $C_{к+1}$ або початкова інформація $A_{к+1}$ у процедурі розв'язання $T_{к+1}$ наступного етапу. Для дедуктивного підходу повинна бути справедливою формула «замикання» задач послідовної схеми:

$$\exists R_k \in RP(A_{k+1} \vee C_{k+1} \in R_k) \tag{4}$$

Кожне з проміжних рішень *R* задачі $S_к$ є розгалужуваним деревом варіантів по відношенню до задач S_1, $1 > k$, що розв'язуються на наступному етапі.

Ієрархічна структура розв'язання задачі *S*, системних досліджень має бути логічною основою розробки системи оцінок ефективності на всіх рівнях дослідження об'єкта; дедуктивізація процесу дослідження можлива, очевидно, на основі єдності подання інформації про досліджуваний об'єкт, що дає змогу реалізувати «замикання» задач в *дослідницькій схемі*. Універсальним засобом утворення такої єдності є розробка сукупності математичних моделей M_i є *M* об'єкта дослідження, що характеризуються певними структурними властивостями.

Можливо обґрунтувати комбінування дедуктивного методу із достатньо широким розпаралелюванням деяких груп задач *S** дослідження. Повнота визначення задачі дослідження досягається за рахунок елементів *A**, *C** і *T** в схемі *H*. Поряд із суто дедуктивним «замиканням» задач S* при розробці складних систем (4) у багатьох випадках при неможливості розв'язання деякі із задач $S_к$ є $S_к$ вимагають формування елементів $A_к$, $C_к$ за проектним *R* пізніших етапів, тобто

$$\exists R_k \in RP(A_k \vee C_k \in R_1,\ 1 > k). \qquad (5)$$

Невизначеність задач $S_к$ спричинює необхідність збудувати рішення R^* за прогнозованими даними A і C; з тим, щоб отримати A_x і C відповідно до (5). У цьому разі виникає ітераційний цикл для формування достовірних даних $A_к$, $C_к$ задачі. До даної методики можна віднести метод обраних точок, МНК та ін [4-6].

3. Експериментальне дослідження складних функцій. Дослідження задачі оптимізації функції проведено за допомогою процедури «IDENT».

3.1. Дослідження функції за допомогою гібридної функції. При дослідженні складних систем доводиться зустрічатися із складностями побудови *логіко-динамічних систем управління* (ЛДСУ), як подальшого розвитку поняття цифровий автомат з одного боку, і процесів, що протікають в них, з іншого. Ці труднощі обумовлені тим, що в ЛДСУ разом з функціональними залежностями, описуваними числовими функціями і диференціальними рівняннями, між параметрами і процесами мають місце і логічні зв'язки, які піддаються дослідженню методами математичної логіки. Тому при дослідженні ЛДСУ виникає задача розробки відповідного апарату для об'єднання в єдиний комплекс числових і логічних залежностей. Логічні зв'язки в ЛДСУ можуть обумовлювати зміну самого складу системи рівнянь опису ЛДСУ, зміни коефіцієнтів рівнянь і т.п.

Використовуючи аксіоматичний опис можна сказати, що процес побудови функціональної залежності представляє собою дискретно-неперевний процес, що складається з під процесів, які можна розглядати як деякі дискретні величини на противагу послідовності, яка є неперервною.

На відміну від неперервних функцій, підпроцеси є кусочно заданими, тому їх опис може бути виконаний у вигляді табличних форм.

Опис логіко-динамічних систем і процесів можна представити за допомогою гібридних функцій, так як гібридна функція складається з деякої числової функції і функції предикат:

$$G(x_1, x_2, ..., x_l) = f(x, ..., x_n) F(x, ..., x_m) \qquad (6)$$

де G – гібридна функція; f – числова функція; F – функція предикат; $1 \le i < n \le l; 1 \le j < m < i.$

Функція $G(x_1, ..., x_i)$ приймає значення, які отримуються із $f(x_i, ..., x_n)$ при $F(x_j, ..., x_m) = 1$, або відповідно, нулю при $F(x_j, ..., x_m) = 0$. Метод опису ЛДС за допомогою гібридних функцій дає загальний метод опису ЛДСУ [7,8].

