

М. Е. Бабешко, В. Г. Савченко

**К РАСЧЕТУ ПРОЦЕССОВ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ
ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С УЧЕТОМ ПОВТОРНЫХ
ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: plast@inmech.kiev.ua*

Abstract. The algorithm of numerical study of elastoplastic axisymmetric stress-strain state of thin shells is elaborated for the case of non-isothermal deformation processes along the trajectories of small curvature with allowance for the repeated plastic strains. The stress-strain state of shell during the processes of heating and cooling is analyzed numerically.

Key words: elastoplastic stress-strain state, repeated plastic strain.

Введение.

В тонкостенных элементах конструкций, работающих в условиях неизоотермического нагружения, допускается возможность появления пластических деформаций. В процессе нагрева и остывания в зонах пластических деформаций может происходить разгрузка как по упругому закону, так и сопровождающаяся возникновением вторичных пластических деформаций, уменьшающих первоначальные пластические деформации. Численный анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) указанных элементов конструкций необходим для оценки их прочности и работоспособности. Особенно актуален такой анализ в случаях, когда конструкция подвергается неоднократному термосиловому нагружению.

Численному исследованию термоупругопластического осесимметричного НДС тонких оболочек с учетом истории нагружения посвящено много работ [3 – 5, 9 и др.], в большинстве которых учитывается разгрузка по упругому закону. В отдельных работах [4, 7, 9] учтена возможность появления вторичных пластических деформаций, но не рассмотрено дальнейшее развитие процесса деформирования.

В данной работе изложена методика численного исследования элементов конструкций в виде тонких оболочек вращения, учитывающая возникновение, развитие и изменение пластических деформаций в процессе осесимметричного неизоотермического нагружения. Эта методика разработана в развитие работ [4, 7, 9], основана на более простом и эффективном алгоритме и позволяет исследовать процессы термосилового нагружения оболочек, в которых происходит неоднократное изменение направленности процесса. Выполнен анализ полученных по изложенной методике результатов в конкретном процессе переменного неизоотермического нагружения оболочки.

1. Постановка задачи. Основные соотношения.

Рассмотрим оболочку вращения, первоначально находящуюся в ненапряженном и недеформированном состоянии при температуре $T = T_0$, а затем подвергнутую действию силовых нагрузок и неравномерного нагрева. Предполагаем, что оболочка изготовлена из изотропного материала, а меридиан оболочки может состоять из конечного числа звеньев разной геометрии. Оболочка отнесена к криволинейной ортогональной системе координат s, θ, ζ , связанной с недеформированной непрерывной координатной поверхностью; $s (s_a \leq s \leq s_b)$ – меридиональная координата, s_a, s_b – координаты, соот-

ветствующие торцам оболочки; θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) – окружная координата; ζ ($\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_k$) – координата, отсчитываемая по нормали к координатной поверхности, ζ_0 соответствует внутренней поверхности оболочки, а ζ_k – наружной ее поверхности; толщина оболочки $h = \zeta_k - \zeta_0$. В качестве координатной поверхности выбираем срединную либо одну из поверхностей оболочки.

Предполагаем, что в процессе нагружения материал оболочки деформируется в пределах и за пределами упругости; в областях пластических деформаций может происходить разгрузка с возможным появлением вторичных пластических деформаций, после чего возможно повторное нагружение с возникновением пластических деформаций.

В области вторичных пластических деформаций предполагаем, что уменьшение предела текучести материала равно его увеличению в момент разгрузки при первоначальном нагружении, т.е. материал обладает идеальным эффектом Баушингера. Деформации ползучести предполагаем пренебрежимо малыми по сравнению с упругими и пластическими составляющими. Температурное поле оболочки примем известным, полученным путем решения соответствующей задачи теплопроводности либо из других источников. Задачу термопластичности решаем в квазистатической постановке с использованием гипотез Кирхгофа – Лява и соотношений геометрически линейной теории оболочек [2]. Для решения задачи процесс нагружения разбиваем на ряд этапов таким образом, чтобы моменты разбиения как можно лучше соответствовали моментам изменения направленности процесса.

Для описания деформирования материала используем соотношения модифицированной теории процессов деформирования по траекториям малой кривизны [4, 9], широко применяемые при решении краевых задач термопластичности [3 – 7, 9, 10]. При активных процессах нагружения эти соотношения идентичны уравнениям теории течения [8, 11 и др.], ассоциированной с условием текучести Мизеса.

