

Застосування модифікованої КТ-діаграми для оцінки втомної міцності за наявності концентратора напружень

О. М. Герасимчук

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, Київ, Україна

Запропоновано модель для оцінки втомної міцності зразків і елементів конструкцій з гострими та глибокими концентраторами напружень або дефектами, які можуть бути представлені в моделі як початкові тріщини. Модель розроблено на основі модифікації відомих підходів механіки руйнування з використанням модифікованої діаграми Кітави-Такагасі. Модель базується на тому факті, що під час циклічного навантаження зразків із гострим надрізом на рівні прикладеного розмаху бруто-напружень, нижчого за границю витривалості гладких зразків, від вершини такого надрізу проростає тріщина до певного розміру і припиняє своє подальше поширення внаслідок дії двох основних чинників: спадного градієнта локальних напружень попереду вершини надрізу та поступово зростаючого ефекту закриття тріщини позаду її вістря. Розмір такої тріщини залежить від рівня прикладеного розмаху напружень і глибини надрізу. Модель дозволяє розрахувати граничну криву порогових розмахів напружень та відповідних їм допустимих розмірів тріщини для гострого концентратора будь-якої глибини за допомогою тільки характеристик статичної міцності та мікроструктури вихідного матеріалу. Достовірність запропонованої моделі перевірено на експериментальних результатах, взятих із літературних джерел, і отримано добрий збіг розрахунку з експериментом. Перевагою моделі є відсутність потреби в проведенні довготривалих і трудомістких випробувань на втому та втомну тріщиностійкість, щоб отримати параметри, необхідні для її наповнення. Для розрахунку за моделлю достатньо мати лише дані про характеристики статичної міцності (модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона, границя пропорційності), які можна отримати під час випробувань на короткочасний розтяг стандартних зразків із даного матеріалу, та характеристики мікроструктури (розмір зерна, фактор Тейлора та вектор Бюргера), які визначаються з аналізу мікроструктури вихідного матеріалу.

Ключові слова: втомна міцність, концентратори напружень, гранична крива порогових розмахів напружень, КТ-діаграма, втомна тріщина.

Позначення

- b – модуль вектора Бюргера \vec{b}
- d – розмір зерна; максимальний розмір мікроструктурно короткої тріщини
- D – глибина концентратора
- E – модуль пружності
- h – відстань між сусідніми паралельними площинами ковзання у кристалічній ґратці
- ΔK_{th} – пороговий розмах коефіцієнта інтенсивності напружень
- $\Delta K_{th,d}$ – пороговий розмах коефіцієнта інтенсивності напружень для МКТ глибиною d
- $\Delta K_{th,eff}$ – пороговий ефективний розмах коефіцієнта інтенсивності напружень
- $\Delta K_{th,LC}$ – пороговий розмах коефіцієнта інтенсивності напружень для довгих тріщин
- K – коефіцієнт інтенсивності напружень
- K_f – ефективний коефіцієнт концентрації напружень
- K_t – теоретичний коефіцієнт концентрації напружень

$K_{th,d}, K_{th,LC}$	–	порогові коефіцієнти інтенсивності напружень у термінах максимального значення циклу навантаження
l	–	розмір (глибина) тріщини
l_c	–	параметр критичної відстані; характеристика матеріалу, яка визначає глибину поверхневого шару з відмінними від решти матеріалу механічними властивостями
l_D	–	додатковий розмір до розміру короткої тріщини у рівнянні Ель Хаддада
l_s	–	характеристика матеріалу, яка визначає глибину фізично малої тріщини під час зміни механізму її розповсюдження за рівня напруження, максимально наближеного до границі витривалості гладких зразків
M	–	фактор Тейлора
R	–	коефіцієнт асиметрії циклу
r_p	–	розмір циклічної пластичної зони
Y	–	геометричний фактор (корекція коефіцієнта інтенсивності напружень)
Y_1	–	геометричний фактор у найглибшій точці напівкруглого фронту плоскої поверхневої тріщини в залежності від M
Y_2	–	геометричний фактор у найглибшій точці напівкруглого фронту плоскої поверхневої тріщини, перпендикулярної до напрямку дії прикладеного напруження розтягу
ν	–	коефіцієнт Пуассона
ρ	–	радіус вершини концентратора, радіус вістря тріщини
$\Delta\sigma$	–	розмах напружень циклу
$\Delta\sigma_e$	–	границя витривалості гладких зразків у термінах розмаху напружень
$\Delta\sigma_R$	–	границя витривалості за асиметрії циклу R у термінах розмаху напружень
$\Delta\sigma_{th}$	–	пороговий розмах напружень за наявності тріщини
σ	–	напруження розтягу
σ_e	–	границя витривалості гладких зразків у термінах максимального напруження циклу
σ_f	–	напруження внутрішнього тертя в кристалічній ґратці
$\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$	–	максимальне і мінімальне напруження циклу навантаження
$\sigma_{\max,R}$	–	границя витривалості за асиметрії циклу R у термінах максимального напруження циклу
σ_p	–	границя пропорційності
σ_{-1}	–	границя витривалості за симетричного циклу навантаження (амплітудне або максимальне значення напружень циклу)
$\sigma_{-1,e}$	–	границя витривалості гладких зразків за симетричного циклу навантаження (амплітудне або максимальне значення напружень циклу)
$\sigma_{0,2}$	–	напруження текучості за деформації 0,2% (умовна границя текучості)
σ_{nom}	–	номінальне напруження
σ_{peak}	–	максимальне (пікове) локальне напруження у вершині концентратора за пружного розподілу локальних напружень
σ_{th}	–	порогове напруження за наявності тріщини
$\sigma_{th,\max}, \sigma_{th,\min}$	–	максимальне і мінімальне значення границі витривалості за наявності гострого концентратора напружень

