

А. А. Каминский, Ю. А. Черноиван

ОПРЕДЕЛЕНИЕ БЕЗОПАСНЫХ УРОВНЕЙ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ДЛЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ, ОСЛАБЛЕННЫХ ТРЕЩИНАМИ

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: yurchor@ukr.net*

Abstract. Within the framework of the nonlinear fracture mechanics, a problem of mode I crack opening in the polymer composite material with viscoelastic properties is investigated. The material is undergone the tension stresses. An analysis of modeling of viscoelastic properties of composite and crack is set. The techniques of investigation are proposed for deformation of composite with crack as well as for determination of the safe load at which the crack does not propagate. By comparison of the theoretical results and experimental data for polymeric composites that are used in the modern aircraft structures an efficiency of proposed technique is established.

Key words: fracture, polymeric composite, viscoelasticity, static loading, process zone, mode I crack, long-term fracture.

Введение.

Применяемые во многих областях промышленности, особенно в авиационной и космической [6], полимерные композитные материалы (ПКМ) проявляют даже при нормальных температурах ярковыраженные вязкоупругие свойства. Поэтому процесс разрушения элементов конструкций, изготовленных из этих материалов и ослабленных трещинами, существенно зависит от реологических свойств материала [2, 3, 14, 26]. Данные опытов показывают, что разрушение ПКМ, вследствие их вязкоупругих свойств, может происходить в ряде случаев при довольно низком уровне длительно действующих статических нагрузок, путем медленного докритического развития трещин [1, 4, 5, 14, 18, 19, 28]. Следует отметить, что для ряда особо ответственных конструкций, таких как баллоны высокого давления, а также ракетных двигателей на твердом топливе (РДТТ) и др., докритический рост трещин чрезвычайно опасен, поскольку в первом случае он может вызвать разгерметизацию баллона, а во втором случае – увеличить область горения в РДТТ, что может привести к тяжелым последствиям. Как отмечено в обзоре [20], проблемы разрушения РДТТ послужили основной причиной начала исследований процессов докритического развития трещин в полимерах и композитах из них в США в начале 60-х годов прошлого столетия.

С тех пор исследования по докритическому развитию трещин в вязкоупругих телах различной природы получили широкое развитие. Библиографию по этой проблематике можно получить согласно обзорам и монографиям [1 – 4, 9, 12 – 14, 20, 23, 26, 30].

Поскольку процесс развития трещин в вязкоупругих телах может происходить при очень низком уровне длительно действующих нагрузок, то для практики важно знать их безопасный уровень, при котором не происходит докритического роста трещин, имеющихся в элементах конструкций, или знать безопасный размер трещин, для конкретного уровня внешних нагрузок.

В данной статье на основе теории длительного разрушения вязкоупругих тел с трещинами [2, 3] изложены методики определения указанных выше безопасных характеристик для ортотропных вязкоупругих композитов и приведена экспериментальная проверка полученных теоретических результатов для ПКМ, используемых в конструкциях современных самолетов.

§1. Модель трещины в вязкоупругом композите. Критерии разрушения.

Рассмотрим композиты (а таких большинство), имеющие плоскости симметрии механических свойств. Это, прежде всего, – ортотропные и трансверсально-изотропные материалы. Полагаем, что трещины располагаются в плоскостях симметрии механических свойств композита и при своем развитии не выходят из этих плоскостей.

Как показали результаты экспериментов [4], для волокнистых тканевых стеклопластиков трещины, развивающиеся вдоль оси ортотропии материала пластины, не выходят из своей первоначальной плоскости и развиваются прямолинейно. Конечно, в материалах со слабой адгезией между арматурой и связующим возможен поворот трещины во время роста. В дальнейших исследованиях такая ситуация исключается, причем рассматриваются композиты с высокой степенью адгезии, не склонные к расслаиванию.

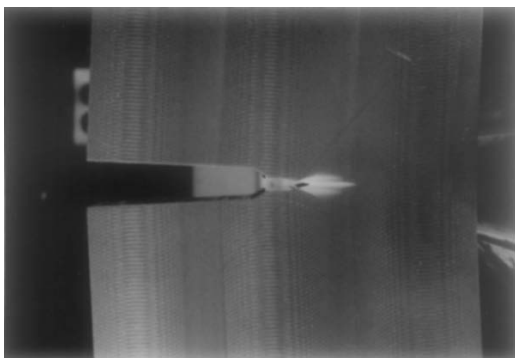


Рис. 1.1

Для моделирования края сквозной трещины нормального отрыва в тонкой пластине послужит тот опытный факт, что вблизи концов трещины в полимерном материале из-за высокой концентрации напряжений образуются клиновидные области, в которых происходит микроразрушение материала (рис. 1.1, [8]).

Это сосредоточение нелинейно деформированного, частично разрушенного материала в узкой области позволило при моделировании края трещины заменить концевую область разрезом на продолжении трещины, находящимся под действием равномерно распределенных самоуравновешенных напряжений (рис. 1.2).