В данной работе использован вариант соотношений теории процессов малой кривизны, линеаризованный методом дополнительных напряжений [4, 9]. В соответствии с этой теорией связь между компонентами тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} в общем случае ортогональной криволинейной системы координат имеет вид закона Гука с дополнительными напряжениями

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + 3\lambda\varepsilon_0\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(D)}, \quad (1)$$

где введены такие обозначения:

$$\sigma_{ij}^{(D)} = 2G(e_{ij}^{(p)}) + K\varepsilon_T\delta_{ij}; \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{2G\nu}{1-2\nu}; \quad \varepsilon_T = \alpha_T(T - T_0); \quad K = \frac{E}{1-2\nu}; \quad E = 2G(1+\nu); \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}. \quad (3)$$

В (1) – (3) $e_{ij}^{(p)} = \varepsilon_{ij}^{(p)}$ – пластические составляющие компонент деформации; E , G , ν и α_T – соответственно, модуль упругости, модуль сдвига, коэффициент Пуассона и коэффициент линейного теплового расширения материала, зависящие от температуры T ; $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii} / 3$ – первый инвариант тензора деформаций, связанный с первым инвариантом тензора напряжений $\sigma_0 = \sigma_{ii} / 3$ линейной зависимостью

$$\sigma_0 = K(\varepsilon_0 - \varepsilon_T). \quad (4)$$

В рассматриваемом случае осесимметрично нагруженной оболочки вращения при отсутствии кручения напряженное состояние оболочки характеризуется компонентами σ_{ss} , $\sigma_{\theta\theta}$, а деформированное – компонентами ε_{ss} , $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\zeta\zeta}$. Уравнения (1) имеют вид

$$\sigma_{ss} = A_{11}\varepsilon_{ss} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} - A_{1D}; \quad \sigma_{\theta\theta} = A_{12}\varepsilon_{ss} + A_{22}\varepsilon_{\theta\theta} - A_{2D}, \quad (5)$$

где приняты такие обозначения:

$$A_{11} = A_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}; \quad A_{12} = \nu A_{11};$$

$$A_{1D} = A_{11}(e_{ss}^{(p)} + \nu e_{\theta\theta}^{(p)}) + A_{11}(1+\nu)\varepsilon_T; \quad A_{2D} = A_{11}(e_{\theta\theta}^{(p)} + \nu e_{ss}^{(p)}) + A_{11}(1+\nu)\varepsilon_T. \quad (6)$$

Входящие в (6) пластические составляющие компонент деформации $e_{ss}^{(p)} = \varepsilon_{ss}^{(p)}$, $e_{\theta\theta}^{(p)} = \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)}$, $\varepsilon_{\zeta\zeta}^{(p)} = -(\varepsilon_{ss}^{(p)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)})$ на произвольном M -м этапе вычисляются как сумма приращений Δ этих компонент

$$\varepsilon_{ss}^{(p)} = \sum_{m=1}^M \Delta_m \varepsilon_{ss}^{(p)}; \quad \Delta_m \varepsilon_{ss}^{(p)} = \langle c_{ss} \rangle_m \Delta_m \Gamma_p; \quad \langle c_{ss} \rangle_m = \left\langle \frac{2\sigma_{ss} - \sigma_{\theta\theta}}{S} \right\rangle_m (s, \theta), \quad (7)$$

где угловые скобки означают средние на этапе значения заключенных в них величин, S – интенсивность касательных напряжений,

$$S = \left[\frac{1}{3} (\sigma_{ss}^2 - \sigma_{ss}\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta\theta}^2) \right]^{1/2}, \quad (8)$$

Γ_p – интенсивность накопленной пластической деформации сдвига,

$$\Gamma_p = \sum_{m=1}^{M-1} \Delta_m \Gamma_p + \Delta_M \Gamma_p. \quad (9)$$

Для определения $\Delta_M \Gamma_p$ использовано предположение, что между интенсивностью касательных напряжений S , интенсивностью деформаций сдвига

$$\Gamma = \left[\frac{(\varepsilon_{ss} - \varepsilon_{\theta\theta})^2 + (\varepsilon_{\theta\theta} - \varepsilon_{\zeta\zeta})^2 + (\varepsilon_{\zeta\zeta} - \varepsilon_{ss})^2}{6} \right]^{1/2}$$