Таблиця 1

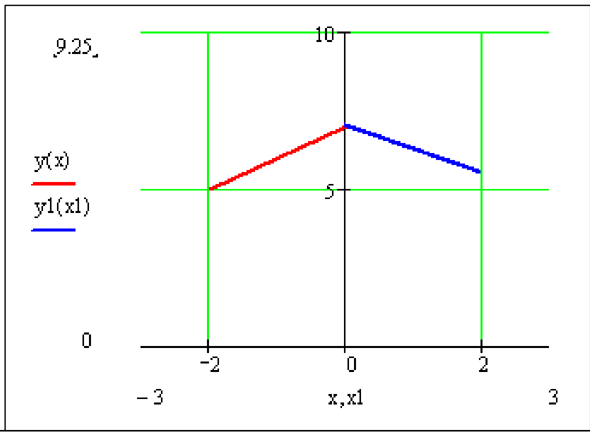
Вхідна вибірка даних

X	-2	0	2
Y	5	7	5,5

Експеримент

Коефіцієнти полінома:
c(0)=7,000 c(1)=1,000 (-2,00 <= x1 < 0,00)
c(0)=7,000 c(1)=-0,750 (0,00 <= x1 < 2,00)
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном:

$$y=\begin{cases} 7+x, (-2\le x<0) \\ 7-0{,}75\cdot x,\ (0\le x<2) \end{cases}$$



Розглянемо роботу програми «IDENT» в двовимірному просторі, тобто в декартовій системі координат.

3.2. Дослідження функції одної змінної

Таблиця 2

Вхідна вибірка даних (лінійна залежність)

x	-2	0	1	2
y	-2	1	2,5	4

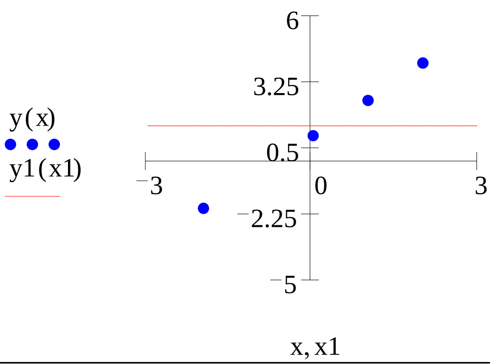
В табл.3 показано результати роботи програми для 4-х варіантів структур полінома, що послідовно ускладнюються для однієї змінної.

Таблиця 3

Результати дослідження послідовного ускладнення структури поліному (функція одної змінної)

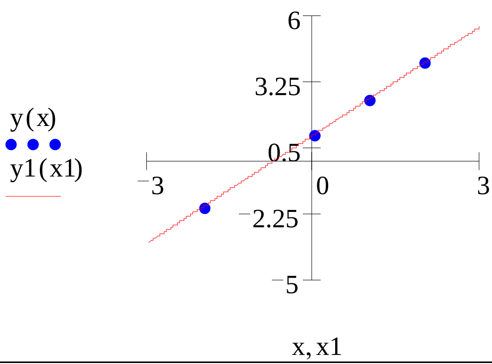
Експеримент 1. $y=y_0$

Коефіцієнти полінома: c(0)=1,375
Помилка: **error=2,2185**
Отриманий поліном: $y=1{,}375$



Експеримент 2. $y=y_0+y_1$

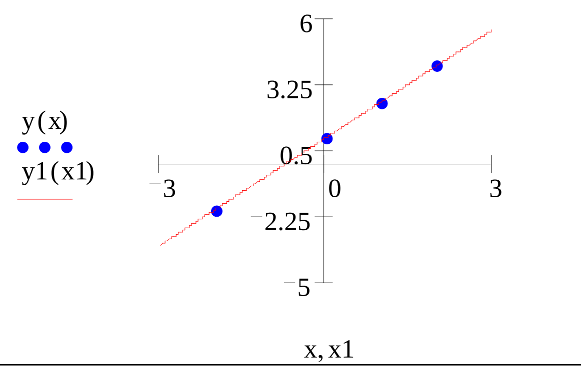
Коефіцієнти полінома: c(0)=1 c(1)=1,5
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном: $y=1+1{,}5\cdot x$

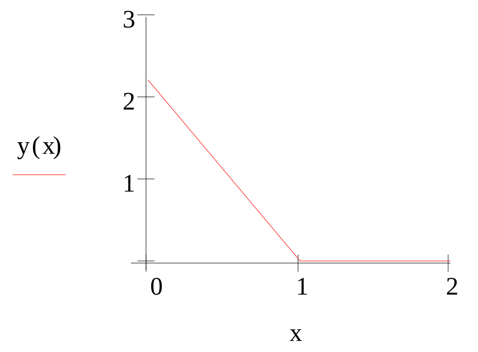


Експеримент 3. $y=y_0+y_1+y_2$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=1 c(1)=1,5 **c(2)=0**
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном: $y=1+1{,}5\cdot x$

Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному





Таблиця 4

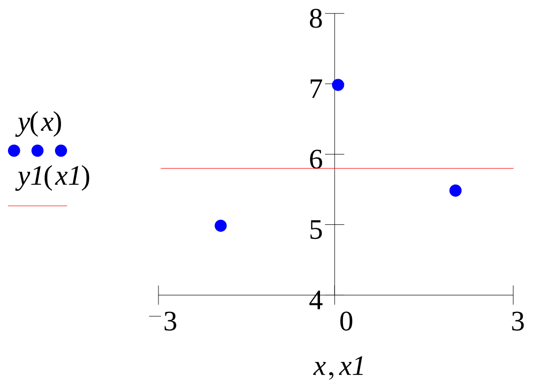
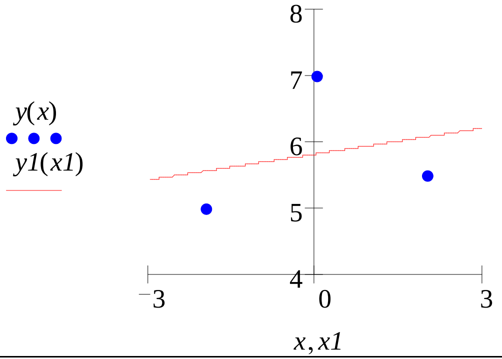
Вхідна вибірка даних

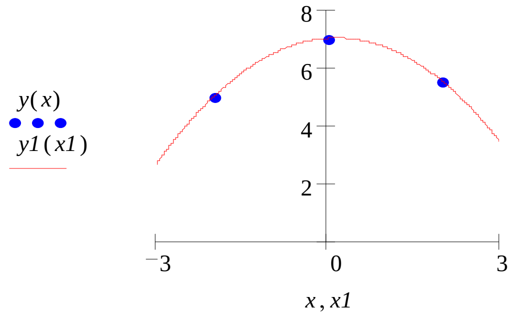
x	-2	0	2
y	5	7	5,5

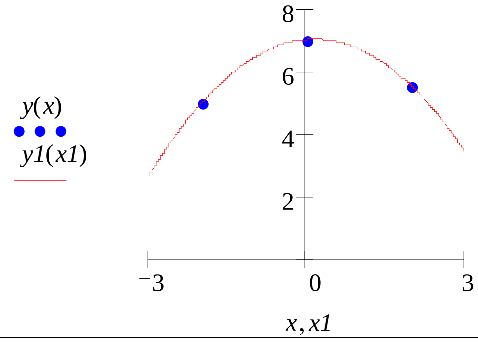
В табл.4 показано результати роботи програми для 6-ти варіантів структур поліному, що послідовно ускладнюються для однієї змінної.

Таблиця 5

Результати дослідження послідовного ускладнення структури поліному (функція одної змінної)

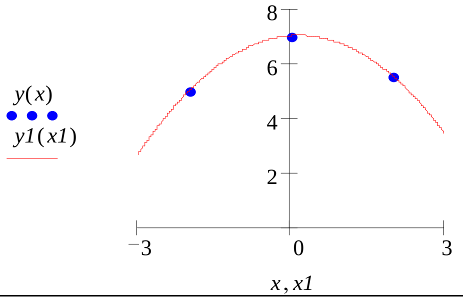
<table>
<tr><th>Експеримент 1. $y = y_0$</th><th>Експеримент 2. $y = y_0 + y_1$</th></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома: c(0)=5,8333
Помилка: error=0,849
Отриманий поліном: $y = 0{,}58$

</td><td>Коефіцієнти полінома: c(0)=5,8333
c(1)=0,125
Помилка: error=0,82
Отриманий поліном: $y = 5{,}83 + 0{,}125x$

</td></tr>
<tr><th>Експеримент 3. $y = y_0 + y_1 + y_2$</th><th>Експеримент 4. $y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$</th></tr>
<tr><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=7 c(1)=0,125 c(2)=-0,4375
Помилка: error=0
Отриманий поліном:
$y = 7 + 0.125x - 0{,}4375x^2$</td><td>Коефіцієнти полінома:
c(0)=7 c(1)=0,125 c(2)=-0,4375 c(3)=0
Помилка: error=0
Отриманий поліном:
$y = 7 + 0.125x - 0{,}4375x^2$</td></tr>
</table>