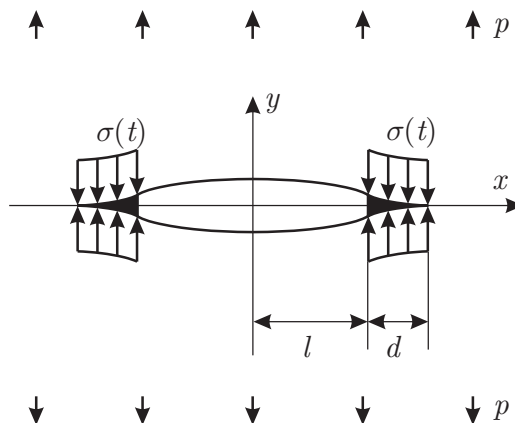


Рис. 1.2

Основываясь на этих фактах, исследуем развитие трещины в вязкоупругой среде, следуя модифицированной δ_c -модели [3] в рамках такой концепции.

При развитии трещины размер концевой области d остается постоянным ($d = \text{const}$), а напряжение σ изменяется с ростом трещины и определяется из условия

Разрушение вязкоупругих композитов имеет свои специфические особенности, которые затрудняют моделирование сложного процесса трещинообразования и кинетики роста трещин в таких материалах. Дело в том, что механическое поведение сильно деформированного материала вблизи конца трещины недостаточно хорошо исследовано. Недостаток знаний о характере разрушения в концевой зоне трещины заменяется разумным моделированием структуры края трещины, согласующимся с опытными данными. Так, отправным пунктом моделирования

разрушения вязкоупругих тел происходит при достаточно низких напряжениях и вызван ползучестью материала (усталостью при циклических нагрузках). Поэтому при таком разрушении зона предразрушения значительно меньше, чем в случае разрыва того же тела с трещиной при высоком уровне растягивающих внешних нагрузок, т. е. при докритическом развитии трещины зона нелинейных деформаций достаточно локализована, а размер концевой зоны меняется при этом незначительно, а в довольно широком диапазоне скоростей рост трещины практически постоянен. Это показано экспериментально в работе [4].

$$\lim_{x \rightarrow L} \delta'(x) = 0; \quad L = l + d, \quad (1.1)$$

где $\delta(x)$ – раскрытие берегов трещины.

Как отмечено в работах [4, 5], многие вязкоупругие материалы (углепластики, стеклопластики и др.) при достаточно высоком уровне напряжений (вплоть до $(0,7-0,8)\sigma_b$) сохраняют свойство линейности и их деформирование можно описывать соотношениями линейной теории вязкоупругости.

Поскольку в рамках рассматриваемой в данной работе модели область повышенных напряжений исключена из рассмотрения, то в дальнейшем полагаем, что всюду в области деформации малы и их можно описывать линейными соотношениями наследственной теории упругости.

Согласно принципу Вольтерра, обоснование применимости которого для исследования этой проблемы дано в работе [3], уравнение контура трещины в однородном анизотропном вязкоупругом теле можно, во многих случаях, представить в виде

$$\delta(x, t) = T^* \delta_0(x, t), \quad (1.2)$$

где T^* – интегральный оператор теории вязкоупругости:

$$T^* f = T_0 \left[f(t) + \int_{t_0}^t R(t-\tau) f(\tau) d\tau \right], \quad (1.3)$$

представляющий собой функцию от интегральных операторов

$$T^* = F(R_{ijkl}^*);$$

$\delta_0(x, t)$ – функция силовых и геометрических параметров.

Далее полагаем, исходя из указанных опытных данных, что вязкоупругие деформации в массиве вне трещины за время ее роста пренебрежимо малы по сравнению с деформациями в концевой зоне.

В качестве критерия разрушения в дальнейшем рассмотрим критерий критического раскрытия трещины COD [25, 29], причем полагаем, что этот критерий справедлив в каждый момент времени для растущей трещины. В этом случае критерий COD запишем так:

$$\delta(x, t) \Big|_{x=l(t)} = \delta_{lc}. \quad (1.4)$$

В работах [4, 5] обосновано применение этого критерия для исследования медленного докритического развития трещин для широкого класса полимерных материалов и композиций из них.

Развитие трещины в вязкоупругом теле при докритических нагрузках, в общем случае, имеет инкубационный (подготовительный), начальный (переходный) и основной периоды медленного квазистатического роста трещины и, наконец, период динамического ее развития [3]. Во время инкубационного периода происходит раскрытие берегов трещины без ее роста.

Рост трещины согласно критерию (1.4) начнется, когда раскрытие берегов трещины при $x = l_0$ (l_0 – начальная длина трещины) достигнет предельного значения [2].

Тогда полагая, что внешняя нагрузка приложена мгновенно в момент $t = 0$, определим длительность инкубационного периода из условия (1.4) с учетом соотношений (1.2) и (1.3) в виде

$$\int_0^{t_0} T(\theta) d\theta = \frac{\delta_{lc}}{\delta(l_0)} - 1, \quad (1.5)$$

где $\delta(l_0) = T_0 \delta_0(l_0)$ – упругое раскрытие берегов трещины при $x = l_0$.

§2. Методика определения безопасной нагрузки.

Для вязкоупругих материалов с трещинами существует предельное значение p_s нагрузки, ниже которого трещины не развиваются независимо от длительности действия нагрузки. Теоретическое и прикладное значение безопасной нагрузки для тел с трещинами такое же, как предел длительной прочности или предел выносливости для материала без трещин. Прямое экспериментальное определение безопасных значений нагрузки связано с большим объемом испытаний. Это обусловлено двумя причинами: во-первых, проведением достаточного числа испытаний на большой временной базе для определения безопасной нагрузки, соответствующей одной фиксированной длине трещины; во-вторых, необходимостью определения зависимости значения безопасной нагрузки от длины трещины.