Вступ. Деталі машин, які працюють в умовах змінних навантажень, зазнають втомних пошкоджень, що може призвести до зародження втомних тріщин, їх розповсюдження і врешті-решт до остаточного руйнування. Зародження втомних тріщин відбувається, як правило, у місцях концентрації напружень, зумовлених як конструкцією деталі (отвори, галтелі, шліци, гострі ребра і т.п.), так і дефектами технології отримання матеріалу (включення, нерозчинені осаджені частки, пори, мікротріщини і т.п.), з якого ці деталі виготовлено, або дефектами, що утворилися в процесі експлуатації (забоїни, подряпини, корозійні тріщини та ін.). Втомна міцність зразків та елементів конструкцій за наявності концентратора напружень аналізується за допомогою різних підходів [1–5] залежно від геометрії концентратора. Спільним у цих підходах є постулат про те, що втомна міцність зразків із концентратором визначається мінімальним локальним напруженням, необхідним для ініціювання втомної тріщини у вершині концентратора, яке дорівнює границі витривалості гладких зразків. Поряд із цим для деяких типів концентраторів (“гострих” і “глибоких”) втомна міцність може визначатись пороговим розмахом прикладеного напруження, за якого у вершині концентратора ініціюється втомна тріщина, що проростає до певного розміру і припиняє подальше поширення внаслідок дії двох основних чинників: спадаючого градієнта локальних напружень від вершини концентратора та поступово зростаючого ефекту закриття тріщини (часткового змикання берегів позаду вістря тріщини).

Вищевказаний постулат дуже добре ілюструє рис. 1,б, на якому класичну залежність порогового розмаху номінальних напружень $\Delta\sigma_{th}$ від теоретичного коефіцієнта концентрації напружень K_t (рис. 1,а) представлено у вигляді залежності розмаху максимальних (пікових) локальних напружень у вершині концентратора $K_t\Delta\sigma_{th}$ від K_t [6]. Видно, що мінімальні напруження, необхідні для ініціювання у вершині концентратора втомної тріщини за різних K_t , знаходяться на одному рівні, який відповідає границі витривалості гладких зразків.

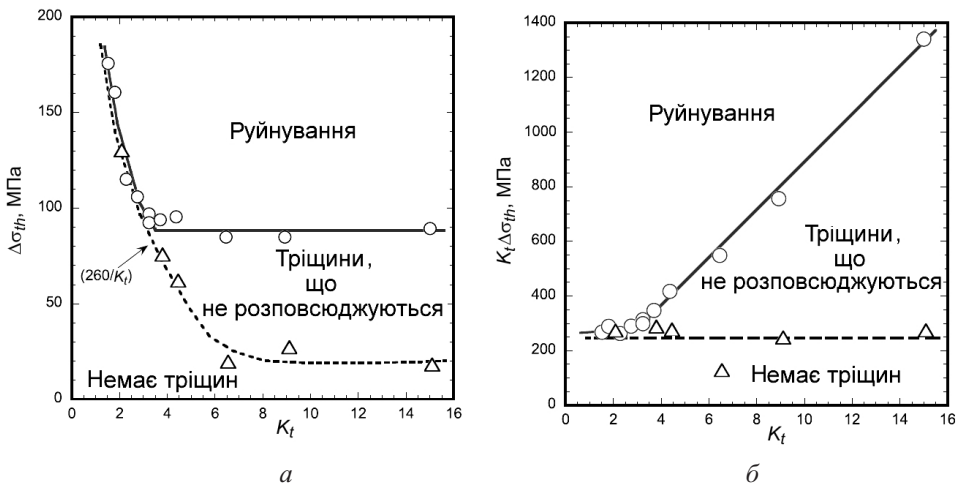


Рис. 1. Залежність порогового розмаху номінальних напружень $\Delta\sigma_{th}$ (а) та порогового розмаху максимальних (пікових) локальних напружень у вершині концентратора $K_t\Delta\sigma_{th}$ (б) від теоретичного коефіцієнта інтенсивності напружень K_t [6].

Раніше [7] було запропоновано оригінальний підхід, у якому за допомогою концепції критичної відстані виконано аналіз втомної міцності зразків із “тупими” і “мілкими” концентраторами ($K_t \leq 4$) за характеристиками статичної міцності та мікроструктури вихідного матеріалу. Критична відстань – це відстань від вершини кон-

центратора (у напрямку, перпендикулярному прикладеному нормальному напруженню), на якій розмах локальних напружень сягає рівня границі витривалості гладких зразків під час дії розмаху номінальних напружень, що дорівнює границі витривалості зразків із концентратором. Згідно з цим підходом припускалось, що поведінка зразків із концентраторами такого типу на рівні границі витривалості подібна поведінці гладких зразків. Іншими словами, якщо в гладких зразках на рівні границі витривалості можуть виникати тріщини, розмір яких не перевищує розмір зерна d , тобто мікроструктурно короткі тріщини (МКТ), як це стверджується, наприклад, у [8], то у зразках із тупими і мілкими концентраторами на рівні границі витривалості можуть утворюватись такого ж розміру тріщини, що далі не розповсюджуються. Саме таку поведінку зразків показано на рис. 1,а за $K_t \leq 4$. Отже, за такого підходу визначається так звана границя витривалості для ініціювання МКТ, і для її оцінки потрібно знати критичну відстань та рівняння кривої розподілу локальних напружень від вершини тупого концентратора.

У разі наявності гострих і глибоких концентраторів ($K_t > 4$) багато дослідників для аналізу втомної міцності пропонують підходи з використанням діаграми Кітагави–Такагасі (КТ-діаграми) [9]. КТ-діаграма є потужним інструментом механіки руйнування, який широко застосовується для прогнозування надійності та довговічності елементів конструкцій за наявності в них дефектів типу тріщин. Ця діаграма, яку ілюструє рис. 2,а, містить у собі два граничні (порогові) критерії для втоми: порогове напруження для втомного руйнування, тобто границя витривалості гладкого зразка, за малих розмірів тріщини і пороговий розмах коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) для росту втомної тріщини за більших її розмірів. Такий підхід забезпечує взаємозв'язок між традиційною оцінкою втомної довговічності за кривою втоми та її оцінкою на основі механіки руйнування за концепцією допустимого пошкодження, тобто допустимого розміру тріщини.

