

П. З. Луговой¹, В. Н. Сиренко²,
Н. Я. Прокопенко¹, К. В. Клименко²

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕПОСТОЯННОЙ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ НА ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС КОЛЕБАНИЙ РЕБРИСТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

¹Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина: e-mail: plugovyy@inmech.Kiev.ua
²Гос. предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К.Янгеля»,
ул. Криворожская, 3, 49008, Днепр, Украина: e-mail: info@yuzhnoye.com

Abstract. A technique is developed to study the transient process of the forced vibrations of cylindrical shell stiffened with the longitudinal and annular ribs. This shell is under the disturbing load, the frequency and amplitude of which are changed in time. The technique takes into account the discrete arrangement of ribs. An effect of the damping coefficient, frequency and amplitude of disturbing load, as well as the time of transient process on the shell deflection is studied.

Key words: ribbed cylindrical shell, forced vibrations, non-constant frequency and amplitude transient process.

Введение.

Исследованию динамики гладких и подкрепленных цилиндрических оболочек посвящена обширная литература [8 – 14, 16, 17]. В статье [4] рассмотрен переходный процесс колебаний гладкой цилиндрической оболочки, подверженной действию непостоянной возмущающей нагрузки, представленной в виде суммы нескольких членов тригонометрического ряда, отвечающих определенным формам колебаний. Решение такой задачи имеет определенное значение в тех случаях, когда окончательное значение переменной во времени частоты возмущающей нагрузки оказывается выше определенного числа собственных частот колебаний, в результате чего система во время переходного процесса колебаний проходит через несколько резонансных состояний. При этом предполагается, что рассматриваемые члены ряда получены в результате разложения возмущающей нагрузки общего вида и изменяются с одинаковой частотой. Число этих слагаемых и соответствующих им форм колебаний определяется из условия, что частоты собственных колебаний по рассматриваемым формам меньше конечной частоты заданной непостоянной возмущающей нагрузки.

В работе [6] изучен переходный процесс колебаний цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами, а в статье [7] рассмотрен переходный процесс вынужденных колебаний цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами, при непостоянной возмущающей нагрузке. Ниже исследованы переходные процессы колебаний цилиндрической оболочки, подкрепленной в продольном и поперечном направлениях при возмущающей нагрузке.

§1. Постановка задачи.

Для ребристых цилиндрических оболочек (в отличие от гладких) при определении собственных частот колебаний, наряду с общим, необходимо исследовать ряд частных случаев деформации [3], для которых собственные частоты колебаний могут оказаться также меньше указанной частоты возмущающей нагрузки.

Методика определения частот собственных колебаний, основанная на энергетическом методе при учете дискретного размещения ребер, описана в [3], где осуществлено определение указанных частот при одночленной аппроксимации прогиба и границ областей изменения параметров подкрепления, в которых следует уточнять значения этих частот на основе многочленной аппроксимации. Приведенные там результаты определения минимальных собственных частот колебаний, а также данные публикаций, освещенных в [1], позволяют заключить, что определение собственных частот колебаний ребристых цилиндрических оболочек в достаточно широкой области параметров ребер можно выполнять на основе одночленной аппроксимации прогибов.

Для оболочек, подкреплённых достаточно жесткими ребрами, уточнение минимальных собственных частот на основе многочленной аппроксимации может оказаться существенным как для общего, так и для частных случаев деформации. Для оболочек, подкреплённых большим числом жестких ребер, определяющим наименьшее значение собственных частот колебаний, является общий случай деформации и для него уточнение на основе многочленной аппроксимации несущественно. Важно обратить внимание на то, что для таких оболочек минимальные значения собственных частот для частных случаев значительно выше таковых в общем случае деформации, а это при решении рассматриваемой здесь задачи позволяет учитывать только последние.