В связи с этим, более эффективным с точки зрения затрат на экспериментальное исследование свойств элемента конструкции способом определения безопасной нагрузки является метод, основанный на теории длительного разрушения вязкоупругих материалов с трещинами, изложенный в работах [3, 4].

Пусть внешняя нагрузка представлена в форме $pf(x, y)$, где p – параметр нагружения, имеющий размерность напряжения; $f(x, y)$ – некоторая функция координат. Тогда для вязкоупругих тел решение уравнения (1.5) существует только для параметров p , больших некоторого предела p_s . Другими словами, при $p < p_s$ величина $\delta(x=l_0, t)$ не может достичь δ_{lc} даже за сколько угодно большое время и рост трещины не происходит. Нагрузки p_s назовем безопасными, а величину $\delta_{ls} = \delta(l, p_s)$ – безопасным раскрытием. В общем случае величины безопасных нагрузок и безопасных раскрытий определяются, соответственно, из соотношений

$$\frac{\delta_{lc}}{\delta(l, p_s)} = \frac{T_\infty}{T_0}; \quad \frac{\delta_{lc}}{\delta_{ls}} = \frac{T_\infty}{T_0}, \quad (2.1)$$

где T_∞ и T_0 – соответственно, длительное ($t = \infty$) и мгновенное ($t = 0$) значения функции $T^* \cdot 1$.

Для макроскопических трещин ($d \ll l$), вершина которых удалена на значительное расстояние от границ тела, упругое раскрытие берегов трещины при $x=l(t)$ в случае равномерного распределения напряжений в концевой зоне можно выразить через коэффициент интенсивности напряжений K_I в виде [9]

$$\delta(l(t)) = \frac{2K_I}{\pi E_0} \sqrt{\frac{2d}{\pi}}.$$

Тогда коэффициенты интенсивности напряжений, соответствующие безопасной нагрузке K_I^s , определяются из (2.1), соответственно, по формуле

$$\frac{K_{lc}}{K_I^s} = \frac{T_\infty}{T_0}, \quad (2.2)$$

где K_{lc} – критическое значение коэффициента интенсивности напряжений, соответствующее критическому значению параметра нагрузки p_s , которая вызывает рост трещины в теле с мгновенными характеристиками.

В том случае, когда трещина расположена в ортотропном композите вдоль одной из осей ортотропии и ее раскрытие характеризуется функцией от интегральных операторов в форме

$$T^* = \frac{1}{\pi \sqrt{E_{11}^* E_{22}^*}} \left(2 \sqrt{\frac{E_{11}^*}{E_{22}^*} - \nu_{12}^* + \frac{E_{11}^*}{G_{12}^*}} \right)^{1/2}, \quad (2.3)$$

величины T_0 и T_∞ , входящие в уравнение (2.2) имеют, соответственно, вид

$$T_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{E_{11}^0 E_{22}^0}} \sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_{11}^0}{E_{22}^0}} - \nu_{12}^0\right) + \frac{E_{11}^0}{G_{12}^0}}, T_\infty = \frac{1}{\pi\sqrt{E_{11}^\infty E_{22}^\infty}} \sqrt{2\left(\sqrt{\frac{E_{11}^\infty}{E_{22}^\infty}} - \nu_{12}^\infty\right) + \frac{E_{11}^\infty}{G_{12}^\infty}}. \quad (2.4)$$

Как отмечено ранее, для определения характеристик композитов существует два способа. Первый рассматривает композиты как конструкции (микроподход), а второй (макроподход) основан на рассмотрении композитов как квазиоднородных анизотропных сред. Согласно второму подходу для определения безопасных нагрузок необходимо проведение ряда экспериментов, изложенных в работе [4].

Безопасные значения нагрузок p_{1s} и p_{2s} определяют из соотношений (2.3) – (2.4) по формулам

$$p_{1s} = p_{*1} \sqrt{\frac{E_{11}^\infty E_{22}^\infty}{E_{11}^0 E_{22}^0}} \frac{\left(2\left(\sqrt{\frac{E_{11}^0}{E_{22}^0}} - \nu_{21}^0\right) + \frac{E_{11}^0}{G_{12}^0}\right)^{1/2}}{\left(2\left(\sqrt{\frac{E_{11}^\infty}{E_{22}^\infty}} - \nu_{21}^\infty\right) + \frac{E_{11}^\infty}{G_{12}^\infty}\right)^{1/2}};$$

$$p_{2s} = p_{*2} \sqrt{\frac{E_{11}^\infty E_{22}^\infty}{E_{11}^0 E_{22}^0}} \frac{\left(2\left(\sqrt{\frac{E_{11}^0}{E_{22}^0}} - \nu_{12}^0\right) + \frac{E_{22}^0}{G_{21}^0}\right)^{1/2}}{\left(2\left(\sqrt{\frac{E_{11}^\infty}{E_{22}^\infty}} - \nu_{12}^\infty\right) + \frac{E_{22}^\infty}{G_{21}^\infty}\right)^{1/2}}. \quad (2.5)$$

В случае микроподхода к определению характеристик композита необходимо знать структуру композита, вязкоупругие, мгновенные и длительные характеристики связующего и арматуры композита и на основе современных теоретических исследований [7, 11] совершить переход от кусочно-однородной среды к однородной. Такие расчеты для ортотропного вязкоупругого композита проведены ниже.