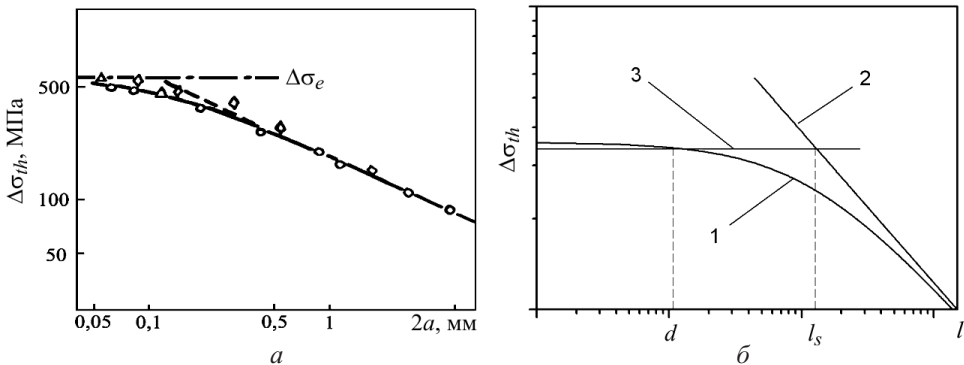


Рис. 2. КТ-діаграма: а – експериментальні результати Кітагави–Такагасі [9]; б – схематичне зображення КТ-діаграми [11] (l – графік рівняння (1); 2 – графік рівняння (3); 3 – графік рівняння $\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_e$).

Автори [9] вважали, що нерозповсюдження поверхневої втомної тріщини визначається постійною величиною порогового КІН для розмірів тріщини, більших ніж $\sim 0,5$ мм. Нижче за цей розмір відбувається перехід, за якого напруження, що дорівнює границі витривалості гладких зразків, скоріше, ніж пороговий КІН, є критичною умовою для розповсюдження дуже малих дефектів типу тріщин. Пізніше в [10] було запропоновано рівняння граничної кривої для порогових розмахів напруження $\Delta\sigma_{th}$ (на рис. 2,б крива 1), яка відображає цей поступовий перехід, використовуючи додатковий, фіктивний розмір l_D до розміру тріщини l , у наступному вигляді:

$$\Delta\sigma_{th} = \Delta K_{th,LC} / (Y\sqrt{\pi(l+l_D)}). \quad (1)$$

Тут l_D розраховується за формулою

$$l_D = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th,LC}}{Y\Delta\sigma_e} \right)^2, \quad (2)$$

де $\Delta K_{th,LC}$ – пороговий розмах КІН для довгих тріщин (ДТ), який характеризує мінімальну рушійну силу для них; $\Delta\sigma_e$ – границя витривалості гладких зразків; Y – геометричний фактор для тріщини. Область на діаграмі під кривою 1 на рис. 2,б є областю існування тріщин, що не розповсюджуються.

Крива 2 на рис. 2,б – це гранична крива для ДТ, яка описується наступним рівнянням:

$$\Delta\sigma_{th} = \Delta K_{th,LC} / (Y\sqrt{\pi l}). \quad (3)$$

Горизонтальна лінія 3 на рис. 2,б визначає границю витривалості гладких зразків і описується рівнянням $\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_e$. За правильної побудови діаграми, як було показано в [11], гранична крива 1 перетинає горизонтальну лінію 3 у точці з абсцисою, що дорівнює розміру зерна d матеріалу, вказуючи таким чином на наявність тріщини саме такого розміру на рівні границі витривалості гладких зразків.

Метою даної роботи є застосування модифікованої КТ-діаграми для оцінки втомної міцності зразків та елементів конструкцій з глибокими й гострими концентраторами напружень. Для цього в результаті модифікації відомих підходів [8, 12] розроблено модель, яка дозволяє розрахувати граничну криву порогових розмахів напружень і відповідних їм допустимих розмірів тріщин для концентраторів будь-якої глибини, використовуючи при цьому тільки характеристики статичної міцності та мікроструктури вихідного матеріалу. Достовірність запропонованої моделі перевірено на експериментальних результатах, взятих із літературних джерел.

Розробка моделі. Як показали експериментальні результати багатьох дослідників [2, 8, 12], порогові розмахи напружень для фізично малих тріщин (ФМТ) можуть бути значно меншими, ніж ті, що розраховуються за рівнянням (1). Це зумовлено не повністю розвиненим процесом закриття берегів ФМТ на відміну від ДТ. Отже, рівняння (1) дає неконсервативний прогноз для ФМТ. У [8] запропоновано модель для розрахунку $\Delta\sigma_{th}$, в якій за експоненціальним законом враховується збільшення рівня закриття тріщини зі збільшенням її розміру, і таким чином модифіковано КТ-діаграму:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th,d} + (\Delta K_{th,LC} - \Delta K_{th,d})(1 - e^{-k(l-d)})}{Y\sqrt{\pi l}} \quad \text{за } l \geq d, \quad (4)$$

де $\Delta K_{th,d}$ – пороговий розмах КІН для МКТ розміром d ,

$$\Delta K_{th,d} = \Delta\sigma_e Y\sqrt{\pi d}; \quad (5)$$

k – параметр, який визначає розвиток закриття тріщини,

$$k = \frac{\Delta K_{th,d}}{4d(\Delta K_{th,LC} - \Delta K_{th,d})}. \quad (6)$$

Вираз у чисельнику формули (4) є апроксимацією так званої “кривої опору втомній тріщині”, або просто “кривої опору” (resistance curve, *R-curve*), а множник біля d у формулі (6) є підганяльним, і у [8] припускалося, що за коефіцієнта 4 отримано найкращий збіг розрахунку за формулою (4) з експериментальними даними для матеріалів, які розглядалися. Гранічну криву, побудовану у логарифмічних координатах за рівнянням (4), показано на рис. 3 (крива 4). Як видно, гранична крива 4 також перетинає горизонтальну лінію 3 у точці з абсцисою d , а для ДТ збігається з граничною кривою 1 за рівнянням (1) [10] і граничною кривою 2. На ділянці ФМТ крива 4 зменшує область існування тріщин, що не розповсюджуються, порівняно з кривою 1. Таким чином, оцінка порогового розмаху напружень $\Delta\sigma_{th}$ для ФМТ за моделлю (4) [8] потребує експериментального визначення характеристик матеріалу $\Delta\sigma_e$, $\Delta K_{th,LC}$ та d .