и температурой T существует зависимость, которая при первоначальном нагружении имеет вид

$$S = \Phi(\Gamma, T). \quad (10)$$

Для конкретизации зависимости (10) используются диаграммы $\sigma \sim \varepsilon$, полученные в результате экспериментов на простое растяжение цилиндрических образцов при различных фиксированных значениях температуры; для промежуточных значений температуры эти диаграммы получаем путем линейного интерполирования. Переход от напряжения σ и продольной деформации ε образца ко вторым инвариантам девиаторов напряжений и деформаций осуществляется по формулам [4]

$$S = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}; \quad \Gamma = \frac{S}{2G} + \Gamma_p; \quad \Gamma_p = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E} \right). \quad (11)$$

Предполагаем, что при упругой разгрузке $\Gamma = S/(2G) + \Gamma_p^{(1)}$, где $\Gamma_p^{(1)}$ – интенсивность накопленной пластической деформации сдвига (9) в момент разгрузки. В том случае, когда разгрузка сопровождается вторичными пластическими деформациями, используется зависимость

$$S = \Phi_1(\Gamma, \Gamma_p^{(1)}, T). \quad (12)$$

Зависимость (12) строим, используя (10), величину $\Gamma_p^{(1)}$ и соответствующее значение $S^{(1)}$ в момент разгрузки. При повторном нагружении используется зависимость

$$S = \Phi_2(\Gamma, \Gamma_p^{(2)}, T). \quad (13)$$

Зависимость (13) строим, используя (10), величину интенсивности накопленной вторичной пластической деформации $\Gamma_p^{(2)}$ и соответствующее значение $S^{(2)}$ в момент разгрузки в области вторичных пластических деформаций. При построении зависимостей (12) и (13) предполагаем, что

$$S^{(1)} + S_T^{(2)} = S^{(2)} + S_T^{(3)} = 2S_T^{(1)}, \quad (14)$$

где $S_T^{(1)}, S_T^{(2)}, S_T^{(3)}$ – значения интенсивности касательных напряжений, соответствующих пределам текучести материала в зависимостях (10), (12), (13). Один из способов построения зависимостей (12), (13) описан в [4].

Таким образом, приращение $\Delta_M \Gamma_p$ за текущий этап нагружения определяется с использованием (10), (12), (13) в процессе последовательных приближений.

Соотношения (5) используем для определения связи между усилиями N_s, N_θ , моментами M_s, M_θ и деформациями и изменениями кривизны $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \kappa_s, \kappa_\theta$ координатной поверхности оболочки. Эту связь получаем в виде

$$\begin{aligned} N_s &= C_{11}^{(0)} \varepsilon_s + C_{12}^{(0)} \varepsilon_\theta + C_{11}^{(1)} \kappa_s + C_{12}^{(1)} \kappa_\theta - N_{1D}^{(0)}; \\ N_\theta &= C_{12}^{(0)} \varepsilon_s + C_{22}^{(0)} \varepsilon_\theta + C_{12}^{(1)} \kappa_s + C_{22}^{(1)} \kappa_\theta - N_{2D}^{(0)}; \\ M_s &= C_{11}^{(1)} \varepsilon_s + C_{12}^{(1)} \varepsilon_\theta + C_{11}^{(2)} \kappa_s + C_{12}^{(2)} \kappa_\theta - N_{1D}^{(1)}; \\ M_\theta &= C_{12}^{(1)} \varepsilon_s + C_{22}^{(1)} \varepsilon_\theta + C_{12}^{(2)} \kappa_s + C_{22}^{(2)} \kappa_\theta - N_{2D}^{(1)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где приняты такие обозначения:

$$C_{mn}^{(j)} = \int_{\zeta_0}^{\zeta_k} A_{mn} \zeta^j d\zeta, \quad N_{mD}^{(j)} = \int_{\zeta_0}^{\zeta_k} A_{mD} \zeta^j d\zeta \quad (m, n = 1, 2; j = 0, 1, 2). \quad (16)$$

Полученные соотношения (15), (16) вместе с уравнениями равновесия и геометрическими соотношениями [2] образуют систему 12 уравнений, которую приводим к системе шести обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s$, где Q_s – перерезывающее усилие; u, w – перемещения точек координатной поверхности в меридиональном и нормальном направлениях; ϑ_s – угол поворота нормали к координатной поверхности. Эта система имеет вид

$$\frac{d\vec{Y}}{ds} = P(s)\vec{Y} + \vec{f}(s) \quad (17)$$

при граничных условиях

$$B_1 \vec{Y}(s_a) = \vec{b}_1; \quad B_2 \vec{Y}(s_b) = \vec{b}_2, \quad (18)$$

где \vec{Y} – вектор-столбец разрешающих функций, $\vec{Y} = \{N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s\}$, $P(s)$ – матрица системы; $\vec{f}(s)$ – вектор-столбец дополнительных слагаемых; B_1, B_2 – заданные матрицы; \vec{b}_1, \vec{b}_2 – заданные векторы-столбцы граничных условий.