§3. Определение безопасных уровней нагружения для слоистого высокопрочного композита с волокнистыми слоями на основе данных о составляющих композита.

Рассмотрим элемент конструкции, изготовленный из слоистого композита, с трещиной. Структура построения композита будет такой: на основе волокон и матрицы формируется слой с однонаправленным армированием, а на основе слоев – многослойный композит. Волокна и матрицу композита принимаем изотропными материалами с известными свойствами (модулем Юнга и коэффициентом Пуассона). Общая структура такого композита и выбранные направления осей координатной системы представлены на рис. 3.1.

В соответствии с теоретическими постулатами теории композитов, если радиус волокон армирования мал по сравнению с толщиной слоя, а количество слоев достаточно велико, материал композита можно считать статистически однородным за исключением тонкого приповерхностного слоя. Эффективное поведение такого материала можно считать соответствующим модели однородного ортотропного тела.

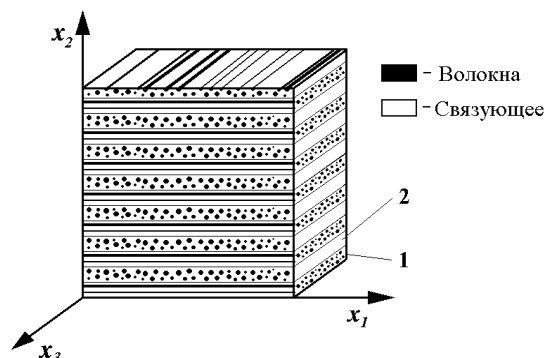


Рис. 3.1

Поскольку основную опасность долговечности элементов конструкции, изготовленных из композитов с таким армированием, представляют трещины, распространяющиеся вдоль волокон, в дальнейшем рассматриваем плоскую задачу теории вязкоупругости в плоскости x_1x_2 .

В рамках линейной теории упругости зависимость между деформациями и напряжениями в таком теле определяется следующими соотношениями:

$$\varepsilon_{11} = D_{11}^0 \sigma_{11} + D_{12}^0 \sigma_{22}; \quad \varepsilon_{22} = D_{12}^0 \sigma_{11} + D_{22}^0 \sigma_{22}; \quad \gamma_{12} = D_{66}^0 \tau_{12}, \quad (3.1)$$

где ε_{ij} – деформации; σ_{ij} – напряжения; D_{ij}^0 – мгновенные значения упругих постоянных.

Модули податливости D_{ij}^0 могут быть представлены через так называемые технические постоянные следующим образом [21]:

$$D_{11}^0 = \frac{1}{E_{11}}; \quad D_{22}^0 = \frac{1}{E_{22}}; \quad D_{12}^0 = -\frac{\nu_{12}}{E_{11}}; \quad D_{66}^0 = \frac{1}{G_{12}}. \quad (3.2)$$

Для определения значений упругих постоянных воспользуемся методами осреднения.

Согласно работе [7], D_{ij}^0 можно определить через податливости композитного материала следующим образом:

$$D_{11}^0 = \frac{\bar{\eta}_{22}}{\bar{\eta}_{11}\bar{\eta}_{22} - \bar{\eta}_{12}^2}; \quad D_{12}^0 = -\frac{\bar{\eta}_{12}}{\bar{\eta}_{11}\bar{\eta}_{22} - \bar{\eta}_{12}^2}; \quad D_{22}^0 = \frac{\bar{\eta}_{11}}{\bar{\eta}_{11}\bar{\eta}_{22} - \bar{\eta}_{12}^2}; \quad D_{66}^0 = \frac{1}{\bar{\eta}_{66}}, \quad (3.3)$$

где $\bar{\eta}_{ij}$ –

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{11} &= \langle \eta_{11} \rangle + \left\langle \frac{1}{\eta_{22}} \right\rangle^{-1} \left\langle \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}} \right\rangle^2 - \left\langle \frac{\eta_{12}^2}{\eta_{22}} \right\rangle; \\ \bar{\eta}_{12} &= \left\langle \frac{1}{\eta_{22}} \right\rangle^{-1} \left\langle \frac{\eta_{12}}{\eta_{22}} \right\rangle; \quad \bar{\eta}_{22} = \left\langle \frac{1}{\eta_{22}} \right\rangle^{-1}; \quad \bar{\eta}_{66} = \left\langle \frac{1}{\eta_{66}} \right\rangle^{-1}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

а скобки $\langle \rangle$ обозначают осреднение

$$\langle X \rangle = \kappa_1 X^{(1)} + \kappa_2 X^{(2)}. \quad (3.5)$$

Здесь через κ_1 и κ_2 обозначены объемные доли содержания слоев «1» и «2», соответственно. Значения $\eta_{ij}^{(k)}$ ($k=1,2$) можно определить по формулам работы [7].

Таким образом, упругие свойства композита могут быть определены на основании данных об упругих свойствах его компонентов.

Использование принципа упруго-вязкоупругой аналогии (принципа Вольтерра) позволяет получить на основании этих формул формулы для определения вязкоупругих свойств композита. Достаточно лишь заменить упругие постоянные в формулах на соответствующие им вязкоупругие операторы [3, 16].