Ниже рассмотрены цилиндрические оболочки, подкреплённые таким количеством не слишком жестких ребер, которое позволяет при определении собственных частот колебаний ограничиваться одночленной аппроксимацией прогиба.

Прогиб оболочки задается в виде [5]

$$w = C_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{ny}{r} \quad (m = 1, 2, 3, \dots; \quad n = 2, 3, 4, \dots), \quad (1.1)$$

которому соответствует нагрузка такого типа:

$$q = q_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{ny}{r} \quad (m = 1, 2, 3, \dots; \quad n = 2, 3, 4, \dots); \quad (1.2)$$

$$q = q_{ms}(t) \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{sy}{r} \quad (m = 1, 2, 3, \dots; \quad s = 2, 3, 4, \dots).$$

В этом случае безразмерная частота собственных колебаний определяется из следующего выражения (см.[3]):

$$\bar{\omega}^2 = \frac{\bar{h}^2}{1 + 2\bar{\rho}_c \bar{F}_c \sigma_{2n} + 2\bar{\rho}_u \bar{F}_u \sigma_{2m}} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{\left(\frac{m\pi r}{l} \right)^2 + n^2}{12(1-\nu^2)} + \frac{\left(\frac{m\pi r}{l} \right)^4}{\left[\left(\frac{m\pi r}{l} \right)^2 + n^2 \right]^2 \bar{h}^2} + \bar{E}_c \bar{J}_c \left(\frac{m\pi r}{l} \right)^4 \sigma_{2n} + \bar{G}_c \bar{J}_{kpc} \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{m\pi r}{l} \right)^2 n^2 \sigma_{1n} + 2\bar{E}_u \bar{J}_u (n^2 - 1)^2 \sigma_{2m} + \bar{G}_u \bar{J}_{kpu} \left(\frac{m\pi r}{l} \right)^2 n^2 \sigma_{1m} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (1.3)$$

где приняты такие обозначения:

$$\bar{\omega}^2 = \omega^2 r^2 \rho / E; \quad \sigma_{2m} = \sum_{j=1}^{k_1} \sin^2 \frac{mx_j}{r}; \quad \sigma_{1m} = \sum_{j=1}^{k_1} \cos^2 \frac{mx_j}{r}; \quad x_j = l / (k_1 + 1);$$

$$\bar{I}_{kпу} = I_{kпу} / lh^3; \bar{I}_u = I_u / lh^3; \bar{F}_u = F_u / lh;$$

$$\sigma_{2n} = \sum_{i=1}^k \sin^2 \frac{ny_i}{r}; \sigma_{1n} = \sum_{i=1}^k \cos^2 \frac{ny_i}{r}; y_i = 2\pi ri / k;$$

$$\bar{I}_{kпу} = I_{kpc} / 2\pi rh^3; \bar{I}_c = I_c / 2\pi rh^3; \bar{F}_c = F_c / 2\pi rh;$$

$\nu, E, E_u, G_u, \rho, \rho_u$ – коэффициент Пуассона, модули упругости, сдвига и плотности материала оболочки и ребер; h, r, l – толщина, радиус, длина оболочки, соответственно; F_c, I_c, I_{kpc} – площадь поперечного сечения, момент инерции при изгибе в радиальной плоскости и момент инерции при кручении продольных ребра, соответственно; $F_u, I_u, I_{kпу}$ – аналогичные величины для кольцевых ребер, соответственно; k, k_1 – число продольных и кольцевых ребер; σ_{in}, σ_{jm} – коэффициенты, зависящие от отношения между количеством ребер и числом полувольт соответствующего направления [2].