Элементы матрицы $P(s)$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} p_{11} &= -\frac{\cos \varphi}{r} (1 + \lambda_1); \quad p_{13} = -\frac{\cos \varphi}{r} \lambda_2; \quad p_{14} = \frac{\cos^2 \varphi}{r^2} (\lambda_1 C_{12}^{(0)} + C_{22}^{(0)} + \lambda_2 C_{12}^{(1)}); \\ p_{15} &= p_{14} \operatorname{tg} \varphi; \quad p_{16} = -\frac{\cos^2 \varphi}{r^2} (\lambda_3 C_{12}^{(0)} + \lambda_4 C_{12}^{(1)} - C_{22}^{(1)}); \quad p_{21} = \frac{1}{R_s} - \frac{\lambda_1 \sin \varphi}{r}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{22} &= -\frac{\cos \varphi}{r}; & p_{23} &= -\frac{\sin \varphi}{r} \lambda_2; & p_{24} &= p_{15}; & p_{25} &= p_{15} \operatorname{tg} \varphi; & p_{26} &= p_{16} \operatorname{tg} \varphi; & p_{31} &= -p_{22} \lambda_3; \\
p_{32} &= -1; & p_{33} &= -\frac{\cos \varphi}{r} (1 - \lambda_4); & p_{34} &= \frac{\cos^2 \varphi}{r^2} (\lambda_1 C_{12}^{(1)} + C_{22}^{(1)} + \lambda_2 C_{12}^{(2)}); & p_{35} &= p_{34} \operatorname{tg} \varphi; \\
p_{36} &= -\frac{\cos^2 \varphi}{r^2} (\lambda_3 C_{12}^{(1)} - C_{22}^{(2)} + \lambda_4 C_{12}^{(2)}); & p_{41} &= \frac{C_{11}^{(2)}}{\delta_1}; & p_{42} &= 0; & p_{43} &= -\frac{C_{11}^{(1)}}{\delta_1}; & (19) \\
p_{44} &= -\lambda_1 p_{22}; & p_{45} &= -p_{21}; & p_{46} &= -p_{31}; & p_{51} &= p_{52} = p_{53} = 0; & p_{54} &= -p_{12}; & p_{55} &= 0; \\
p_{56} &= -1; & p_{61} &= p_{43}; & p_{62} &= 0; & p_{63} &= \frac{C_{11}^{(0)}}{\delta_1}; & p_{64} &= -p_{13}; & p_{65} &= -p_{23}; & p_{66} &= \lambda_4 p_{22},
\end{aligned}$$

где приняты такие обозначения: $\lambda_1 = (C_{11}^{(1)} C_{12}^{(1)} - C_{12}^{(0)} C_{11}^{(2)}) / \delta_1$; $\lambda_2 = (C_{11}^{(1)} C_{12}^{(0)} - C_{12}^{(1)} C_{11}^{(0)}) / \delta_1$; $\lambda_3 = (C_{11}^{(2)} C_{12}^{(1)} - C_{12}^{(2)} C_{11}^{(1)}) / \delta_1$; $\lambda_4 = (C_{11}^{(0)} C_{12}^{(2)} - C_{12}^{(1)} C_{11}^{(0)}) / \delta_1$; $\delta_1 = C_{11}^{(0)} C_{11}^{(2)} - (C_{11}^{(1)})^2$.

Компоненты вектора $\vec{f}(s)$ определяются выражениями

$$\begin{aligned}
f_1 &= -\frac{\cos \varphi}{r} [\lambda_1 N_{1D}^{(0)} + \lambda_2 N_{1D}^{(1)} + N_{2D}^{(0)}] - q_s; & f_2 &= -\frac{\sin \varphi}{r} [\lambda_1 N_{1D}^{(0)} + \lambda_2 N_{1D}^{(1)} + N_{2D}^{(0)}] - q_\varepsilon; \\
f_3 &= \frac{\cos \varphi}{r} [\lambda_3 N_{1D}^{(0)} + \lambda_4 N_{1D}^{(1)} - N_{2D}^{(0)}]; & f_4 &= \frac{C_{11}^{(2)} N_{1D}^{(0)} - C_{11}^{(1)} N_{1D}^{(1)}}{\delta_1}; & (20) \\
f_5 &= 0; & f_6 &= -\frac{C_{11}^{(1)} N_{1D}^{(0)} - C_{11}^{(0)} N_{1D}^{(1)}}{\delta_1},
\end{aligned}$$

где q_s, q_ε – компоненты распределенной нагрузки.