Для расчета рассмотрим вязкоупругие композиты с упругими волокнами. Принимаем, что вязкоупругие свойства композит приобретает из-за наличия вязкоупругих свойств у связующего. В таком случае, в рамках линейной теории вязкоупругости и принципа Вольтерра в зависимостях податливостей из (3.4) – (3.5) упругую постоянную E_2 следует заменить на вязкоупругий оператор [2, 17]:

$$\frac{1}{E_2^*} = \frac{1}{E_2} [I + \lambda R^*(\beta)], \quad (3.6)$$

где E_2 – мгновенное значение модуля Юнга, а $R^*(\beta)$ является интегральным оператором следующего вида:

$$R^*(\beta)f(t) = \int_0^t R(t-\tau, \beta)f(\tau)d\tau. \quad (3.7)$$

Поскольку резольвентный оператор с ядром в виде функции Работнова является наиболее общим среди используемых в расчетах операторов линейной теории вязкоупругости, воспользуемся для описания свойств связующего (эпоксидной смолы) именно этим оператором:

$$R(t-\tau, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n (t-\tau)^{n(1-\alpha)-\alpha}}{\Gamma[(n+1)(1-\alpha)]}; \quad R^*(\beta_i) \cdot 1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{(n+1)(1-\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1-\alpha)+1]}; \quad (3.8)$$

$$\lambda = 8,67 \times 10^{-4} \text{ c}^{\alpha-1}; \quad \beta = -2 \times 10^{-3} \text{ c}^{\alpha-1}; \quad \alpha = 0,5; \quad E_2 = 3,091 \text{ ГПа}; \quad \nu_2 = 0,382,$$

где Γ – гамма-функция Эйлера.

В качестве параметров материала армирования используем параметры высококомодульных углеродных волокон

$$E_1 = 250 \text{ ГПа}; \quad \nu_1 = 0,2. \quad (3.9)$$

Далее предполагаем, что объемное содержание слоев «1» (κ_1) и «2» (κ_2) является одинаковым, т. е.

$$\kappa_1 = \kappa_2 = 0,5. \quad (3.10)$$

Для построения характерных графиков изменения технических постоянных полученных разных значений объемных содержаний волокон в слоях «1» ($C_1^{(1)}$) и «2» ($C_1^{(2)}$) воспользуемся алгеброй резольвентных операторов и разложениями сложных функций, определяющих характер зависимостей вязкоупругих модулей от времени (3.1) – (3.5) в цепные дроби. Относительное изменение модулей со временем для разных параметров армирования показано на рис. 3.2–3.4. На рис. 3.2 показаны данные для набора параметров $C_1^{(1)} = 0,5$; $C_1^{(2)} = 0,7$, на рис. 3.3 – для $C_1^{(1)} = 0,5$ и $C_1^{(2)} = 0,9$, а на рис. 3.4 – для $C_1^{(1)} = 0,7$ и $C_1^{(2)} = 0,9$.

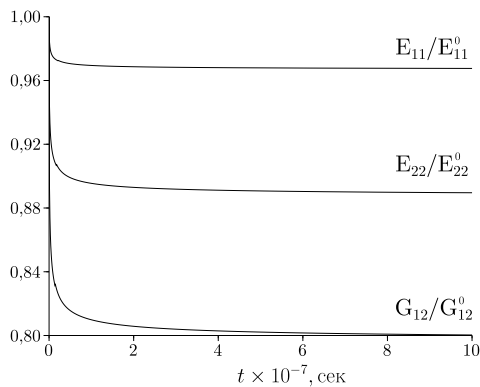


Рис. 3.2

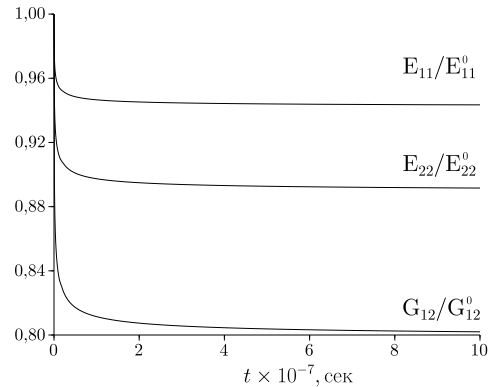


Рис. 3.3

Использование в элементах конструкций материалов с вязкоупругими свойствами приводит к необходимости учета возможности медленного разрушения элемента конструкции вследствие докритического развития в нем трещины. Такая трещина, не являясь в начальный момент достаточной для мгновенного разрушения, может, подрастая, достигнуть критической длины и привести к разрушению конструкции.

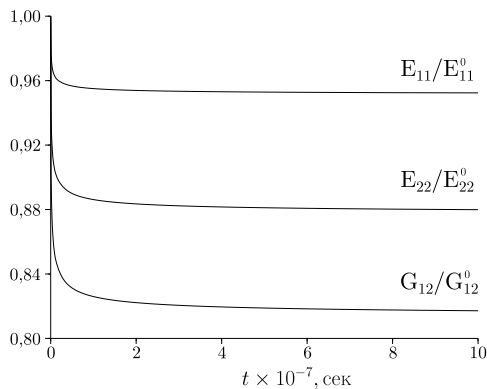


Рис. 3.4

Как показано в [4], существует уровень нагружения, называемый безопасным, при котором имеющиеся в начальный момент времени трещины в элементе конструкции не развиваются независимо от длительности действия нагрузки.