В случае вынужденных колебаний для каждой из рассматриваемых форм выражение амплитуды прогиба, вызванного действием нагрузки, изменяющейся во времени по произвольному закону $q_{mn}(t)$, может быть определено по формуле [см. 14, 15]

$$C_{mn} = \frac{1}{\omega_{mn}} \int_0^{\tau} e^{-\varepsilon_{mn}(\tau-t)} \bar{q}_{mn}(t) \sin \omega'_{mn}(\tau-t) dt, \quad (1.4)$$

где $\omega'_{mn} = \sqrt{\omega_{mn}^2 - \varepsilon_{mn}^2}$, ε_{mn} – коэффициент вязкого демпфирования; $\bar{q}_{mn} = q_{mn} / \rho h$ – амплитуда нагрузки на элемент оболочки, отнесенная к массе этого элемента; h – толщина оболочки; ρ – плотность ее материала.

§2. Вынужденные колебания при постоянной амплитуде возмущающей нагрузки.

Амплитуда нагрузки переменной частоты, отвечающая определенной форме колебаний, может быть определена следующей зависимостью:

$$q_{mn}(t) = q_{mn}^0 \sin[\varphi(t)], \quad (2.1)$$

в которой $\varphi(t)$ – заданная функция времени.

Полагая, что представление возмущающей нагрузки в виде (2.1) является результатом разложения заданной нагрузки в ряд, примем, что для всех рассматриваемых форм колебаний закон изменения нагрузки во времени одинаков и совпадает с таковым для заданной нагрузки.

Мгновенную частоту возмущающей нагрузки $p = \dot{\varphi}(t)$ принимаем возрастающей во времени по закону (см. [4, 6, 7])

$$p = \mathcal{G} \frac{t}{t_c} \left(2 - \frac{t}{t_c} \right), \quad (2.2)$$

который удовлетворяет таким двум естественным условиям изменения частоты: в момент времени t_c , когда частота возмущающей нагрузки достигает стационарного значения, ее мгновенная частота становится равной установившейся частоте \mathcal{G} , а ускорение – равным нулю ($p(t_c) = \mathcal{G}$, $p'(t_c) = 0$).

Амплитуда возмущающей нагрузки при этом в соответствии с (2.1) будет иметь вид

$$q_{mn} = q_{mn}^0 \sin \left[\mathcal{G} \frac{t^2}{t_c} \left(1 - \frac{t}{3t_c} \right) + \alpha \right], \quad (2.3)$$

где α – начальная фаза возмущающей нагрузки.

Моменты времени t_{mn}^0 , когда мгновенная частота возмущающей нагрузки становится равной одной из собственных частот колебаний оболочки ω_{mn} , т.е. моменты резонансов, определяются из условия $p(t_{mn}^0) = \omega_{mn}$:

$$t_{mn}^0 = t_c \left(1 - \sqrt{1 - \omega_{mn} / \mathcal{G}} \right). \quad (2.4)$$

Принимая начальную фазу возмущающей нагрузки $\alpha = 0$, для амплитуды прогиба оболочки (1.2) в момент времени τ определяем

$$C_{mn} = \frac{q_{mn}^0}{\omega_{mn} \rho h} \frac{1}{\omega_{mn}} \int_0^{\tau} e^{-\varepsilon_{mn}(\tau-t)} \sin \left[\mathcal{G} \frac{t^2}{t_c} \left(1 - \frac{t}{3t_c} \right) \right] \sin \omega_{mn}'(\tau-t) dt. \quad (2.5)$$

Величины изгибающих моментов и перерезывающих сил можно определить по известным формулам [2], куда подставляются соответствующие производные от w .

Обозначив через \bar{q}_0^0 – амплитуду возмущающей нагрузки, соответствующей форме, отвечающей минимальной собственной частоте, и ω_0 – минимальную собственную частоту колебаний оболочки, введем следующие безразмерные величины: $q_{mn}^{0*} = q_{mn}^0 / \bar{q}_0^0$, $\omega_{mn}^* = \omega_{mn} / \omega_0$, $\mathcal{G}^* = \mathcal{G} / \omega_0$, $t^* = \omega_0 t$, $\tau^* = \omega_0 \tau$, $t_c^* = \omega_0 t_c$, $\varepsilon^* = \varepsilon / \omega_0$. Здесь и далее принято, что коэффициенты вязкого демпфирования для всех рассматриваемых форм колебаний одинаковы.