Из формул (19), (16) следует, что элементы матрицы $P(s)$ зависят от геометрии оболочки и упругих свойств материала при температуре на рассматриваемом этапе, а компоненты (20) вектора $\vec{f}(s)$ – еще и от внешних нагрузок и пластических деформаций, которые необходимо уточнять в процессе последовательных приближений.

Приведенные соотношения позволяют определить НДС оболочки на произвольном этапе нагружения.

2. Алгоритм решения задачи.

Для проведения вычислений необходимо задать геометрию оболочки, условия закрепления и нагружения, а также свойства ее материала. Последние задаются в виде диаграмм $\sigma \sim \varepsilon$, коэффициентов Пуассона и линейного теплового расширения в зависимости от температуры. Разбиение на этапы удобно выполнить таким образом, чтобы на первом этапе оболочка деформировалась упруго.

В первом приближении на первом этапе нагружения в (6) полагаем компоненты пластических составляющих деформаций равными нулю, т.е. решаем задачу термоупругости. На следующих этапах в первом приближении принимаем значения пластических составляющих деформаций (7), полученные на предыдущем этапе, а в следующих приближениях используем значения, полученные в предыдущем приближении. Эти значения используем для вычисления компонент (20) вектора-столбца $\vec{f}(s)$, а элементы матрицы $P(s)$ (19) вычисляем, используя заданные свойства материала в зависимости от температуры в первом приближении на данном этапе и не меняем в процессе приближений. После вычисления элементов матрицы $P(s)$ и компонент вектора-столбца $\vec{f}(s)$ решаем краевую задачу (17),(18) путем сведения к задачам Коши, для решения которых используем метод Рунге – Кутты с дискретной ортогонализацией [1]. Получив в результате решения краевой задачи разрешающие функции, определяем компоненты деформаций, а по ним – компоненты напряжений (5). Далее вычисляем

$$\Delta_M \Gamma_p = \sum_{i=1}^{L-1} \Delta_{Mi} \Gamma_p + \Delta_{ML} \Gamma_p; \quad \Delta_{ML} \Gamma_p = \frac{S - S^{(d)}}{2G}, \quad (21)$$

где L – номер текущего приближения на M -м этапе. В (21) значение S вычисляем по формуле (8), а $S^{(d)}$ определяем из зависимостей (10), (12) и (13), соответственно, при первоначальном нагружении, в области вторичных пластических деформаций и при повторном нагружении. При первоначальном активном нагружении используем зависимость (10). В качестве критерия активного нагружения принимаем условие $\Delta \Gamma_p > 0$; в противном случае в элементе оболочки происходит разгрузка, т.е. полагаем $\Delta \Gamma_p = 0$ и продолжаем расчет. В случае разгрузки при изменении знака первого инварианта тензора напряжений $\sigma_0 = (\sigma_{ss} + \sigma_{\theta\theta})/3$ используем зависимость (12). Аналогично, при разгрузке в области вторичных пластических деформаций и перемене знака σ_0 переходим к использованию зависимости (13). Процесс последовательных приближений на этапе завершается при выполнении условия

$$|\Delta_{ML} \Gamma_p| \leq \delta, \quad (22)$$

где δ – наперед заданное число.

3. Результаты решения задачи.

Для проверки разработанного алгоритма решена тестовая задача. Определено НДС цилиндрической оболочки радиуса срединной поверхности 0,1 м, толщины 0,01 м и длины 0,1 м под действием осевого усилия и внутреннего давления при равномерном нагреве. Начальная температура оболочки $T_0 = 293^\circ K$. Оболочка изготовлена из сплава X18H10T [7]. Значения нагрузок и температуры на 26 этапах заданы таблицей.

