

## Аналіз напруженео-деформованого стану багатошарового скління кабін пілотів літальних апаратів під впливом статичних і динамічних навантажень

Ю. М. Родічев<sup>a,1</sup>, Н. В. Сметанкіна<sup>b,2</sup>, О. М. Шупіков<sup>b</sup>, С. В. Угрімов<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

<sup>b</sup> Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, Харків, Україна

<sup>1</sup> gtm@ipp.kiev.ua

<sup>2</sup> nsmetankina@ukr.net

Розроблено метод розрахунку на міцність багатошарового скління кабін пілотів літальних апаратів під впливом різних експлуатаційних факторів (удар птаха, надлишковий тиск). Метод ґрунтуються на способі занурення вихідної неканонічної оболонки в допоміжну оболонку канонічної форми в плані з граничними умовами, які дозволяють одержати простий аналітичний розв'язок задачі у вигляді тригонометричного ряду. Щоб забезпечити виконання вихідних граничних умов, до допоміжної оболонки додаються компенсуючі навантаження, які неперервно розподілені вздовж контуру вихідної оболонки. Компенсуючі навантаження входять у рівняння руху допоміжної оболонки як інтегральні співвідношення. Система рівнянь руху перетворюється в систему звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, яка інтегрується методом розвинення розв'язку в ряд Тейлора. Скління розглядається як незамкнена багатошарова циліндрична оболонка, яка складається з ізотропних шарів сталої товщини. Модель багатошарового скління базується на уточненій теорії першого порядку, що враховує деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини, інерції обертання й обтиснення нормального елемента в кожному шарі. Для композиції в цілому справедлива гіпотеза ламаної лінії. Модель імпульсу тиску, що вірогідно відтворює ударний вплив птаха на скління, розроблено на основі даних експериментів. Досліджено напруженео-деформований стан елементів скління літаків типу АН при ударі птаха та під дією надлишкового тиску у кабіні пілотів. Розглянуто п'ять варіантів скління. Порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними показало їх хорошу відповідність. Отримані результати є теоретичною і практичною основою для інженерних розрахунків та оптимального проектування багатошарових елементів скління літаків при впливі різних експлуатаційних факторів, що дозволяє використовувати запропонований метод для оцінки ресурсу існуючих та розробки нових елементів скління.

**Ключові слова:** багатошарове скління, удар птаха, надлишковий тиск, нестационарні коливання, міцність.

**Вступ.** Розвиток авіаційної техніки потребує удосконалення матеріалів, конструкцій і технологій виробництва скління для кабін пілотів. Одним із найбільш важливих конструкційних елементів літальних апаратів є лобове скління (ліхтар кабін пілотів), оскільки від його міцності залежить безпека екіпажу. Зі збільшенням швидкості літаків, розширенням мережі маршрутів та інтенсивності авіаційних вантажних і пасажирських перевезень зростає кількість зіткнень із птахами [1–3].

Для забезпечення нормального польоту велике значення має надійний захист від наддуву – статичного навантаження, яке виникає через перепад тисків зовні та всередині кабін літака. Це навантаження рівномірно розподіляється по всій площині скління. Перепад тисків зовні та в середині кабіни  $\Delta P$  на висоті 14500 м становить 0,172 МПа [4].

У більшості випадків проектування птахостійких елементів конструкцій літака здійснюється на основі експериментальних даних шляхом емпіричного підбору композиції пакета [5]. Теоретичне обґрунтування конструкторських рішень практично відсутнє. Це пояснюється складнотою розв'язку задач нестационарної динаміки багатошарових конструкцій при імпульсному й ударному навантаженні та опису процесу зіткнення з птахом [6–8].

Таким чином, актуальною залишається задача розробки ефективних методів дослідження деформування елементів багатошарового скління сучасних літаків, що дозволяє врахувати вплив усіх експлуатаційних навантажень.

Метою роботи є розробка методу розрахунку параметрів напружено-деформованого стану в шарах елементів багатошарового скління літаків під впливом статичних та динамічних експлуатаційних навантажень.