С учетом введенных обозначений для безразмерной амплитуды прогиба $C_{mn}^* = C_{mn} / C_0$, где $C_0 = \bar{q}_0^0 / \omega_0^2 \rho h$ – амплитуда статического прогиба от нагрузки, соответствующей форме, отвечающей минимальной собственной частоте, получаем следующее выражение:

$$C_{mn}^* = \frac{q_{mn}^{0*}}{\sqrt{\omega_{mn}^{*2} - \varepsilon^{*2}}} \int_0^{\tau^*} e^{-\varepsilon^*(\tau^*-t^*)} \sin \left[\mathcal{G}^* \frac{t^{*2}}{t_c^*} \left(1 - \frac{t^*}{3t_c^*} \right) \right] \sin \left(\sqrt{\omega_{mn}^{*2} - \varepsilon^{*2}} (\tau^* - t^*) \right) dt^*. \quad (2.6)$$

При выполнении конкретных вычислений являются заданными частота возмущающей нагрузки \mathcal{G} , длительность переходного процесса t_c . По формуле (1.3) определяются те собственные частоты колебаний, которые оказываются меньше \mathcal{G} . Этим определяется число учитываемых степеней свободы. Вычисление интегралов, входящих в формулу (2.6), осуществляется с использованием известных методов приближенных вычислений. В [4] изложена методика таких вычислений, основанная на формуле Симпсона.

§3. Вынужденные колебания при переменной амплитуде возмущающей нагрузки.

Известный интерес представляет задача о переходном процессе колебаний ребристой цилиндрической оболочки, когда от времени зависит не только частота возмущающей нагрузки, но и ее амплитуда.

Принимая, что амплитуда возмущающей нагрузки пропорциональна квадрату мгновенной частоты (2.2), имеем

$$q_{mn}^0(t) = \bar{q}_{mn}^0 \frac{p^2}{\mathcal{G}^2} = \bar{q}_{mn}^0 \frac{t^2}{t_c^2} \left(2 - \frac{t}{t_c} \right)^2. \quad (3.1)$$

Здесь \bar{q}_{mn}^0 – амплитуда соответствующей составляющей нагрузки в конце переходного процесса (когда $t = t_c$). Амплитуда возмущающей нагрузки, соответствующей рассматриваемой форме колебаний, определяется в соответствии с (2.3) следующим выражением:

$$q_{mn}(t) = \bar{q}_{mn}^0 \frac{t^2}{t_c^2} \left(2 - \frac{t}{t_c}\right)^2 \sin \left[g \frac{t^2}{t_c} \left(1 - \frac{t}{3t_c}\right) \right]. \quad (3.2)$$

Для амплитуды прогиба оболочки вместо (2.5) имеем

$$C_{mn} = \frac{q_{mn}^0}{\dot{\omega}_{mn} \rho h} e^{-\varepsilon(\tau-t)} \frac{t^2}{t_c^2} \left(2 - \frac{t}{t_c}\right)^2 \sin \left[g \frac{t^2}{t_c} \left(1 - \frac{t}{3t_c}\right) \right] \sin \left(\sqrt{\omega_{mn}^2 - \varepsilon^2} (\tau - t) \right) dt. \quad (3.3)$$

Переходя к безразмерным параметрам, получаем

$$C_{mn}^* = \frac{\bar{q}_{mn}^{0*}}{\sqrt{\omega_{mn}^{*2} - \varepsilon^{*2}}} \int_0^{\tau^*} e^{-\varepsilon^*(\tau^* - t^*)} \frac{t^{*2}}{t_c^{*2}} \left(2 - \frac{t^*}{t_c^*}\right)^2 \sin \left[g^* \frac{t^{*2}}{t_c^*} \left(1 - \frac{t^*}{3t_c^*}\right) \right] \times \\ \times \sin \left(\sqrt{\omega_{mn}^{*2} - \varepsilon^{*2}} (\tau^* - t^*) \right) dt^*, \quad (3.4)$$

где $\bar{q}_{mn}^{0*} = \bar{q}_{mn}^0 / \bar{q}_0^0$.