Такие безопасные нагрузки, согласно [3], определяются формулой (2.6).

Критическую нагрузку p_{*1} , приводящую к мгновенному разрушению элемента конструкции, определяют по формуле [9]

$$p_{*1} = \frac{K_{Ic}}{f(l, \eta_k)},$$

где K_{Ic} – критическое значение коэффициента интенсивности напряжений для материала элемента конструкции, определяемое из эксперимента; l – полудлина трещины; η_k – геометрические параметры элемента конструкции и приложенных к нему нагрузок.

Например, в случае пластины шириной $2b$ с трещиной длины $2l$

$$p_{*1} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi l \sec(\pi l / 2b)}}.$$

Рассчитаны значения параметра p_{1s}/p_{*1} для вязкоупругого слоистого волокнистого композита на основании формул (3.1) – (3.5) со свойствами (3.8) – (3.10). Результаты расчетов представлены в таблице, где приведены значения нормированной величины безопасной нагрузки, p_{1s}/p_{*1} .

$C_1^{(2)}$	$C_1^{(1)}$			
	0,3	0,5	0,7	0,9
0,3	0,8575606	0,8553902	0,8542994	0,8616363
0,5	0,8565033	0,8541624	0,8533548	0,8651801
0,7	0,8562675	0,8543429	0,8549757	0,8721758
0,9	0,8566437	0,8555640	0,8600217	0,8970922

§4. Сопоставление теоретических и экспериментальных данных о безопасном уровне статической нагрузки для полимерного композита на тканевой основе.

Рассмотрим плоский элемент конструкции, изготовленный из слоистого композита, с трещиной. Структуру построения композита примем такой: на основе волокон и матрицы формируется слой с ортогональным армированием, а на основе слоев – многослойный композит. Волокна и матрицу композита считаем изотропными материалами с известными свойствами (модулем Юнга и коэффициентом Пуассона). Общий вид такого композита и выбранные направления осей координатной системы представлены на рис. 3.1.

В том случае, когда трещина расположена в ортотропном композите вдоль одной из осей ортотропии, ее раскрытие характеризуется функцией от интегральных операторов в форме (2.4), (2.5).

Для учета анизотропии в работах [4, 5] предложено поступать следующим образом. Из листа анизотропного материала в направлении главных осей 1 и 2 следует изготовить образцы, которые затем испытать на ползучесть при растяжении и при сдвиге в плоскости 1 – 2. В результате испытаний получить следующие характеристики: E_{11}^0 , E_{22}^0 , E_{11}^∞ , E_{22}^∞ – мгновенные и длительные значения модулей Юнга в направлении осей 1 и 2 соответственно; G_{12}^0 , G_{21}^0 , G_{12}^∞ , G_{21}^∞ – мгновенные и длительные зна-

чения модулей сдвига при действии сдвиговой нагрузки в направлении осей 1 и 2 соответственно; $\nu_{12}^0, \nu_{21}^0, \nu_{12}^\infty, \nu_{21}^\infty$ – мгновенные и длительные значения коэффициентов Пуассона при растяжении в направлении осей 1 и 2, соответственно, а также реологические параметры ядер операторов $E_{11}^*, E_{22}^*, G_{12}^*, \nu_{12}^*$.

В качестве исследуемого материала рассмотрим радиопрозрачный композит, состоящий из трех слоев кварцевой ткани и полимерного связующего полиэтилена, который изготовлен в СКТБ Института механики НАН Украины для носового обтекателя самолета Ан-124 [6]. Для этого материала параметры операторов вязкоупругости были определены в работе [4]:

$$\begin{aligned} E_{11}^0 &= 19,7 \cdot 10^3 \text{ МПа}, & \lambda_1 &= 0,0180 \text{ с}^{\alpha-1}, & \beta_1 &= 0,0928 \text{ с}^{\alpha-1}; \\ E_{22}^0 &= 11,7 \cdot 10^3 \text{ МПа}, & \lambda_2 &= 0,0608 \text{ с}^{\alpha-1}, & \beta_2 &= 0,1283 \text{ с}^{\alpha-1}; \\ G_{11}^0 &= 0,637 \cdot 10^3 \text{ МПа}, & \lambda_G &= 0,1398 \text{ с}^{\alpha-1}, & \beta_1 &= 0,0407 \text{ с}^{\alpha-1}; \\ \nu_{12} &= 0,14 & \alpha &= 0,717. \end{aligned} \quad (4.1)$$

На рис. 4.1 показаны функциональные зависимости модулей E_{11} (верхняя кривая), E_{22} (средняя кривая) и G_{12} (нижняя кривая) с реологическими параметрами (4.1) от времени для композита с полиэтиленовым связующим.

Для вязкоупругих материалов с трещинами существует соответствующее безопасному коэффициенту интенсивности напряжений K_I^s предельное значение p_s нагрузки, ниже которого трещины не развиваются независимо от длительности действия нагрузки.

Как уже отмечено в §2, более эффективным, по сравнению с проведением непосредственных экспериментов, способом определения безопасной нагрузки является метод, основанный на теории длительного разрушения вязкоупругих материалов с трещинами, изложенный выше.