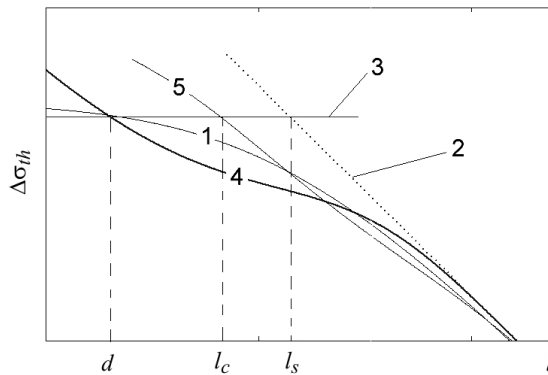


Рис. 3. Модифікована КТ-діаграма: 1 – гранична крива за рівнянням (1) [10]; 2 – гранична крива для ДТ за рівнянням (3); 3 – графік рівняння $\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_e$; 4 – гранична крива за рівнянням (4) [8]; 5 – гранична крива за рівнянням (7).

Однак модель (4) [8] не враховує вплив початкового дефекту (або гострого концентратора), від якого під час циклічного навантаження нижче рівня границі витривалості гладких зразків проростає тріщина. Як показано у роботі [2], область існування тріщин, що не розповсюджуються, суттєво зменшується зі збільшенням глибини такого дефекту. Цей вплив ураховано у моделі, запропонованій у [12]. Рівняння для розрахунку граничної кривої в залежності від глибини концентратора має наступний вигляд [12]:

$$\Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th,eff} + (\Delta K_{th,LC} - \Delta K_{th,eff}) \left[1 - \sum_{i=1}^n v_i \exp(-l/l_i) \right]}{Y \sqrt{\pi(D+l)}}, \quad (7)$$

де $\Delta K_{th,eff}$ – ефективне значення $\Delta K_{th,LC}$, тобто без урахування закриття тріщини, яке характеризує максимальний опір матеріалу розвитку тріщини; l – розмір тріщини від вершини концентратора; Y – геометричний фактор для концентратора у вигляді тріщини; l_i – розмір ділянки тріщини, де переважає певний механізм її закриття; v_i – ваговий відсоток. Параметри v_i та l_i є підганяльними.

У [12] гострий концентратор приймають за тріщину розміром D , у якій під час циклічного навантаження не зникаються береги. Тому пороговий розмах КІН для такої тріщини дорівнює ефективному його значенню $\Delta K_{th,eff}$. Як і у рівнянні (4), вираз у чисельнику формули (7) є апроксимацією кривої опору. Для розрахунку за моделлю (7) потрібно мати експериментально визначену криву опору у координатах $\Delta K_{th} - l$, з якої визначаються всі необхідні для цього параметри.

Потрібно розрізняти значення $\Delta K_{th,d}$ із (4) та $\Delta K_{th,eff}$ із (7), хоча вони характеризують у цих рівняннях одну й ту саму величину тільки з різних точок зору. Якщо побудувати графік функції $\Delta\sigma_{th}(l)$ згідно з формулою (7) за $D=0$, то він перетне горизонтальну лінію $\Delta\sigma_{th}(l)=\Delta\sigma_e$ у точці з абсцисою l_c , яка не дорівнює d (на рис. 3 крива 5). Таким чином, можна припустити, що існує тріщина, яка не розповсюджується, розміром l_c на рівні границі витривалості гладких зразків. Але це не так. Така розбіжність виникає внаслідок різних підходів до опису поведінки коротких тріщин.

Так, у [8] при визначенні КІН $\Delta K_{th,d}$ для короткої тріщини використовується вираз (5) як для довгої тріщини, не враховуючи при цьому, що розмір пластичної зони попереду вістря такої короткої тріщини сумірний з розміром тріщини. Тому значення $\Delta K_{th,d}$ не відповідає дійсному значенню порогового КІН для короткої тріщини розміром d , яке повинно дорівнювати $\Delta K_{th,eff}$, оскільки для такої тріщини ефект закриття ще відсутній. Отже, у цьому випадку маємо дійсний розмір тріщини на рівні границі витривалості гладких зразків, але фіктивний пороговий КІН.

В іншому випадку можна записати вираз для визначення порогового КІН $\Delta K_{th,eff}$ для короткої тріщини розміром d , використовуючи поправку Дагдейла на пластичність для коротких тріщин, наступним чином [13]:

$$\Delta K_{th,eff} = (2\sqrt{\pi r_e F} + Y\sqrt{\pi d F})\sigma_e, \quad (8)$$

де F – поправка Дагдейла на пластичність,

$$F = \frac{1}{2} \left[\sec \left(\frac{\pi \sigma_e}{2\sigma_Y} \right) + 1 \right]; \quad (9)$$

d – лінійний розмір тріщини (отже, dF – лінійний розмір тріщини разом із пластичною зоною r_p попереду її вістря, на відміну від виразу КІН для довгих тріщин, $K = Y\sigma\sqrt{\pi l}$, де l – лінійний розмір тріщини разом із пластичною зоною r_p попереду її вістря, оскільки у цьому випадку $r_p \ll l$); σ_Y – напруження текучості (можна використати або границю пропорційності σ_p або умовну границю текучості $\sigma_{0,2}$); σ_e – границя витривалості гладких зразків у термінах максимального напруження циклу; r_e – відстань попереду вістря тріщини, уздовж якої локальне максимальне напруження вважається постійним, $r_e = \rho/8$ (ρ – радіус вістря тріщини).

Рівняння (8) можна переписати у наступному вигляді:

$$\Delta K_{th,eff} = \sqrt{l_c} \sigma_e. \quad (10)$$

Ідентичність рівнянь (8) і (10) легко перевірити, якщо є експериментальні дані щодо $\Delta K_{th,eff}$, σ_e , σ_Y та d , а ρ прийняти рівним $0,06d$ для ізотропного матеріалу або $0,03d$ для сильно текстурованого, як пропонується у [14]. Таким чином, розмір l_c – це фіктивна величина. Отже, у цьому випадку (рівняння (7)) маємо дійсну величину порогового КІН для МКТ, але при цьому – фіктивний розмір короткої тріщини на рівні границі витривалості гладких зразків.

Недоліками вищенаведених моделей для прогнозування втомної міцності є наявність підганяльних параметрів, а також необхідність проведення додаткових експериментів із метою визначення параметрів рівнянь (4) та (7).