Выполнение конкретных вычислений осуществляем, как указано в §2, с использованием методики, изложенной в [4].

Полный прогиб оболочки определяется согласно формуле

$$w_n^* = \sum_m \sum_n C_{mn}^* \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{ny}{r} \quad (m = 1, 2, 3, \dots; \quad n = 2, 3, 4, \dots).$$

§4. Числовой пример.

В качестве примера рассмотрим оболочку со следующими параметрами: $l/r = 2,5$; $h/r = 0,3125 \cdot 10^{-2}$. Параметры подкрепления: $\bar{J}_c = 0,541 \cdot 10^{-1}$, $\bar{J}_{kpc} = 0,232 \cdot 10^{-2}$, $\bar{F}_c = 0,895 \cdot 10^{-2}$, $\bar{J}_u = 0,136$, $\bar{J}_{kpu} = 0,585 \cdot 10^{-2}$, $\bar{F}_u = 0,175 \cdot 10^{-1}$.

Таблица 1

Случай деформации	$\bar{\omega}$	m	n (s)
общий (j)	0,311 10^{-2}	1	7
первый	0,279 10^{-2}	1	6
второй	0,299 10^{-2}	1	6
четвертый	0,260 10^{-1}	3	11
пятый	0,251 10^{-1}	3	10
восьмой	0,264 10^{-1}	3	10

В табл. 1 приведены значения минимальных значений параметра собственных частот колебаний для возможных случаев деформации оболочки [2] и соответствующие им параметры волнообразования: j – общий, когда продольные и кольцевые ребра одновременно изгибаются и закручиваются; первый – продольные ребра только закручиваются, а кольцевые изгибаются и закручиваются; второй – продольные ребра только закручиваются, а кольцевые ребра изгибаются и закручиваются; четвертый – продольные ребра изгибаются и закручиваются, а кольцевые только закручиваются; пятый – продольные ребра только изгибаются, а кольцевые только закручиваются; восьмой – продольные и кольцевые ребра только закручиваются.

Как видно из табл. 1, для такой оболочки минимальная собственная частота колебаний соответствует первому частному случаю деформации по форме $m = 1$, $n = 6$. Значение параметра частоты собственных колебаний для неподкрепленной оболочки равно 0,003028. Следовательно, для рассматриваемой оболочки такое подкрепление

не является рациональным. Подкрепляющие ребра здесь работают как присоединенные массы, что приводит к снижению минимальной частоты собственных колебаний по сравнению с гладкой оболочкой.

Сначала рассмотрим возмущающую нагрузку переменной частоты при постоянной ее амплитуде. В табл. 2 приведены безразмерные максимальные значения амплитуд полного прогиба оболочки для первого частного случая в зависимости от коэффициента демпфирования ε^* , частоты возмущающей нагрузки \mathcal{G}^* и времени переходного процесса t_c^* . Там же приведены полученные согласно формуле (2.4) безразмерные моменты времени $t_{резон}^*$, соответствующие резонансам.