Номер этапа	1	3	9	12	13	17	18	19	20	21	26
$N_s^* \cdot 10^{-3}$, Н/м	120	160	284	20	-20	-250	-220	-20	20	140	284
q_s , МПа	6	8	14,2	1	0	0	0	0	1	7	14,2
T° , К	293	373	573	293	293	293	293	293	293	343	573

На всех этапах граничные условия были заданы в виде:

$$\text{при } s = s_a : Q_s = 0; u = 0; \mathcal{A}_s = 0; \quad \text{при } s = s_b : N_s = N_s^*; Q_s = 0; \mathcal{A}_s = 0.$$

При таких условиях нагружения в оболочке имеет место однородное НДС. Задача решена согласно описанной методике в процессе последовательных приближений с точностью (22) $\delta = 0,00001$. Но эта задача является статически определимой и может быть решена и без процесса последовательных приближений; результаты такого решения совпали с результатами, полученными по описанной методике, с заданной точностью. Это подтверждает эффективность и точность предложенного алгоритма. Построенная по полученным результатам зависимость $S^* \sim \Gamma$, где $S^* = \text{sign}(\sigma_0) \cdot S$, в данном процессе приведена на рис. 1; маркеры соответствуют концам этапов, а числа – номерам этапов.

Разработанная методика использована для оценки термонапряженного состояния элемента стартового стола, используемого при запуске ракеты [5]. Этот элемент представляет собой коробчатую конструкцию квадратного поперечного сечения; длина стороны квадрата равна 6 м, а толщина его стенки 0,04 м. Как показано в [5], оценить НДС этой конструкции можно путем решения осесимметричной задачи термопластичности для цилиндрической оболочки той же толщины с диаметром, равном стороне квадрата. В связи с этим, ниже исследуем НДС длинной цилиндрической оболочки в процессе нестационарного нагрева. Оболочка радиуса срединной поверхности 2,98 м

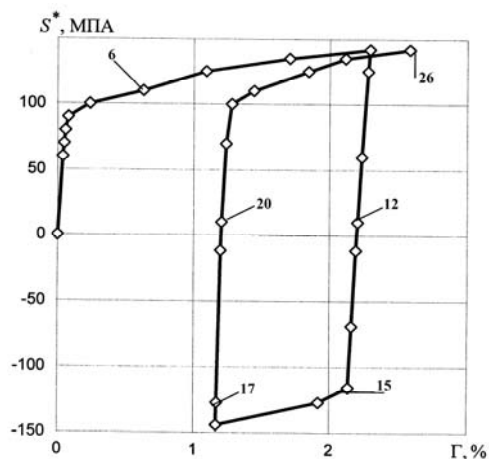


Рис. 1

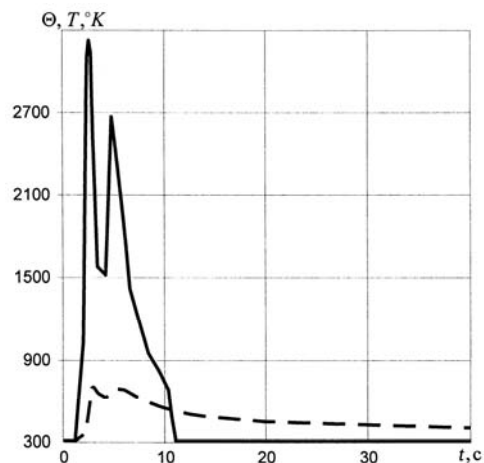


Рис. 2

и толщины 0,04 м, имеющая начальную температуру $T_0 = 308^\circ\text{K}$, подвергнута нестационарному нагреву. Путем решения задачи теплопроводности по методике [4, 9] определено нестационарное температурное поле цилиндрической оболочки при конвективном теплообмене с окружающей средой и заданным тепловым потоком на внутренней поверхности.

На рис. 2 сплошной линией показано изменение температуры среды у внутренней поверхности оболочки на первых 40 с процесса; штриховая линия на этом рисунке соответствует изменению во времени температуры в наиболее нагретой точке оболочки с координатами $s = 0, \zeta = -0,02$ м.

Задача термопластичности решена по описанной методике для оболочки длиной 0,1 м. Предполагалось, что силовые нагрузки отсутствуют. На граничных контурах $s = s_a$ и $s = s_b$ заданы условия симметрии, $Q_s = 0, u_s = 0, \vartheta_s = 0$.