**Постановка задачі.** Розглянемо багатошарове скло як незамкнену багатошарову циліндричну оболонку радіусом  $R$ , яка складається з  $I$  ізотропних шарів сталої товщини. На координатній поверхні  $xOy$  оболонка займає область  $\Omega$ , обмежену довільним контуром  $\Gamma$ :  $x_\Gamma = x_\Gamma(s)$ ,  $y_\Gamma = y_\Gamma(s)$ , де  $s$  – поточна довжина дуги. За координатну поверхню приймається зовнішня поверхня першого шару. На оболонку діють нестационарні навантаження  $P = \{p_j(x, y, t)\}$ ,  $j = \overline{1, 3I+3}$ . Динамічна поведінка оболонки описується на основі кінематичних гіпотез, які враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини та інерції обертання нормального елемента у межах кожного шару [9, 10]:

$$u_k^i = u_k + \sum_{j=1}^{i-1} h_j u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, \quad k = 1, 2, 3, \quad i = \overline{1, I}, \quad (1)$$

де  $\delta_{i-1} \leq z \leq \delta_i$ ;  $\delta_i = \sum_{j=1}^i h_j$ ;  $h$  – товщина  $i$ -го шару;  $u_k = u_k(x, y, t)$ ,  $k = 1, 2, 3$  –

переміщення точки координатної поверхні в напрямку координатних осей;  $u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$ ,  $k = 1, 2$  – кути повороту нормального елемента в  $i$ -му шарі навколо координатних осей  $Ox$  та  $Oy$ ;  $u_{3+2I+i} = u_{3+2I+i}(x, y, t)$  – обтиснення нормального елемента в  $i$ -му шарі;  $t$  – час.

Деформації шарів визначаються відповідно до формул Коші [9, 10]. Напруження і деформації в шарах зв'язані за допомогою закону Гука. Рівняння руху багатошарової оболонки та граничні умови виводяться на основі варіаційного принципу Остроградського–Гамільтону з урахуванням кінематичних гіпотез (1).

Систему рівнянь руху оболонки та граничні умови на контурі  $\Gamma$  можна подати в матричному вигляді

$$\mathbf{M}\mathbf{U}_{,tt} + \Lambda\mathbf{U} = \mathbf{P}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, \quad t = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{B}^\Gamma \mathbf{U} = \mathbf{P}^\Gamma, \quad (3)$$

де  $\mathbf{U}$  – вектор, компонентами якого є шукані функції переміщень (1);  $\mathbf{M}$ ,  $\Lambda$  – квадратні матриці порядку  $3I+3$  [9, 10];  $\mathbf{P}$  – вектор навантажень.

Вигляд елементів матриці  $\mathbf{B}^\Gamma$  та вектора граничних навантажень  $\mathbf{P}^\Gamma$  залежить від граничних умов на контурі оболонки.

У випадку дії статичного надлишкового тиску (наддуву кабіни) система диференціальних рівнянь руху (2) перетворюється на систему алгебраїчних рівнянь пружності рівноваги оболонки [10].

**Метод розв'язання задачі.** Одними з універсальних методів розв'язання систем диференціальних рівнянь у частинних похідних є методи, які пов'язані з дискретизацією розглядуваної складної області або її межі [11–13].

Нижче розв'язок системи рівнянь (2) здійснюється методом занурення [9, 10]. Згідно з цим методом замість вихідної оболонки складної форми у плані розглядається допоміжна шарнірно оперта циліндрична оболонка прямокутної форми у плані з тими ж радіусом кривини та композицією шарів. В області  $\Omega$  допоміжна оболонка навантажена так, як і вихідна оболонка. Тотожність напруженено-деформованого стану в області  $\Omega$  допоміжної оболонки стану вихідної оболонки забезпечується шляхом додавання компенсуючих навантажень  $q_j^{comp}(t)$ ,  $j = \overline{1, 3I+3}$ , які неперервно розподіляються вздовж контуру  $\Gamma$ .