Согласно теоретическим исследованиям [2] уровень безопасной нагрузки для ортотропной вязкоупругой полосы с макроскопической трещиной и концепции $d = \text{const}$ определяется с помощью соотношения (2.3).

Согласно теоретическим расчетам по формулам (2.3), (2.4), (2.5) для стеклополиэтилена получены следующие значения отношения K_{Ic} / K_I^s [1]: 2,01 – нагружение вдоль основы, 2,51 – нагружение вдоль утка.

Для сопоставления результатов, полученных по теоретическим методикам, проведено сравнение приведенных в [4, 5] результатов экспериментальных исследований процесса длительного разрушения конструкционных плоских элементов с центральной и боковыми трещинами нормального отрыва.

Диаграммы долговечности, полученные для стеклополиэтилена, представлены на рис. 4.2 в полулогарифмической системе координат $K_I^0 - \lg t$ (K_I^0 – начальное значение коэффициента интенсивности напряжений). На графиках точками со стрелками обозначены элементы, в которых при данном начальном значении коэффициента интенсивности напряжений K_I^0 через шесть месяцев от начала приложения нагрузки развития трещин не наблюдалось.

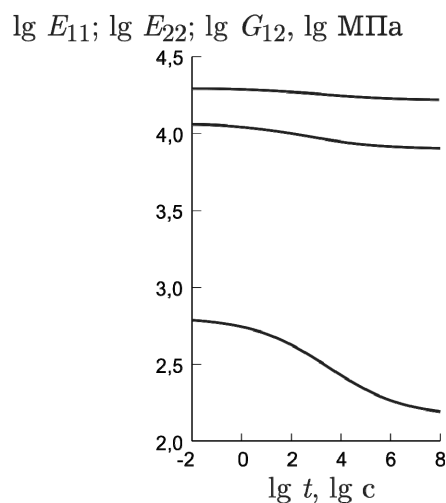


Рис. 4.1

Экспериментальные данные на рис. 4.2 приведены для направлений нагружения вдоль основы (символы ●) и вдоль утка (символы ○).

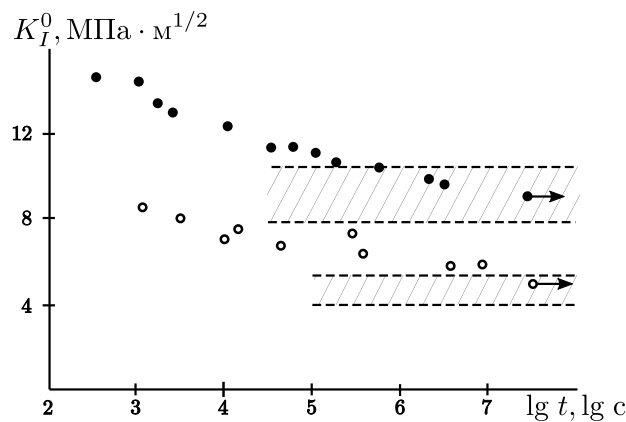


Рис. 4.2

Для исследуемого стеклопластика уровни безопасных нагрузок, определенные по теоретическому соотношению (2.3), представлены областями значений, ограниченных штриховыми линиями. (Наличие области теоретических значений обусловлено статистическим разбросом величины K_{Ic} , которая подставлялась в соотношение (2.3) крайними значениями 98% доверительного интервала этой характеристики).

Конструкционные материалы, отмеченные линиями со стрелками, были подвергнуты длительному действию постоянной нагрузки, находящейся в области разброса уровня безопасной нагрузки. В указанных элементах за рассмотренный промежуток времени не наблюдалось развития исходного надреза. Поэтому можно считать, что теоретические и экспериментально определенные значения безопасных нагрузок K_I^s совпадают с точностью до разброса свойств материала.

Заключение.

В работе предложены и проиллюстрированы научные методики, которые позволяют проводить расчеты безопасного уровня нагрузок пластинчатых элементов конструкций, изготовленных из вязкоупругих полимерных композитных материалов (ПКМ). Под безопасным уровнем нагрузок понимается уровень нагрузок, при котором не происходит докритического роста трещин нормального отрыва в случае одноосного длительного нагружения.

Теоретическая часть исследования выполнена с использованием модели нелинейной механики разрушения, учитывающей особенности поведения материала в окрестности вершины трещины, линейной теории вязкоупругости для ортотропных тел с трещинами нормального разрыва, критерия критического раскрытия трещины и основаны на теории длительного разрушения вязкоупругих тел, изложенной в монографиях [2 – 4].

Предложенные методики также включают теоретическое определение вязкоупругих характеристик ортотропных ПКМ на основе подхода микромеханики композитных материалов, исходя из их структуры и реологических и механических свойств наполнителя и связующего.

РЕЗЮМЕ. У рамках нелінійної механіки руйнування досліджено задачу про розкриття тріщини нормального відриву в полімерному композитному матеріалі з в'язкоупругими властивостями, що перебуває під дією розтягувальних напружень. Викладено аналіз моделювання в'язкоупругих властивостей композита і тріщини. Запропоновано методики дослідження деформування композита з тріщиною, а також методики визначення безпечного навантаження, при якому не відбувається розвитку тріщини. Шляхом порівняння отриманих теоретичних результатів та експериментальних даних для полімерних композитів, які використовуються у конструкціях сучасних літаків, встановлено ефективність запропонованої методики розрахунків.