Таблица 2

N (рис).	ε^*	\mathcal{G}^*	t_c^*	$ w_{max}^* $	t_{max}^*	$t_{резон}^*$
1, а	0	1,5	50π	22,44	149,23	66,4; ; 87,3;
1, б	0,05	—«—	—«—	8,96	89,56	—«—
1, в	0,10	—«—	—«—	4,91	86,39	—«—
2, а	0,05	1,1	50π	9,51	150,80	109,7
2, б	—«—	1,3	—«—	8,57	102,10	81,6; 115,3;
2, в	—«—	1,5	—«—	8,96	89,54	66,4; ; 87,3;
3, а	0,05	1,5	50π	8,96	89,54	66,4; ; 87,3;
3, б	—«—	—«—	100π	9,74	163,36	66,4; 87,3;
3, в	—«—	—«—	150π	9,35	240,33	66,4; 87,3;
4, а	0,05	1,5	50π	4,79	89,54	66,4; 87,3;
4, б	—«—	—«—	—«—	8,96	89,56	66,4; 87,3;
4, в	—«—	—«—	—«—	8,78	97,39	66,4; 69,9; 83,6; 87,9; 131,7

На рис. 1 показаны кривые изменения безразмерного полного прогиба w^* в точке с координатами $x = l/2$, $y = \pi r/2$ в зависимости от коэффициента демпфирования ε^* . Как видно из графиков, с увеличением коэффициента демпфирования амплитуды прогиба уменьшаются, а время достижения ими максимального значения уменьшается.

На рис. 2 показано влияние частоты возмущающей нагрузки на прогиб оболочки во время переходного процесса. Вычисления выполнены для $t_c^* = 50\pi$, $\varepsilon^* = 0,05$. С увеличением частоты возмущающей нагрузки максимальная амплитуда прогиба сначала убывает, а затем возрастает. Зависимость максимальной амплитуды полного прогиба оболочки от частоты возмущающей нагрузки имеет немонотонный характер. Время, соответствующее максимальным амплитудам, с возрастанием \mathcal{G}^* уменьшается.

Рис. 3 иллюстрирует влияние длительности переходного процесса на прогиб оболочки. Здесь с возрастанием времени переходного процесса сначала происходит возрастание максимальной амплитуды прогиба, а затем ее убывание. При этом время достижения максимальных амплитуд увеличивается. Здесь также зависимость максимальной амплитуды прогиба от времени переходного процесса имеет немонотонный характер.

Рассматривая нагрузки с переменной амплитудой, примем, как и прежде, что частота и амплитуда нагрузки для рассматриваемых форм колебаний одинаковы.

На рис. 4 показано изменение прогиба оболочки, когда амплитуда возмущающей нагрузки не постоянна (рис. 4, б), а изменяется во времени по закону (3.2); там же показана кривая для случая, когда амплитуда постоянна (рис. 4, а). Сравнивая кривые этих рисунков, видим, что при переменной амплитуде возмущающей нагрузки значения максимальных амплитуд меньше, чем при ее постоянной амплитуде. На рис. 4, в показано изменение прогиба во время переходного процесса для гладкой оболочки. Для рассмотренной оболочки наличие ребер приводит к небольшому увеличению максимального прогиба и к уменьшению времени его достижения по сравнению с гладкой оболочкой.

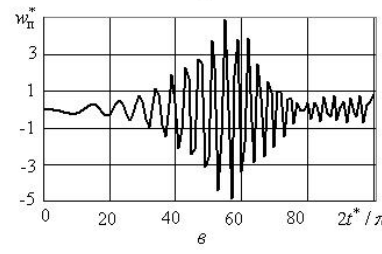
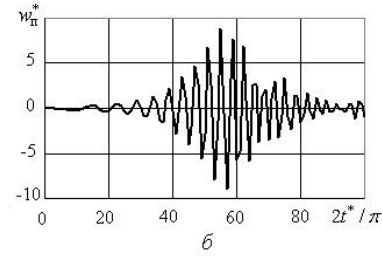
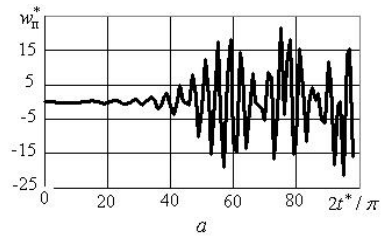