Компенсуючі навантаження входять у рівняння руху допоміжної оболонки у вигляді таких інтегральних співвідношень:

$$p_j^{comp}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{comp}(s, t) \delta(x - x_{\Gamma}, y - y_{\Gamma}) ds, \quad j, k = \overline{1, 3I+3},$$

де  $\delta(x - x_{\Gamma}, y - y_{\Gamma})$  – двовимірна  $\delta$ -функція.

Елементи матриці  $\zeta_{jk}$ , що не дорівнюють нулю, мають такий вигляд:

$$\zeta_{11} = \zeta_{12} = \zeta_{3+i3+i} = \zeta_{3+i+i3+I+i} = y'_{\Gamma}; \quad \zeta_{33} = \zeta_{3+2I+i3+2I+i} = 1;$$

$$\zeta_{12} = \zeta_{3+i3+I+i} = x'_{\Gamma}; \quad \zeta_{21} = \zeta_{3+i+i3+i} = -x'_{\Gamma}; \quad i = \overline{1, I},$$

де  $x'_{\Gamma} = dx_{\Gamma}/ds$ ;  $y'_{\Gamma} = dy_{\Gamma}/ds$ .

Компенсуючі навантаження визначаються з розв'язку системи інтегро-диференціальних рівнянь, в основі якої лежать граничні умови вихідної оболонки (3). Метод розв'язання цієї системи полягає в тому, що переміщення  $\mathbf{U}(1)$ , (2) та навантаження розвиваються в тригонометричні ряди по функціях, які задовільняють умови шарнірного опирання допоміжної прямокутної оболонки:

$$\begin{cases} u_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y); \\ p_j(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y); \\ p_j^{comp}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}^{comp}(t) B_{jmn}(x, y), \end{cases} \quad (4)$$

де

$$p_{jmn}(t) = \frac{4}{AB} \int_0^A \int_0^B p_j(t) B_{jmn}(x, y) dx dy;$$

$$p_{jmn}^{comp}(t) = \frac{4}{AB} \sum_{k=1}^{3I+3} \oint_{\Gamma} \zeta_{jk} q_k^{comp}(s, t) B_{jmn}(x_{\Gamma}, y_{\Gamma}) ds;$$

$$B_{1mn} = \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y); \quad B_{2mn} = \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y); \quad B_{3mn} = \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y);$$

$$B_{3+imn} = B_{1mn}; \quad B_{3+I+mn} = B_{2mn}; \quad B_{3+2I+imn} = B_{3mn};$$

$$\alpha_m = m\pi/A; \quad \beta_n = n\pi/B; \quad m = \overline{1, m}; \quad n = \overline{1, n}; \quad i = \overline{1, I}; \quad j = \overline{1, 3I+3},$$

$A, B$  – довжина твірної і напрямної допоміжної оболонки.

Окрім того, функції компенсуючих навантажень і граничних переміщень розвиваються в ряд уздовж контуру  $\Gamma$ :

$$\begin{aligned} q_j^{\text{comp}}(s, t) &= \sum_{\alpha=1, 2} \sum_{\mu=0}^{\infty} f_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \\ u_j(s, t) &= \sum_{\alpha=1, 2} \sum_{\mu=0}^{\infty} u_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \quad j = \overline{1, 3I+3}, \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$d_{1\mu} = \sin[\mu\gamma(s)]; \quad d_{2\mu} = \cos[\mu\gamma(s)]; \quad \gamma(s) = 2\pi \int_0^s d\tilde{s} \left/ \int_0^{s^*} d\tilde{s} \right., \quad 0 \leq \gamma(s) \leq 2\pi.$$

У результаті розвинення переміщень і зовнішніх навантажень у тригонометричні ряди по функціях (4) та (5) система (2) зводиться до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами і нульовими початковими умовами. Ця система інтегрується за допомогою однокрокового методу [9, 10], який ґрунтуються на розвиненні розв'язку в ряд Тейлора.