1. Гузь А.Н., Каминский А.А., Назаренко В.М. Механика разрушения. – К.: «АСК», 1996. – 340 с. – (Механика композитов: в 12-ти т.; т. 5).
2. Каминский А.А. Механика разрушения вязкоупругих тел. – К.: Наук. думка, 1980. – 160 с.
3. Каминский А.А. Разрушение вязкоупругих тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1990. – 400 с.
4. Каминский А.А., Гаврилов Д.А. Длительное разрушение полимерных и композитных материалов с трещинами. – К.: Наук. думка, 1992. – 248 с.
5. Каминский А.А., Гаврилов Д.А., Марков Д.А. О докритическом росте трещин в полимерном композиционном материале // Прикл. механика. – 1986. – **22**, № 10. – С. 3 – 7.
6. Кива Д.С. Решение проблем прикладной механики при создании транспортных самолетов «АН» // Прикл. механика. – 2006. – **42**, № 10. – С. 3 – 12.
7. Хорошун Л.П., Маслов Б.П., Шикун Е.Н. Статистическая механика и эффективные свойства композитов. – К.: «АСК», 1993. – 390 с. – (Механика композитов: в 12-ти т.; т. 3).
8. Anderson T.L. Fracture Mechanics Fundamentals and Applications Mechanics of Brittle Fracture. – FL: CRC Press, 2005. – 610 p.
9. Atkinson C., Craster R.V. Theoretical aspects of fracture mechanics // Prog. Aerospace Sci. – 1995. – **31**, N 1. – P. 1 – 83.
10. Cherepanov G.P. Mechanics of Brittle Fracture. – NY: McGraw-Hill, 1979. – 939 p.
11. Hashin Z. Analysis of composite materials – a survey // J. Appl. Mech. – 1983. – **50**, N 3. – P. 481 – 505.
12. Kaminsky A.A. Subcritical crack growth in polymer composite materials under creep // Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity. Selected papers from ICF8. – Oxford: Pergamon, 1994. – P. 513 – 520.
13. Kaminsky A.A. Subcritical crack growth in polymer composite materials // Cherepanov G.P. (Ed.) Fracture: A Topical Encyclopaedia of Current Knowledge. – Malabar, FL: Krieger Publishing Co., 1998. – P. 758 – 763.
14. Kaminsky A.A. Mechanics of the Delayed Fracture of Viscoelastic Bodies with Cracks: Theory and Experiment (Review) // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N 5. – P. 485 – 548
15. Kaminsky A.A., Kurchakov E.E. Influence of Tension Along a Mode I Crack in an Elastic Body on the Formation of a Nonlinear Zone // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 2. – P. 130 – 148.
16. Kaminsky A.A., Selivanov M.F. Stable crack growth of penny-shaped crack in viscoelastic composite material under time-dependent loading // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2001. – **35**, N 3. – P. 211 – 218.
17. Kaminsky A.A., Selivanov M.F. A Method for Determining the Viscoelastic Characteristics of Composites // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 5. – P. 469 – 480.
18. Kaminsky A.A., Selivanov M.F. Modeling Subcritical Crack Growth in a Viscoelastic Body Concentrated Forces // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 5. – P. 538 – 544.
19. Kaminsky A.A., Selivanov M.F., Chernoiivan Y.O. Kinetics of Mode I Crack Growth in a Viscoelastic Polymeric Material with Nanoinclusions // Int. Appl. Mech. – 2018. – **54**, N 1. – P. 34 – 40.
20. Knauss W.G. A review of fracture in viscoelastic materials // Int. J. Fract. – 2015. – **196**, N 1. – P. 99 – 146.
21. Lekhnitskii S.G. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body. – San Francisco: Holden-Day, 1963. – 404 p.
22. Leonov M.Ya., Panasyuk V.V. Development of microcracks in a solid // Prikl. Mech. – 1959. – **5**, N 4. – P. 391 – 401.
23. Parton V.Z., Morozov E.M. Mechanics of Elastic-Plastic Fracture. – Washington: Hemisphere Publishing Co., 1989. – 176 pp.
24. Rabotnov Yu.N. Elements of Hereditary Solid Mechanics. – Moscow: Mir Publishers, 1980. – 387 p.
25. Savin G.N., Kaminsky A.A. The Growth of Cracks During the Failure of Hard Polymers // Sov. Appl. Mech. – 1967. – **3**, N 9. – P. 22 – 25.
26. Schapery R.A. Time-dependent fracture: continuum aspects of crack growth // Bever M. B. (Ed.) Encyclopaedia of Materials Science and Engineering. – Oxford: Pergamon, 1986. – P. 5043 – 5053.
27. Selivanov M.F. Slow Growth of a Crack with Contacting Faces in Viscoelastic Body // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 6. – P. 617 – 622.
28. Selivanov M.F., Chornoivan Y.O. A combined approach of the Laplace transform and Padé approximation solving viscoelasticity problems // Int. J. Solids Struct. – 2007. – **44**, 1. – P. 66 – 76.
29. Wells A.A. Critical tip opening displacement as a fracture criterion // Proc. Crack Propagation Symp., Cranfield. – 1961. – **1**. – P. 210 – 221.
30. Williams J.G. Fracture Mechanics of Polymers. – NY: Wiley, 1984. – 302 p.

Поступила 12.09.2017

Утверждена в печать 30.01.2018