Рис. 1

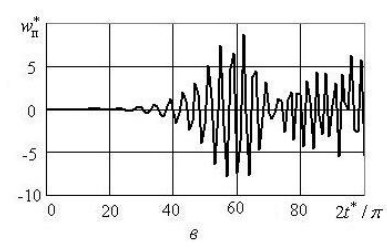
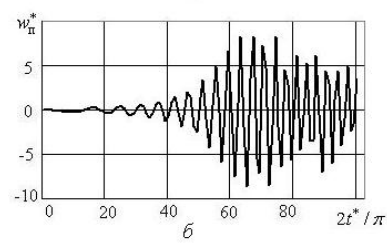
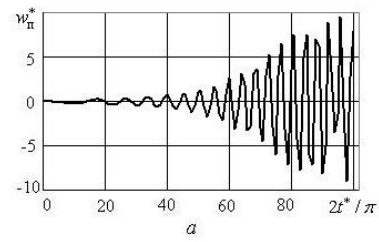


Рис. 2

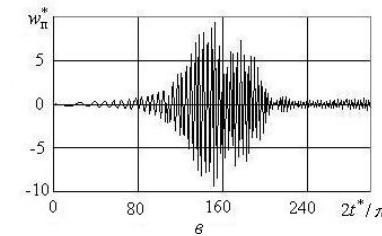
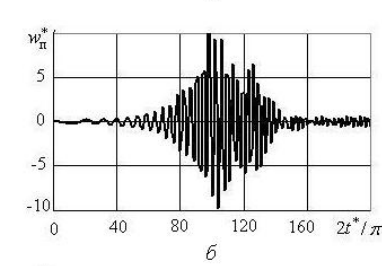
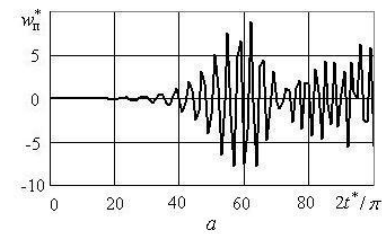


Рис. 3

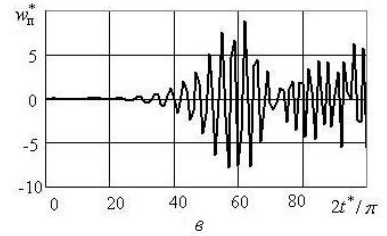
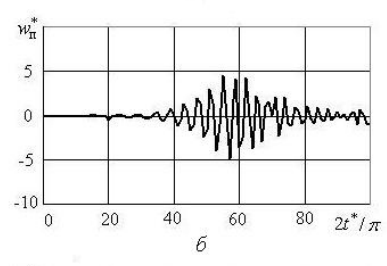
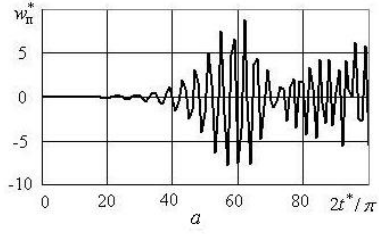


Рис. 4

Выводы.

1. Разработана методика исследования переходного процесса вынужденных колебаний ребристой цилиндрической оболочки. Показано, что при рассмотрении ребристых оболочек необходимо учитывать дискретность расположения ребер и исследовать возможные случаи деформирования оболочки, поскольку они могут быть определяющими колебаниями оболочки.

2. На конкретном примере проанализировано влияние коэффициента демпфирования, длительности переходного процесса и частоты возмущающей нагрузки на прогибы оболочки во время переходного процесса.

3. Так как величины собственных частот колебаний ребристой цилиндрической оболочки зависят от параметров подкрепляющих ребер, то несомненный интерес представляет исследование влияния последних на переходный процесс колебаний, особенно в случаях, когда частота и амплитуда возмущающей нагрузки непостоянны.