**Математична модель ударного імпульсу.** Пропонується математична модель імпульсу тиску, що виникає при зіткненні багатошарового скління кабіни пілотів із птахом. Птах моделюється еліпсоїдом обертання з півосіма  $a, b, c$ . Експериментально встановлено, що область взаємодії птаха з елементом скління являє собою еліптичну площину [14], а компоненти вектора навантаження  $\mathbf{P}$  в системі (2) можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} p_1 = p_2 = p_{3+i} = p_{3+I+i} = p_{3+2I+i} = 0; \quad p_3 = \frac{1}{2}[1+\text{sign}(\tau_b - t)]F(t), \quad i = \overline{1, I}, \\ F(t) = P_0 \left[ 1 - \frac{(x-x_1)^2}{u_b^2} - \frac{(y-y_1)^2}{v_b^2} \right]^{1/2}, \end{aligned}$$

де  $t$  – час дії імпульсу;  $u_b, v_b$  – півосі площини навантаження, які встановлюються на основі експериментальних даних;  $x_1, y_1$  – координати точки перетину траєкторії центра маси птаха з елементом скління.

Функція  $p_3(x, y, t)$  повинна задовольняти умову

$$P_b(t) = \iint_{\Omega(t)} p_3 d\Omega = \frac{2}{3} P_0 \pi u_b v_b,$$

де  $P_b(t)$  – сила контактної взаємодії птаха з склінням кабіни (миттєва сила удару);  $\Omega(t)$  – область контакту птаха з елементом скління.

Звідки отримаємо

$$P_0(t) = \frac{3P_b(t)}{2\pi u_b v_b}.$$

**Чисельні результати.** Теоретично й експериментально досліджено реакцію елемента скління ліхтаря кабіни літака АН-24 на удар птаха. Удар наносився в середину зовнішньої поверхні скління паралельно осі фюзеляжу літака. Експериментальне дослідження проводилося методом динамічної широкосмугової тензометрії [9, 10]. Скління розглядалося як пружно оперта циліндрична оболонка радіусом 1,1 м. Шари оболонки виконано з матеріалів із наступними характеристиками: силікатне скло – модуль пружності  $E_1 = 6,12 \cdot 10^4$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu_1 = 0,22$ , густота матеріалу  $\rho_1 = 2500$  кг/м<sup>3</sup>,  $i = 1, 3, 5$ ; полімерні матеріали – модулі пружності  $E_2 = 1$  МПа,  $E_4 = 280$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu_i = 0,39$ , густота матеріалу  $\rho_i = 1200$  кг/м<sup>3</sup>,  $i = 2, 4$ . Товщина шарів:  $h_1 = 5$  мм;  $h_2 = 5$  мм;  $h_3 = 6$  мм;  $h_4 = 2$  мм;  $h_5 = 10$  мм.

На рис. 1 показано розрахункову схему елемента скління, де точкою  $C$  позначено місце, в якому досліджувалися деформації. Геометричні параметри елемента скління такі:  $l_1 = 0,45$  м;  $l_2 = 0,36$  м;  $l_3 = 0,39$  м;  $l_4 = 0,34$  м;  $R_i = 0,04$  м,  $i = 1, 4$ .

На рис. 2 наведено залежність головної деформації  $\varepsilon_1^5$  від часу  $t$  в точці  $C$  при ударі птаха вагою 1,74 кг зі швидкістю 99,07 м/с.

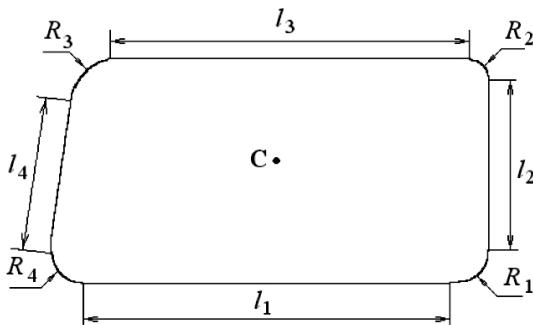


Рис. 1. Розрахункова схема елемента скління.