У даній роботі пропонується модель, що є модифікацією моделей (4) і (7) у комбінації з раніше [15] запропонованою моделлю росту ФМТ. Модель може бути використана для оцінки втомної міцності зразків і елементів конструкцій, які містять

глибокі та гострі концентратори напружень або поверхневі дефекти у вигляді початкових тріщин. Рівняння граничної кривої порогових напружень у термінах максимального напруження циклу за симетричного циклу навантаження для концентратора глибиною D пропонується у наступному вигляді:

$$\sigma_{th} = \frac{K_{th,d} + (K_{th,LC} - K_{th,d})(1 - e^{-k(l-d)})}{Y\sqrt{\pi(D+l)}} \quad \text{за } l \geq d, \quad (11)$$

де

$$K_{th,d} = \sigma_{-1,e} Y_1 \sqrt{\pi d}; \quad (12)$$

$$K_{th,LC} = \sigma_{-1,e} Y_2 \sqrt{\pi l_s} = K_{th,d} \frac{Y_2}{Y_1} \sqrt{\frac{l_s}{d}}; \quad (13)$$

$$k = \frac{K_{th,d}}{l_c(K_{th,LC} - K_{th,d})} = \left[l_c \left(\frac{Y_2}{Y_1} \sqrt{\frac{l_s}{d}} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (14)$$

З урахуванням (12)–(14) рівняння (11) набуває вигляду

$$\sigma_{th} = \sigma_{-1,e} Y_1 \sqrt{\pi d} \frac{1 + \left(\frac{Y_2}{Y_1} \sqrt{\frac{l_s}{d}} - 1 \right) \left\{ 1 - \exp \left[(d-l) / \left(\left(\frac{Y_2}{Y_1} \sqrt{\frac{l_s}{d}} - 1 \right) l_c \right) \right] \right\}}{Y\sqrt{\pi(D+l)}} \quad \text{за } l \geq d, \quad (15)$$

де Y_1 – геометричний фактор для МКТ глибиною в один розмір зерна d , $0,67 \leq Y_1 \leq 0,73$ в залежності від M [7],

$$Y_1 = Y_2 (2\sqrt{1/(d/l_s + 1)} - 1); \quad (16)$$

Y_2 – геометричний фактор для ДТ, $Y_2 = 0,73$ [15]; Y – геометричний фактор для концентратора разом із тріщиною $D+l$.

Параметр l_s , аналогічний l_D з рівняння (2), розраховується за формулою, запропонованою в [11]:

$$l_s = \frac{8^2 \pi (1+\nu)^2 h}{12M^2 b} d, \quad (17)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона; b – модуль вектора Бюргерса; M – фактор Тейлора; h – відстань між сусідніми паралельними площинами ковзання у кристалічній ґратці залежно від того, яка система ковзання активується відповідно до визначеного фактора Тейлора. Як було показано раніше [11, 15], параметр l_s характеризує глибину поверхневої напівкруглої ФМТ під час зміни механізму її розповсюдження в гладких зразках за рівня одновісного напруження розтягу, що перевищує границю витривалості на нескінченно малу величину. З іншого боку, він характеризує глибину поверхневої напівкруглої ФМТ, на якій досягається максимальний рівень закриття у її вістрі, що відповідає рівню закриття ДТ за рушійної сили, еквівалентної $\Delta K_{th,LC}$. Тобто, параметр l_D із рівняння (2), який в загальному випадку Y є фіктивною величиною, за $Y = Y_2$ набуває фізичного змісту і є характеристикою матеріалу l_s ,

яка визначається рівнянням (17), на відміну від поширеної раніше думки, що характеристикою матеріалу є параметр l_0 , оскільки він не залежить від Y і визначається як

$$l_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th,LC}}{\Delta \sigma_e} \right)^2, \quad (18)$$

або, враховуючи (2) і (18), –

$$l_0 = l_D Y^2. \quad (19)$$

Але ж формула (18) – це та сама формула (2), тільки за $Y = 1$, тобто для центральної наскрізної тріщини у нескінченній площині одиначної товщини, перпендикулярної напрямку дії одновісного напруження розтягу. Таким чином, l_0 – це також фіктивна величина і не має фізичного змісту.

Параметр l_c можна розрахувати за феноменологічною залежністю від розміру зерна d [7]:

$$l_c = E^2 b \{A + B \arctg [(E\sqrt{b/4d} - A)/B]\}^{-2}, \quad (20)$$

де $A = (\sigma_f + \sigma_p)/2$; $B = (\sigma_p - \sigma_f)/\pi$; $\sigma_f \cong ME[2(1+\nu)]^{-1} \cdot 10^{-3}$ – напруження внутрішнього тертя в кристалічній ґратці; σ_p – границя пропорційності; E – модуль пружності.

Як було показано раніше [7], саме параметр l_c є параметром критичної відстані і характеризує глибину поверхневого шару з відмінними від решти матеріалу механічними властивостями [16], в якому під час циклічного навантаження відбуваються локальні пластичні деформації. Однак багатьма авторами за параметр критичної відстані приймається параметр l_0 або l_D . Але таке припущення є хибним, оскільки ці параметри, як вищевказувалось, мають різний фізичний зміст. Хоча в деяких випадках значення параметрів l_s та l_c можуть збігатись, але такий збіг випадковий і залежить, передусім, від розміру зерна матеріалу. Так, згідно з формулою (17), для сплавів із гексагональною щільно упакованою кристалічною ґраткою $l_s \approx (12 \dots 13)d$, а для сплавів з об'ємноцентричною (ОЦК) і гранецентричною (ГЦК) кристалічними ґратками $l_s \approx (6 \dots 8)d$. У той час як для дрібнозернистих (високоміцних) матеріалів l_c може дорівнювати або перевищувати l_s , то для матеріалів із дуже великим зерном (більш пластичних) l_c може навіть не перевищувати розмір одного зерна. При цьому для дрібнозернистих матеріалів розмір l_c за абсолютною величиною значно менший, ніж для крупнозернистих. Іншими словами, відношення l_s/d не залежить від d , а відношення l_c/d залежить.

Границя витривалості за симетричного циклу навантаження гладких зразків $\sigma_{-1,e}$ розраховується за формулою [7]

$$\sigma_{-1,e} = E\sqrt{b/l_c}. \quad (21)$$

Для симетричного циклу навантаження формули (10) та (21) ідентичні, оскільки, як було показано у [17], $\Delta K_{th,eff}$ можна оцінити за рівнянням

$$\Delta K_{th,eff} = E\sqrt{b}. \quad (22)$$

Поряд із цим параметр l_c у рівнянні (10) є фіктивною величиною, враховуючи (8), а у рівнянні (21) має конкретний фізичний зміст, про що вказувалось вище.