РЕЗЮМЕ. Розроблено методику дослідження перехідного процесу вимушених коливань циліндричної оболонки, підкріпленої поздовжніми і кільцевими ребрами, під дією навантаження, частота і амплітуда якого змінюються з часом, що враховує дискретність розміщення ребер. Досліджено вплив коефіцієнта демпфування, частоти і амплітуди навантаження та тривалості перехідного процесу на прогини оболонки.

1. *Амиро И.Я., Заруцкий В.А.* Исследования в области динамики ребристых оболочек // Прикл. механика. – 1981. – **17**, № 11. – С. 3 – 20.
2. *Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Поляков П.С.* Ребристые цилиндрические оболочки. –К.: Наук. думка, 1973. – 248 с.
3. *Амиро И.Я., Прокопенко Н.Я.* К определению частот собственных колебаний ребристых цилиндрических оболочек // Прикл. механика. – 1991. – **27**, № 9. – С.47 – 63.
4. *Амиро И.Я., Прокопенко Н.Я.* Переходный процесс колебаний цилиндрической оболочки как системы со многими степенями свободы // Прикл. механика. – 1999. – **35**, № 3. – С. 57 – 63.
5. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластин и оболочек. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
6. *Луговой П.З., Прокопенко Н.Я.* Переходный процесс колебаний цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами // Матеріали міжнар. наук. конф. «Математичні проблеми технічної механіки – 2016». – (Дніпропетровськ, Дніпродзержинськ, Київ). – 2016. – С. 40.
7. *Луговой П.З., Прокопенко Н.Я.* Переходный процесс вынужденных колебаний цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами, при непостоянной возмущающей нагрузке // Матеріали всеукр. научн. конф. «Математическое моделирование и математическая физика», посвященной 215-летию со дня рождения М.В. Остроградского. – Кременчуг: Кременчугский нац. ун-т им. М.Остроградского, 2016. – С. 53 –54.
8. *Cichocki K.* Effects of underwater blast loading on structures with protective elements // Int. J. of Impact Engineering. – 1999. – **22**, N 6. – P. 609 – 617.
9. *Lugovoi, P.Z., Meish Yu.A.* Nonstationary Deformation of Longitudinally and Transversely-Reinforced Cylindrical Shells on an Elastic Foundation // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 1. – P. 62 – 73.
10. *Lugovoi, P.Z., Meish V.F., Meish Yu.A.* Nonstationary Dynamics of a System Consisting of a Cylindrical Shell and a Soil Medium of Periodic Structure // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 4. – P. 350 – 353.
11. *Lugovoi P.Z., Sirenko V.N., Skosarenko Yu.V., Batutina T.Ya.* Mathematical modeling of cylindrical adapter dynamics under the action of local momentary loads // Science and innovation. – 2016. – **12**, N 3. – P. 35 – 42.
12. *Marconi F.* Investigation of the interaction of a blast wave with an internal structure // AIAA Journal. – 1994. – **32**, N 8. – P. 1561 – 1567.
13. *Skosarenko Yu.V.* The Stress-Strain State of Ribbed Cylindrical Shell Interaction with Elastic Foundation under Shot-Term Loads // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 1. – P. 92 – 101.
14. *Qatu M.S.* Vibration of Laminated Shells and Plates. – Elsevier, Amsterdam: 2004. – 406 p.
15. *Timoshenko S.P., Young D.X., W. Weaver Jr.* Vibration problems in engineering. – New-York: John Wiley and Sons, 1974. – 472 p.
16. *Turkmen H.S.* Structural response of laminated composite shells subjected to blast loading: comparison of experimental and theoretical methods // J. of Sound and Vibration. – 2002. – **249**, N 4. – P. 663 – 678.
17. *Zarutskij V.A., Lugovoi P.Z., Meish V.F.* Dynamic Problems and Stress Strain State of Inhomogeneous Shell Structures under Stationary and Nonstationary Loads // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 3. – P. 245 – 271.