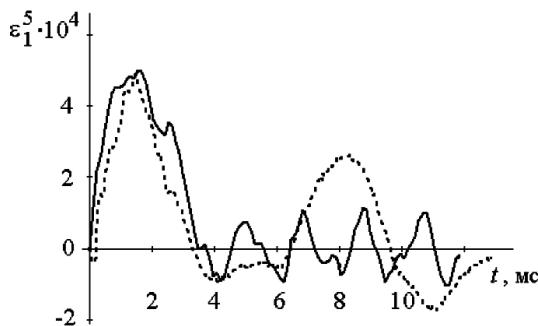


Рис. 2. Реакція елемента скління на удар птаха. (Суцільна лінія – розрахункові дані; пунктирна – експериментальні.)

Хороше узгодження результатів розрахунку, одержаних за допомогою розробленого метода, з експериментальними даними підтверджує їх вірогідність та можливість використання для розрахунку напруження в елементах скління.

Згідно з міжнародними вимогами скління кабін пілотів повинно витримувати максимальний надлишковий робочий тиск у кабіні  $P_{\text{роб}} = 6,18 \cdot 10^4$  Па та розрахунковий тиск  $P_p = 2,47 \cdot 10^5$  Па. Досліджено напруженій стан елемента скління літака

типу АН-158 під дією цих тисків. Скління має такі геометричні параметри:  $R = 1,34$  м;  $l_1 = 0,7$  м;  $l_2 = 0,54$  м;  $l_3 = 0,61$  м;  $l_4 = 0,55$  м;  $R_1 = 0,05$  м;  $R_2 = 0,03$  м;  $R_3 = 0,04$  м;  $R_4 = 0,045$  м.

Розглянуто п'ять варіантів скління: 1 – 5(4)12(2)6(5)5; 2 – 5(4)10(2)6(3)6; 3 – 5(4)12(2)5(3)5; 4 – 4(4)12(5)6; 5 – 5(4)12(5)8, товщини шарів указано у міліметрах, цифрами без дужок позначено товщини шарів із силікатного скла, у дужках – із полівінілбутіральної плівки ( $E = 280$  МПа,  $\nu = 0,39$ ,  $\rho = 1200$  кг/м<sup>3</sup>).

У таблиці наведено максимальні значення нормальних розтягуючих напружень при експлуатаційному та розрахунковому тиску.

#### Максимальні напруження в шарах скління

Варіанти скління	Максимальні нормальні розтягуючі напруження, МПа	
	експлуатаційне	розрахункове
1	8,6	34,3
2	9,4	38,0
3	9,5	38,1
4	12,1	48,3
5	10,7	43,0

Для всіх варіантів напруження при склінні від впливу наддуву не перевищували допустимих значень. Таким чином, запропоновані варіанти скління задовільняють експлуатаційні вимоги.

#### Висновки

1. Розроблено метод дослідження напружено-деформованого стану багатошарових елементів скління літаків, який базується на уточненій моделі скління і враховує вплив різних експлуатаційних факторів. Метод включає методику розрахунку на міцність багатошарового скління кабін пілотів літальних апаратів при ударі птаха та надлишковому тиску в кабіні пілотів.

2. На основі даних експерименту розроблено модель імпульсу, що виникає при зіткненні багатошарового скління з птахом. Модель вірогідно відтворює ударну дію птаха на скління.

3. Досліджено напружено-деформований стан у шарах елементів скління сучасних літаків під впливом реальних експлуатаційних навантажень. Установлено, що напруження, які виникають у цих умовах, не перевищують допустимих значень. Порівняння розрахункових результатів з експериментальними свідчить про їх хороший збіг.

4. Запропонований підхід та результати розрахунків дозволяють скоротити витрати і час на розрахунки, передпроектні й натурні випробування багатошарового авіаційного скління.

Роботу виконано у рамках Цільової програми наукових досліджень НАН України “Надійність і довговічність матеріалів, конструкцій, обладнання та споруд” (Ресурс-2).