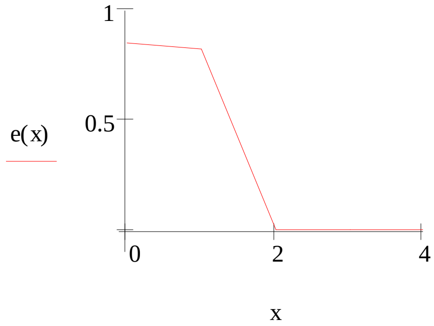


Експеримент 5. $y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=7 c(1)=0,125 c(2)=-0,4375 **c(3)=0 c(4)=0**
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном: $y = 1 + x - 0{,}5x^2$



Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному



Таблиця 5

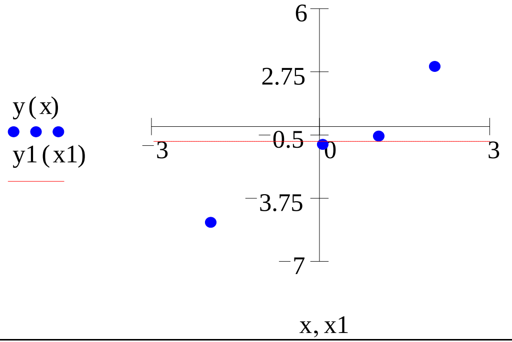
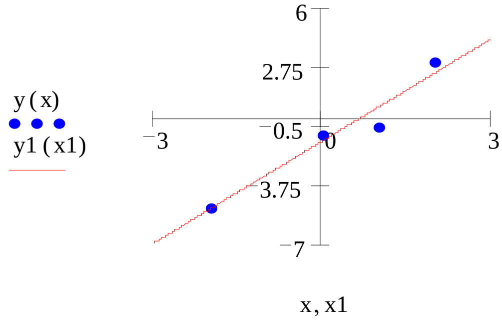
Вхідна вибірка даних

x	-2	0	1	2
y	-5	-1	-0,5	3

В табл.6 показано результати роботи програми для 6-ти варіантів структур поліному, що послідовно ускладнюються для однієї змінної.

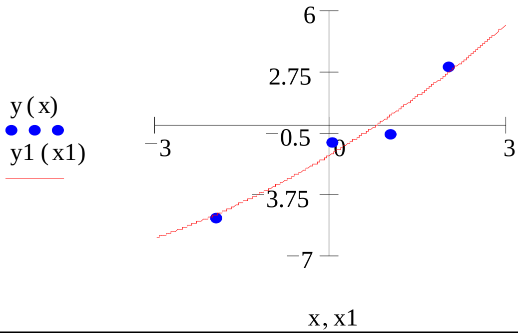
Таблиця 6

Результати дослідження послідовного ускладнення структури поліному

Експеримент 1. $y = y_0$	Експеримент 2. $y = y_0 + y_1$
Коефіцієнти полінома: c(0)=-0,875 Помилка: **error=2,836** Отриманий поліном: $y = -0{,}875$ 	Коефіцієнти полінома: c(0)=-1,342 c(1)=1,871 Помилка: **error=0,621** Отриманий поліном: $y = -1{,}342 + 1{,}871x$ 

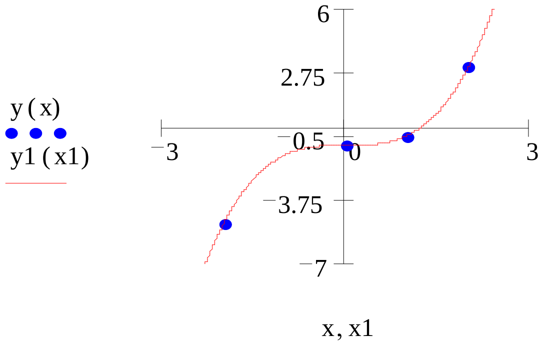
Експеримент 3. $y = y_0 + y_1 + y_2$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=-1,654 c(1)=1,890 c(2)=0,136
Помилка: **error=0,572**
Отриманий поліном:
$y = -1{,}65 + 1{,}89x + 0{,}13x^2$



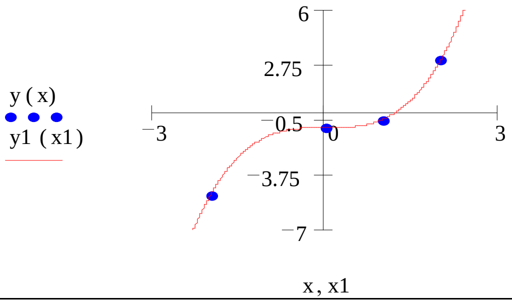
Експеримент 4. $y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=-1 **c(1)=0 c(2)=0** c(3)=0,5
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном: $y = 1 + 0{,}5 \cdot x^2$