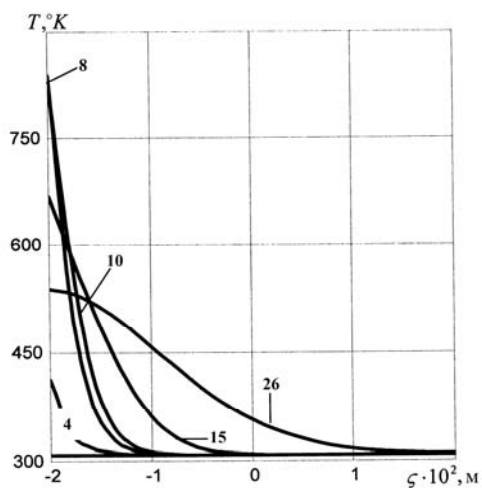


Рис. 3

Процесс нагрева и остывания оболочки до первоначальной температуры $T = T_0 = 308^\circ\text{K}$ разбит на 36 этапов. Распределение температуры по толщине оболочки на некоторых этапах приведены на рис. 3, где числа соответствуют номерам этапов. В результате расчета установлено, что на начальных этапах вблизи внутренней поверхности оболочки возникают сжимающие меридиональные и окружные напряжения, в то время как в остальной части оболочки эти напряжения растягивающие. В процессе прогрева оболочки и дальнейшего ее остывания происходит перераспределение напряжений. Начиная от внутренней поверхности возникают пластические деформации, зона которых рас-

пространяется по толщине, $-0,02 \text{ м} \leq \zeta \leq -0,004 \text{ м}$. В этой зоне возникает разгрузка и появляются вторичные пластические деформации, которые в конце процесса занимают область по толщине $-0,02 \text{ м} \leq \zeta \leq -0,008 \text{ м}$.

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 4 – 7. На рис. 4 и 5 приведены распределения по толщине оболочки меридиональных и окружных напряжений, соответственно; здесь числа соответствуют номерам этапов. Приведенные на этапе 36 гра-

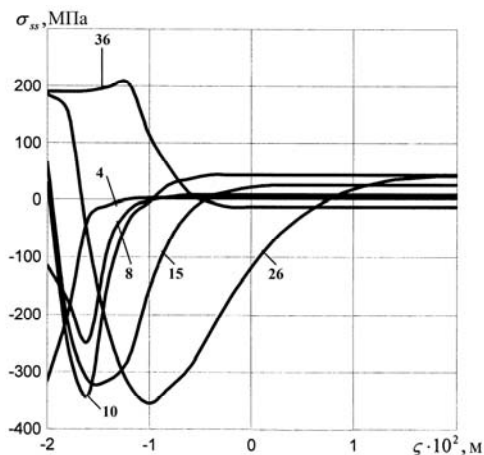


Рис. 4

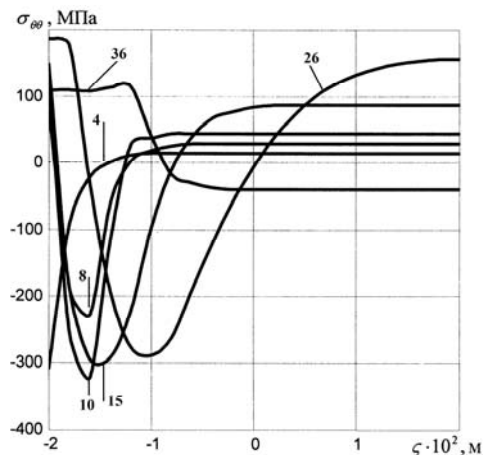


Рис. 5

фики соответствуют распределению по толщине остаточных напряжений. О течении процесса нагружения и разгрузки можно судить по диаграммам $S^* \sim \Gamma$, приведенным для отдельных элементов оболочки – в окрестности точки ($s = 0, \zeta = -0,02$ м), рис. 6, и точки ($s = 0, \zeta = -0,016$ м), рис. 7. Маркеры на этих рисунках соответствуют концам этапов; числа возле маркеров – номерам этапов.