#### Резюме

Разработан метод расчета на прочность многослойного остекления кабин пилотов летательных аппаратов под воздействием разных эксплуатационных факторов (удар

птицы, избыточное давление). Метод базируется на способе погружения исходной неканонической оболочки во вспомогательную оболочку канонической формы в плане с граничными условиями, позволяющими получить простое аналитическое решение задачи в виде тригонометрического ряда. Чтобы обеспечить выполнение исходных граничных условий, к вспомогательной оболочке прилагаются компенсирующие нагрузки, которые непрерывно распределены вдоль контура исходной оболочки. Компенсирующие нагрузки входят в уравнения движения вспомогательной оболочки как интегральные соотношения. Система уравнений движения преобразуется в систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, которая интегрируется методом разложения решения в ряд Тейлора. Остекление рассматривается как незамкнутая многослойная цилиндрическая оболочка, составленная из изотропных слоев постоянной толщины. Модель многослойного остекления базируется на уточненной теории первого порядка, которая учитывает деформации поперечного сдвига, обжатие по толщине, инерции вращения и обжатия нормального элемента в каждом слое. Для композиции в целом справедлива гипотеза ломаной линии. Модель импульса давления, которая достоверно воспроизводит ударное воздействие птицы на остекление, разработана на основе данных экспериментов. Исследовано напряженно-деформированное состояние элементов остекления самолетов типа АН при ударе птицы и под воздействием избыточного давления в кабине пилотов. Рассмотрены пять вариантов остекления. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными показало их хорошее согласование. Полученные результаты являются теоретической и практической основой для инженерных расчетов и оптимального проектирования многослойных элементов остекления самолетов при воздействии различных эксплуатационных факторов, что позволяет применять разработанный метод для оценки ресурса существующих и создания новых элементов остекления.

1. Johnson A. F. and Holzapfel M. Modelling soft body impact on composite structures. *Compos. Struct.* 2003. **61**, Nos. 1–2. P. 103–113.
2. Anghileri M., Castelletti L.-M. L., and Mazza V. Birdstrike: approaches to the analysis of impacts with penetration. *WIT Trans. Eng. Sci.* 2005. **49**. P. 63–74.
3. Ćwiklak J. Bird modelling for simulation of bird strikes. *J. KONES Powertrain Transport.* 2015. **22**, No. 2. P. 25–32.
4. Adamski M. and Maślowski A. On civil air task and e-training problems of UAV applications. *Zeszyty Naukowe.* 2011. **185A**. P. 7–18.
5. Abrate S. Soft impacts on aerospace structures. *Prog. Aerosp. Sci.* 2016. **81**. P. 1–17.
6. Heimbs S. Computational methods for bird strike simulations: a review. *Comput. Struct.* 2011. **89**, Nos. 23–24. P. 2093–2112.
7. Airoldi A. and Cacchione B. Modelling of impact forces and pressures in Lagrangian bird strike analyses. *Int. J. Impact Eng.* 2006. **32**, No. 10. P. 1651–1677.
8. Smoijver I. and Ivančević D. Bird strike damage analysis in aircraft structures using Abaqus/Explicit and coupled Eulerian Lagrangian approach. *Compos. Sci. Technol.* 2011. **71**, No. 4. P. 489–498.
9. Smetankina N. V., Shupikov A. N., Sotrikhin S. Yu., and Yareshchenko V. G. A noncanonically shape laminated plate subjected to impact loading: Theory and experiment. *J. Appl. Mech.* 2008. **75**, No. 5. P. 051004-1–051004-9.
10. Сметанкина Н. В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек. Харьков: Міськдрук, 2011. 376 с.

11. Lampart P., Rusanov A., Yershov S., et al. Validation of 3D RANS solver with a state equation of thermally perfect and calorically imperfect gas on a multi-stage low-pressure steam turbine flow. *J. Fluids Eng.* 2005. **127**, No. 1. P. 83–93.
12. Heimbs S., Ritzer J., and Markmiller J. A numerical method for blast shock wave analysis of missile launch from aircraft. *Int. J. Aerospace Eng.* 2015. **2015**. Article ID 897213. DOI: 10.1155/2015/897213.
13. Rusanov A., Rusanov R., and Lampart P. Designing and updating the flow part of axial and radial-axial turbines through mathematical modeling. *Open Eng.* 2015. **5**, No. 1. P. 399–410.
14. Shupikov A. N., Ugrimov S. V., Smetankina N. V., et al. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft components. *J. Aircraft.* 2013. **50**, No. 3. P. 817–826.

Поступила 22. 03. 2018