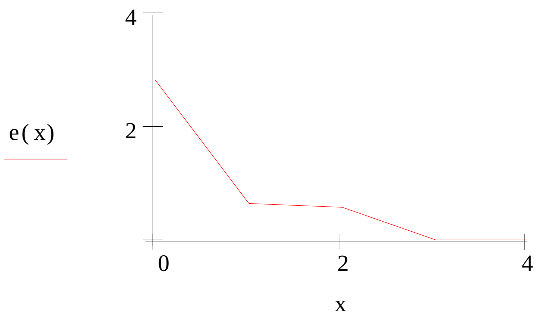


Експеримент 5. $y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4$

Коефіцієнти полінома:
c(0)=-1 **c(1)=0 c(2)=0** c(3)=0,5
Помилка: **error=0**
Отриманий поліном: $y = 1 + 0{,}5 \cdot x^2$



Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному



3.3. Дослідження функції двох змінних

Таблиця 7

Вхідна вибірка даних

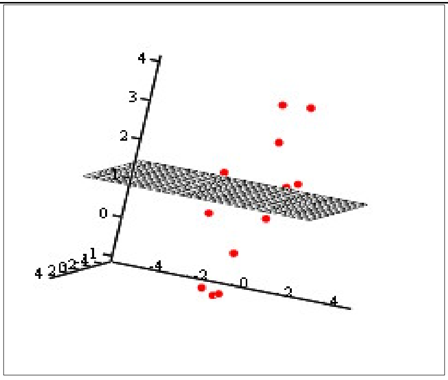
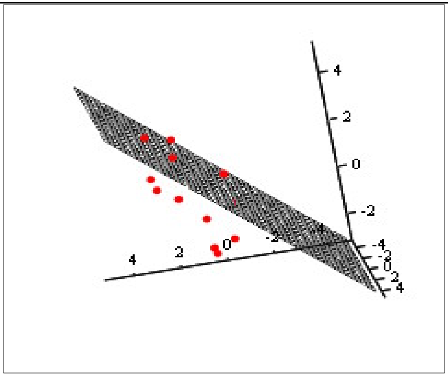
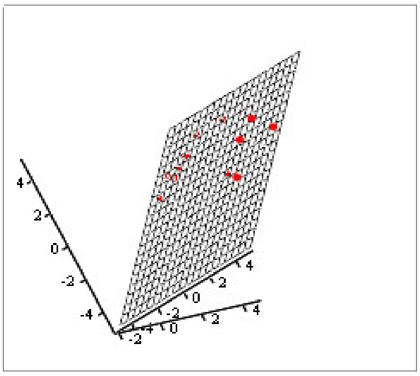
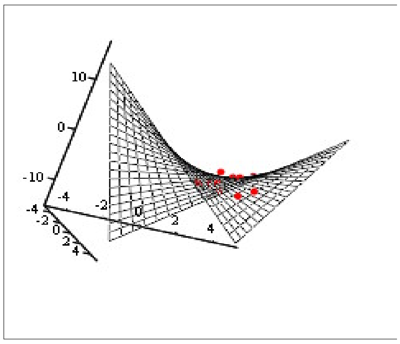
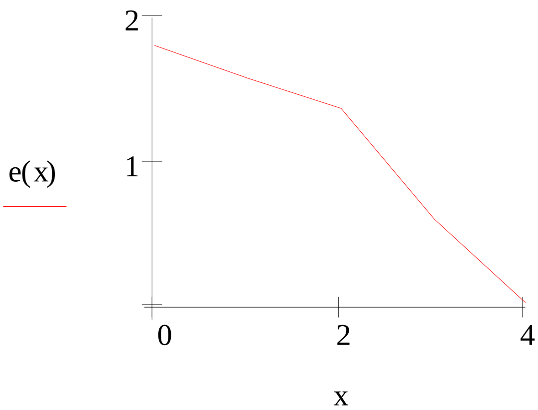
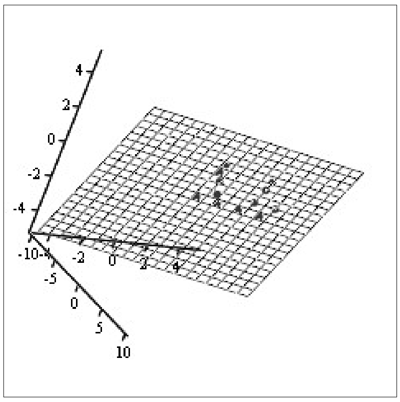
x_1	-1	0	1	2
x_2	2	-1	3	0
y	1	-1	4	2

В табл.8 показано результати роботи програми для 6-ти варіантів структур полінома, що послідовно ускладнюються для двох змінних.