Оскільки відношення $1 \leq Y_2/Y_1 \leq 1,09$ є несуттєвим для рівняння (15), ним можна знехтувати, і в остаточному варіанті рівняння для оцінки порогового напруження з урахуванням (21) матиме наступний вигляд:

$$\sigma_{th} = E\sqrt{b/l_c} Y_1 \sqrt{d} \frac{1 + (\sqrt{l_s/d} - 1) \{1 - \exp[(d-l)/((\sqrt{l_s/d} - 1)l_c)]\}}{Y\sqrt{D+l}} \quad \text{за } l \geq d \quad (23)$$

або

$$\sigma_{th} = \sigma_{-1,e} / K_f, \quad (24)$$

де K_f – ефективний коефіцієнт концентрації напружень,

$$K_f = \frac{1}{Y_1 \sqrt{d}} \frac{Y\sqrt{D+l}}{1 + (\sqrt{l_s/d} - 1) \{1 - \exp[(d-l)/((\sqrt{l_s/d} - 1)l_c)]\}} \quad \text{за } l \geq d. \quad (25)$$

Як видно з формул (24) і (25), для оцінки втомної міцності у випадку гострих та глибоких концентраторів також можна застосовувати єдиний підхід із використанням ефективного коефіцієнта інтенсивності напружень, як і для тупих та мілких концентраторів. Відмінність полягає тільки у підходах для визначення K_f . Окрім того, зауважимо, що в результаті оцінки за формулою (23) отримаємо брутто-напруження.

Під час оцінки втомної міцності за наявності асиметрії циклу R у термінах розмаху прикладених напружень ($\Delta\sigma_R$) та у термінах максимального прикладеного напруження циклу ($\sigma_{\max,R}$) можна скористатися емпіричними формулами, запропонованими, наприклад, у [18]:

$$\Delta\sigma_R = \frac{2\sigma_{-1,e}}{1 + (\sigma_{-1,e}(1+R))/(\sigma_{0,2}(1-R))}; \quad (26)$$

$$\sigma_{\max,R} = \Delta\sigma_R / (1-R), \quad (27)$$

де R – коефіцієнт асиметрії циклу, $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$. Потім отримане значення $\sigma_{\max,R}$ підставити у рівняння (24) замість $\sigma_{-1,e}$.

Результати розрахунку та їх обговорення. Для розрахунку за запропонованою моделлю і порівняння отриманих даних з експериментальними скористаємося результатами праць [2, 12]. У [2] досліджувались зразки з конструкційної вуглецевої сталі SM41B у вигляді смужки шириною 45 мм і товщиною 4 мм із центральним наскрізним прорізом довжиною 6 мм і радіусом у вершинах 0,16 мм, перпендикулярним напрямку навантаження. Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень $K_t = 8,48$. Зразки навантажувались розтягом–стиском за симетричного циклу. Матеріал зразків має феритно-перлітну мікроструктуру з розміром феритного зерна 64 мкм, напруження текучості $\sigma_{0,2} = 194$ МПа. Отже, під час розрахунку за моделлю (23) з урахуванням (17), (20) та (21) використовувались наступні вихідні дані: для сталі SM41B $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $\sigma_p \cong 0,8\sigma_{0,2} = 155,2$ МПа; $d = 64 \cdot 10^{-6}$ м; для сталей $|\bar{b}| = 2,48 \cdot 10^{-10}$ м [17], тоді згідно з [15] маємо $b = |\bar{b}|(2-\nu)/2 = 2,108 \cdot 10^{-10}$ м; $M = 2$, тобто використано найменше значення (найнебезпечніший випадок), оскільки дані про текстуру даного матеріалу відсутні; $Y_1 = 0,67$ для $M = 2$ згідно з [15]; для ОЦК кристалічної ґратки – $|\bar{b}|/h = 1,414$ згідно з [19], отже, $h = 1,754 \cdot 10^{-10}$ м. Оскільки для концентратора $K_t = 8,48$ знаходиться практично в межах незалежної від нього

ділянки діаграми (рис. 1,а), то його цілком логічно можна вважати тріщиною. Іншими словами, припускається, що розподіл локальних напружень від вершини такого концентратора аналогічний розподілу біля вістря ДТ. Даний концентратор можна також розглядати як крайову наскрізну тріщину глибиною, яка у два рази менша, ніж довжина наскрізного прорізу, тобто $D = 3$ мм. Тоді отриманий результат розрахунку за рівнянням (23) потрібно подвоїти. Для такої тріщини згідно з [20] маємо $Y = 1,12$.

У [12] досліджувались зразки з конструкційної сталі 25CrMo4 у вигляді смужки розміром $100 \times 20 \times 6$ мм із вузьким гострим крайовим наскрізним вирізом різної глибини: 0,813, 2,19 і 5,39 мм. Зразки навантажувались восьмиточковим згином за симетричного циклу. Матеріал зразків має бейнітну мікроструктуру з розміром зерна $d \cong 50$ мкм [21], невиразну текстуру та умовну границю текучості $\sigma_{0,2} = 512$ МПа [12]. Отже, під час розрахунку використовувались наступні вихідні дані: $E = 2,16 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,3$; $\sigma_p \cong 0,8\sigma_{0,2} = 410$ МПа; $d = 50 \cdot 10^{-6}$ м; $b = 2,108 \cdot 10^{-10}$ м; $h = 1,754 \cdot 10^{-10}$ м; $M = 2$; $Y_1 = 0,67$; $Y = 1,12$. Таким чином, маємо всі необхідні для розрахунку вихідні дані.

На рис. 4 наведено граничні криві, розраховані за рівнянням (23) з урахуванням (17), (20) і (21), у порівнянні з експериментально отриманими даними вимірювань розміру тріщини, що утворилась від вершини концентратора і далі не розповсюджувалась, для декількох рівнів навантаження зразків.