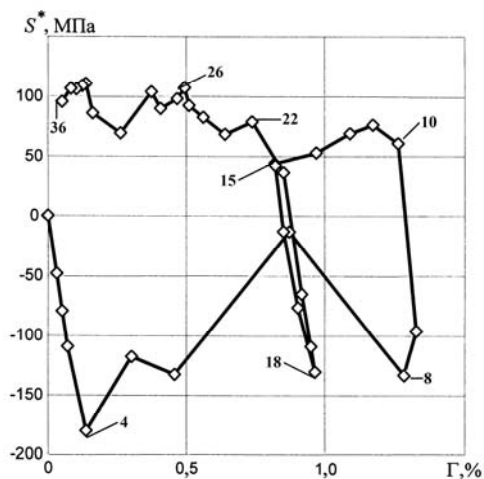


Рис. 6

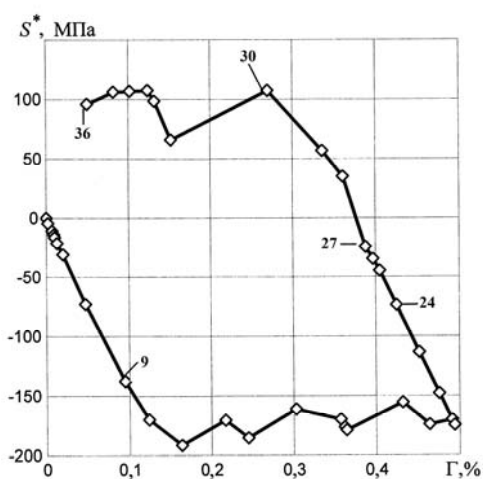


Рис. 7

Из данных рис. 6 видно, что в этом элементе оболочки несколько раз происходило изменение знака первого инварианта тензора напряжений (4), т.е. сжатие сменялось на растяжение и наоборот. На рис. 7 видно, что в рассматриваемом элементе, который испытывал менее интенсивный нагрев по сравнению с внутренней поверхностью, произошло развитие пластических деформаций, а затем разгрузка и возникли вторичные пластические деформации, которые значительно уменьшили первоначальные пластические деформации. Как видно, на рис. 6 и 7, остаточные значения интенсивности деформаций сдвига (а значит и пластических составляющих деформаций) незначительны, не превышают 0,06%. Это дает основание предположить, что при последующем аналогичном процессе нагружения оболочки ее НДС будет таким же, как в исследованном процессе.

Выводы.

Разработан алгоритм численного исследования термоупругопластического осесимметричного НДС тонких оболочек в процессах деформирования по траекториям малой кривизны с учетом вторичных пластических деформаций и повторного нагружения. Эффективность алгоритма апробирована на тестовом примере. Выполнен численный анализ НДС цилиндрической оболочки при ее нестационарном нагреве и остывании.

РЕЗЮМЕ. Розроблено алгоритм чисельного дослідження пружнопластичного осесимметричного напружено-деформованого стану тонких оболонок в неізотермічних процесах деформування вздовж траєкторій малої кривизни з урахуванням повторних пластичних деформацій. Дано чисельний аналіз напружено-деформованого стану оболонки в процесі її нагріву та охолодження.

1. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. – К.: Наук. думка, 1981. – 544 с. – (Методы расчета оболочек: в 5-ти т.; Т.4).
2. Новожиллов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 432 с.
3. Шевченко Ю.Н., Прохоренко И.В. Теория упругопластических оболочек при неізотермічних процесах нагрівання: в 5-ти т.; Т.3. – К.: Наук. думка, 1981. – 296 с.
4. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г. Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5-ти т., Т.2. Термовязкопластичность. – К.: Наук. думка, 1987. – 264 с.
5. Шевченко Ю.М. та ін. Методика прогнозування експлуатаційного і граничного стану відповідальних систем ракетної техніки при повторних термосилових навантаженнях // Наука та інновації. – 2015. – **11**, № 5. – С. 25 – 36.
6. Babeshko M.E., Galishin A.Z., Semenets A.I., Shevchenko Yu.N. Influence of the Stress Mode on the Strength of High-Pressure Vessels // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 3. – P. 319 – 325.
7. Babeshko M.E., Shevchenko Yu.N. Studying the Axisymmetric Thermoviscoelastoplastic Deformation of Layered Shells Taking into Account the Third Deviatoric Stress Invariant // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N 6. – P. 615 – 626.
8. Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity. – Oxford: Clarendon Press, 1950. – 350 p.
9. Shevchenko Yu.N., Savchenko V.G. Three-Dimensional Problems of Thermoviscoplasticity: Focus on Ukrainian Research (Review) // Int. Appl. Mech. – 2016. – **52**, N 3. – P. 217 – 271.
10. Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N. Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal – Plasticity Problems. In: «Encyclopedia of Thermal Stresses. In. 11 volumes (Ed. R.B.Hetnarski). – New York: Springer, 2014. – **2**, C-D. – P. 507 – 1084». – P. 623 – 630.
11. Zyczkowski M. Combined Loadings in the Theory of Plasticity. – Warszawa: PWN – Polish Scientific Publishers, 1981. – 714 p.

Поступила 24.01.2017

Утверждена в печать 30.05.2017