Таблиця 8

Результати дослідження послідовного ускладнення структури поліному (функція двох змінних)

Експеримент 1. $y = y_0$	Експеримент 2. $y = y_0 + y_1$
Коефіцієнти полінома: c(0)=1,5 Помилка: **error=1,802** Отриманий поліном: $y = 1{,}5$	Коефіцієнти полінома: c(0)=1,1 c(1)=0,8 Помилка: **error=1,5652** Отриманий поліном: $y = 1{,}1 + 0{,}8x_1$

 M, M1	 M, M1
Експеримент 3. $y = y_0 + y_1$	Експеримент 4. $y = y_0 + y_1 + y_2$
Коефіцієнти полінома: c(0)=1,334 c(1)=0,667 Помилка: **error=1,362** Отриманий поліном: $y = 1{,}334 + 0{,}667 x_1 x_2$  M, M3	Коефіцієнти полінома: c(0)=1,212 c(1)=0,293 c(2)=0,563; Помилка: **error=0,587** Отриманий поліном: $y = 1{,}212 + 0{,}293 x_1 + 0{,}563 x_1 x_2$  M, M1
Експеримент 5. $y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$	Графік зміни похибки експерименту відносно зміни структури поліному 
Коефіцієнти полінома: **c(0)=0** c(1)=1 c(2)=1 Помилка: **error=0** Отриманий поліном: $y = x_1 + x_2$  M, M1	

Провівши серію експериментів функцій з однією та двома змінними, як в першому так і в другому випадку відбувалось послідовне ускладнення структури поліному. Точність функції при цьому послідовно зростала, але в деякий момент була знайдена структура поліному при якому похибка стала дорівнювати нулю. При подальшому ускладненні поліному структура функції не змінювалася, так як коефіцієнти вищих степенів поліному відкидалися, отже, ітераційно була знайдена, за допомогою процедури «IDENT», оптимальна структура функції [9-11].

Заключення. В статті розглянуто системний аналіз методики дослідження моделей (*індуктивний та дедуктивний підходи*). Проведено серію експериментів, в основі яких лежить структурна оптимізація складу моделей. В процесі аналізу отриманих моделей знайдена модель оптимальної складності. Розглянута системна технологічна схема може успішно застосовуватися як алгоритм для розв’язання складних аналітичних задач.

Список використаних джерел

1. Снитюк В.Є. Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми: Навчальний посібник. – К. «Маклаут», 2008. – С. 16-20.
2. Івахненко О.Г. Кібернетичні системи з комбінованим керуванням. – Київ: Держ. вид. техн. Літератури УССР, – 1965 – 311 с.
3. Иваxенко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. – Киев: «Наук. думка», – 1982 – 290 с.
4. Тимченко А.А. Основи системного проектування та системного аналізу складних об’єктів: Основи САПР та системного проектування складних об’єктів / За ред. В.І.Бикова. – К.: Либідь, 2000. – С. 11-14.
5. Стоун Р., Ивахненко А.Г., Высоцкий В.Н, Семина Л.П. Структурная идентификация // Автоматика. – 1979. – № 1. – С. 25.
6. Тимченко А.А., Евдокимова И.К. Использование самообучающегося фильтра Габора для непрерывного определения статической характеристики объекта управления // «Автоматика» – 1965. – № 5. – С. 25-28.
7. Стоун Р., Івахненко О.Г., Висоцький В.М., Сьоміна Л.П. Визначення поняття «закон» та метод його відкриття за експериментальними даними // Автоматика. – 1977. – № 6 – С. 27.
8. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – К.: "Техніка", 1975.
9. Тимченко А.А., Бойко В.В., Скоробрещук В.В. Порівняльний аналіз методів розв’язання задач ідентифікації // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. – Київ: МННЦ ІТС, 2009. – 236с.
10. Жук К.Д., Тимченко А.А. Автоматизоване проектування логіко-динамічних систем. – К.: Наукова думка, 1981. – 199 с.
11. Системні дослідження в науці та техніці. Частина ІІ. Технологія наукових досліджень. – Черкаси: ЧДТУ, 2006. – 77 с.