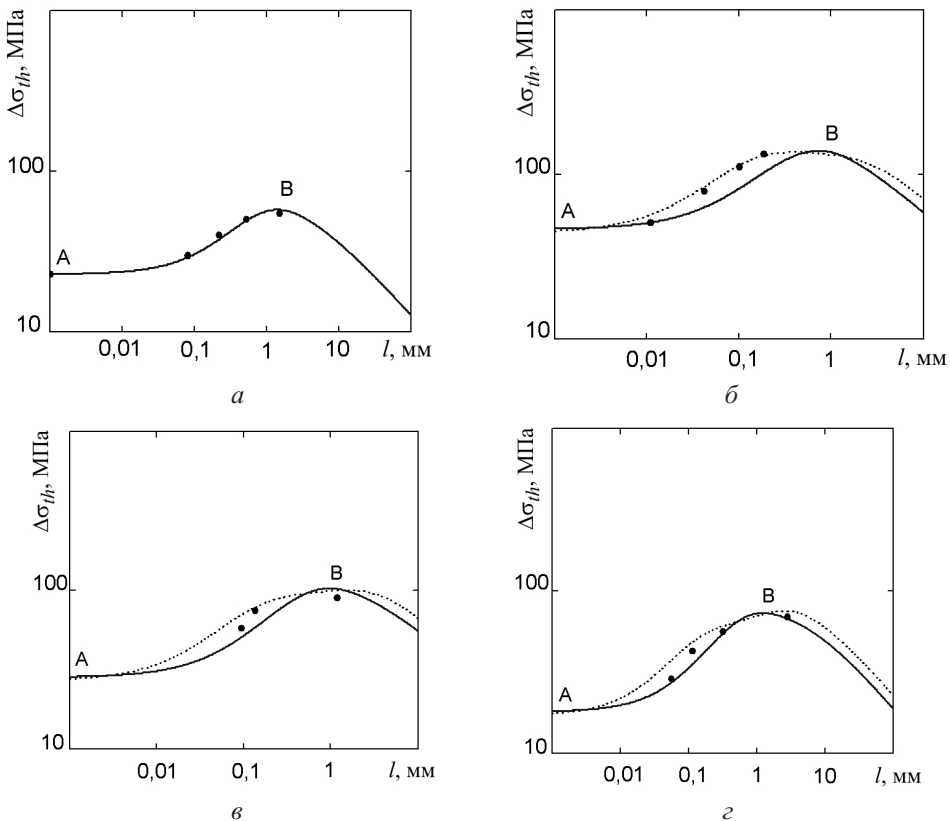


Рис. 4. Порівняння розрахованих граничних кривих (лінії) з експериментальними даними (точки): а – зразки зі сталі SM41B з $D = 3$ мм; б, в, г – зразки зі сталі 25CrMo4 з $D = 0,813$; 2,19 і 5,39 мм відповідно. (Суцільні лінії – за рівнянням (23), пунктирні – за рівнянням (7) [12]; А, В – мінімальне і максимальне значення границі витривалості для даного концентратора відповідно.)

Як видно, розраховані криві порогових напружень добре узгоджуються з експериментальними результатами, що підтверджує достовірність запропонованої моделі. При цьому розрахунок за запропонованою моделлю (23) дає консервативну оцінку, а розрахунок за рівнянням (7) – дещо завищену, тобто неконсервативну. Окрім вищевказаного, перевагою запропонованої моделі є відсутність потреби проведення довготривалих і трудомістких випробувань на втому та втомну тріщиностійкість для отримання параметрів, необхідних для наповнення моделі. Для розрахунку за моделлю (23) достатньо мати лише дані про характеристики статичної міцності E , ν , σ_p , які можна отримати під час випробувань на короткочасний розтяг стандартних зразків із даного матеріалу, та характеристики мікроструктури d , M , b , h , які визначаються з аналізу мікроструктури вихідного матеріалу.

Мінімальне $\sigma_{th, \min}$ та максимальне $\sigma_{th, \max}$ значення границь витривалості для концентраторів, що розглядаються, можуть бути оцінені також за наступними простими формулами:

$$\sigma_{th, \min} = \Delta K_{th, eff} / (Y \sqrt{\pi D}); \quad (28)$$

$$\sigma_{th, \max} = \sigma_{-1, e} / \sqrt{D/l_s + 1}. \quad (29)$$

За формулою (28) можна визначити порогове напруження, необхідне для ініціювання тріщини від вершини концентратора у вигляді ДТ, в якій відсутнє змикання берегів. А формула (29) – це модифікована автором (l_0/Y^2 замінено l_s) так звана ALM модель для гострих та глибоких концентраторів, яка була отримана в [3] за допомогою КТ-діаграми. Розрахунок за цими формулами дає приблизно такий же результат, як і за рівнянням (23) для вказаних концентраторів. Розрахунок за формулою (28) дає повністю неконсервативний результат порівняно з (23), похибка становить +0,3...+13,4%. Розрахунок за формулою (29) дає консервативний результат порівняно з рівнянням (23), похибка дорівнює -1,9 (рис. 4,а); -3,8 (рис. 4,б); -11,2 (рис. 4,в) і -16,3% (рис. 4,г). Отже, отримані дані є ще консервативнішими, ніж експериментальні. Натомість перевагою рівняння (23), окрім консервативного прогнозу порівняно з експериментальними даними є можливість визначення розміру тріщини, що не розповсюджується, яка відповідає розрахованому пороговому напруженню.

Висновки

1. Запропонована модель для оцінки втомної міцності дозволяє розрахувати граничну криву порогових розмахів напружень і відповідних їм допустимих розмірів втомної тріщини для зразків/елементів конструкцій з гострими концентраторами напружень ($K_t > 4$) або дефектами будь-якої глибини.
2. Перевагою моделі є відсутність потреби проведення довготривалих і трудомістких випробувань на втому та втомну тріщиностійкість для отримання параметрів, необхідних для наповнення моделі. Для розрахунку за моделлю (23) достатньо мати лише дані про характеристики статичної міцності E , ν , σ_p , які отримують із випробувань на короткочасний розтяг стандартних зразків із даного матеріалу, та характеристики мікроструктури d , M , b , h , які визначають з аналізу мікроструктури вихідного матеріалу.
3. Достовірність моделі перевірено на експериментальних результатах для конструкційних сталей SM41B та 25CrMo4, взятих із літературних джерел, і отримано добрий їх збіг.
4. Практичне значення запропонованої моделі полягає у можливості прогнозування розміру тріщини, яка не розповсюджується за певного розмаху напружень,

що має надзвичайно важливе значення під час вирішення задачі прогнозування ресурсу елементів конструкцій за концепцією допустимого пошкодження.

Резюме

Предложена модель для оценки усталостной прочности образцов и элементов конструкций с острыми и глубокими концентраторами напряжений или дефектами, которые могут быть представлены в модели как начальные трещины. Модель разработана на основе модификации известных подходов механики разрушения с использованием модифицированной диаграммы Китагавы–Такагаси. Модель базируется на том факте, что при циклическом нагружении образцов с острым надрезом на уровне приложенного размаха брутто-напряжений, который ниже предела выносливости гладких образцов, от вершины такого надреза прорастает трещина до определенного размера и прекращает свое дальнейшее распространение в результате действия двух основных факторов: спадающего градиента локальных напряжений впереди вершины надреза и постепенно нарастающего эффекта закрытия в устье трещины. Размер такой трещины зависит от уровня приложенного размаха напряжений и глубины надреза. Модель позволяет рассчитать предельную кривую пороговых размахов напряжений и соответствующих им допустимых размеров трещины для острого концентратора различной глубины с использованием только характеристик статической прочности и микроструктуры. Достоверность предложенной модели проверена на экспериментальных результатах, взятых из литературных источников, и получена хорошая сходимость расчета с экспериментом. Преимуществом модели является отсутствие необходимости проведения длительных и трудоемких испытаний на усталость и усталостную трещиностойкость, чтобы получить параметры, необходимые для ее наполнения. Для расчета по модели достаточно иметь лишь данные о характеристиках статической прочности (модуль Юнга, коэффициент Пуассона и предел пропорциональности), получаемых из испытаний на кратковременное растяжение стандартных образцов из исследуемого материала, и характеристиках микроструктуры (размер зерна, фактор Тейлора и вектор Бюргерса), определяемых при анализе микроструктуры исходного материала.

1. Lukáš P. and Klesnil M. Fatigue limit of notched bodies. *Mater. Sci. Eng.* 1978. **34**, No. 1. P. 61–66.
2. Tanaka K. and Akiniwa Y. Resistance-curve method for predicting propagation threshold of short fatigue cracks at notches. *Eng. Fract. Mech.* 1988. **30**, No. 6. P. 863–876.
3. Atzori B., Lazzarin P., and Meneghetti G. Fracture mechanics and notch sensitivity. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2003. **26**, No. 3. P. 257–267.
4. Ciavarella M. and Meneghetti G. On fatigue limit in the presence of notches: classical vs. recent unified formulations. *Int. J. Fatigue.* 2004. **26**, No. 3. P. 289–298.
5. Ting J. C. and Lawrence F. V., Jr. A crack closure model for predicting the threshold stresses of notches. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 1993. **16**, No. 1. P. 93–114.
6. Sadananda K., Sarkar S., Kujawski D., and Vasudevan A. K. A two-parameter analysis of $S-N$ fatigue life using $\Delta\sigma$ and σ_{\max} . *Int. J. Fatigue.* 2009. **31**, Nos. 11–12. P. 1648–1659.
7. Herasymchuk O. M., Kononuchenko O. V., and Bondarchuk V. I. Fatigue life calculation for titanium alloys considering the influence of microstructure and manufacturing defects. *Int. J. Fatigue.* 2015. **81**. P. 257–264.

8. Chapetti M. D. Fatigue propagation threshold of short cracks under constant amplitude loading. *Int. J. Fatigue*. 2003. **25**, No. 12. P. 1319–1326.
9. Kitagawa H. and Takahashi S. Applicability of fracture mechanics to very small cracks or the cracks in the early stage. Proc. of the Second Int. Conf. of Mechanical Behavior of Materials. Metals Park (OH): ASM, 1976. P. 627–631.
10. El Haddad M. H., Topper T. H., and Smith K. N. Prediction of non propagating cracks. *Eng. Fract. Mech.* 1979. **11**, No. 3. P. 573–584.
11. Герасимчук О. Н. Взаимосвязь между пороговыми размахами коэффициента интенсивности напряжений и переход от короткой к длинной усталостной трещине. *Пробл. прочности*. 2014. № 3. С 77–95.
12. Maierhofer J., Gänser H.-P., and Pippan R. Modified Kitagawa–Takahashi diagram accounting for finite notch depths. *Int. J. Fatigue*. 2015. **70**. P. 503–509.
13. McEvily A. J., Endo M., and Murakami Y. On the \sqrt{area} relationship and the short fatigue threshold. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2003. **26**, No. 3. P. 269–278.
14. Herasymchuk O. M., Kononuchenko O. V., Markovsky P. E., and Bondarchuk V. I. Calculating the fatigue life of smooth specimens of two-phase titanium alloys subject to symmetric uniaxial cyclic load of constant amplitude. *Int. J. Fatigue*. 2016. **83**, Part 2. P 313–322.
15. Herasymchuk O. M. Microstructurally-dependent model for predicting the kinetics of physically small and long fatigue crack growth. *Int. J. Fatigue*. 2015. **81**. P 148–161.
16. Ostash O. P. and Panasyuk V. V. Fatigue process zone at notches. *Int. J. Fatigue*. 2001. **23**, No. 7. P. 627–636.
17. Hertzberg R. W. A simple calculation of $da/dN - \Delta K$ data in the near threshold regime and above. *Int. J. Fracture*. 1993. **64**. P. R53–R58.
18. Herasymchuk Oleh and Herasymchuk Olena. Theoretical estimation of fatigue life under regular cyclic loading. *Mech. Adv. Technol.* 2017. **79**, No. 1. P. 49–56.
19. Chan K. S. Variability of large-crack fatigue-crack-growth thresholds in structural alloys. *Metall. Mater. Trans. A*. 2004. **35**, No. 12. P. 3721–3735.
20. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. В 2 т. Т. 1. Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. 448 с.
21. Huo Y., Lin J., Bai Q., et al. Prediction of microstructure and ductile damage of a high-speed railway axle steel during cross wedge rolling. *J. Mater. Process. Tech.* 2017. **239**. P. 359–369.

Поступила 31. 01. 2018